

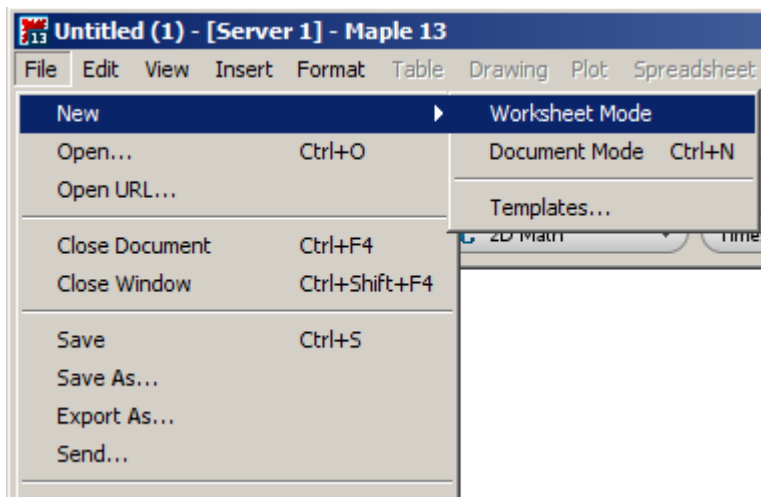
Лабораторная работа № 14

Система компьютерной алгебры Maple

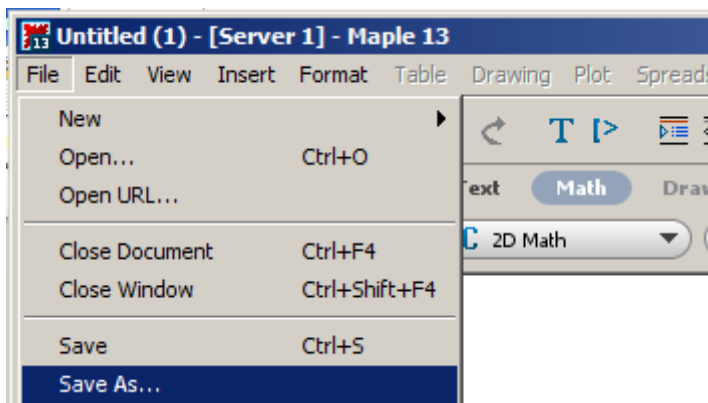
Порядок выполнения.

Запустить Maple 15 на рабочем столе.

- Для запуска Maple-сессии нужно произвести следующее действие: из меню File выбрать New, а затем Worksheet Mode.



- Для сохранения файла выбираем команду File→Save As... Далее указываем путь к своей папке на сетевом диске H:. Даем имя файлу Лаб раб 16.



- Работа в Maple проходит в режиме сессии - пользователь вводит предложения (команды, выражения, процедуры), которые воспринимаются условно и обрабатываются Maple. Рабочее поле разделяется на три части:
 - ✓ **область ввода** - состоит из командных строк. Каждая командная строка начинается с символа >;
 - ✓ **область вывода** - содержит результаты обработки введенных команд в виде аналитических выражений, графических объектов или сообщений об ошибке;

- ✓ **область текстовых комментариев** - содержит любую текстовую информацию, которая может пояснить выполняемые процедуры. Текстовые строки не воспринимаются Maple и никак не обрабатываются.

• Для того чтобы переключить командную строку в текстовую, следует на **Панели инструментов** нажать мышью на кнопку . Обратное переключение текстовой строки в командную осуществляется нажатием на **Панели инструментов** на кнопку .

В конце каждой команды должен быть знак ; или : . Разделитель ; означает, что в области вывода после выполнения этой команды будет сразу виден результат. Разделитель : используется для отмены вывода, то есть когда команда выполняется, но ее результат на экран не выводится.

Символ процента % служит для вызова предыдущей команды. Для присвоения переменной заданного значения используется знак присвоить

:= .

Функции в Maple. Способы задания функций.

Стандартные функции <i>Maple</i>		Стандартные функции <i>Maple</i>	
Математическая запись	Запись в <i>Maple</i>	Математическая запись	Запись в <i>Maple</i>
e^x	<code>exp(x)</code>	$\sec x$	<code>sec(x)</code>
$\ln x$	<code>ln(x)</code>	$\operatorname{cosec} x$	<code>csc(x)</code>
$\lg x$	<code>log10(x)</code>	$\operatorname{Arcsin} x$	<code>arcsin(x)</code>
$\log_a x$	<code>log[a](x)</code>	$\operatorname{Arccos} x$	<code>arccos(x)</code>
$\sqrt{a}$	<code>sqrt(x)</code>	$\operatorname{Arctg} x$	<code>arctan(x)</code>
$ a $	<code>abs(a)</code>	$\operatorname{Arcctg} x$	<code>arccot(x)</code>
$\sin x$	<code>sin(x)</code>	$\operatorname{Sh} x$	<code>sinh(x)</code>
$\cos x$	<code>cos(x)</code>	$\operatorname{Ch} x$	<code>cosh(x)</code>
$\operatorname{tg} x$	<code>tan(x)</code>	$\operatorname{Th} x$	<code>tanh(x)</code>
$\operatorname{ctg} x$	<code>cot(x)</code>	$\operatorname{Cth} x$	<code>coth(x)</code>

1. Нажимаем на кнопку , набираем: Лабораторная работа №16. Нажимаем **Enter**.

2. Создаем секцию, нажав на кнопку . Набираем Задание 1.

Нажимаем **Enter**.

3. Переходим к командной строке нажатием на панели инструментов кнопки . Выполняем **Задание 1**.

Задание 1. Вычислить значение выражения $z = \frac{x^2 + y^2}{x^3 + y^3}$, где $x = \frac{|2 \cdot a + 4.3|}{a}$,

$$y = \frac{a}{|2 \cdot a - 4.3|} \text{ при } a=12.5.$$

Решение. Воспользуемся представлением функции с помощью оператора присваивания (**:=**). В строке ввода наберем выражение для функции и нажмем ввод:

```
> z := (x^2+y^2) / (x^3+y^3) ;
```

$$z := \frac{x^2 + y^2}{x^3 + y^3}$$

Если задать конкретное значение переменным x и y , то получится значение функции z для этих значений. Далее запишем значения x и y :

```
> x := abs (2*a+4.3) / a ;
```

$$x := \frac{|2a + 4.3|}{a}$$

```
> y := a / abs (2*a-4.3) ;
```

$$y := \frac{a}{|2a - 4.3|}$$

Введем заданное значение $a=12.5$.

```
> a := 12.5 ;
```

$$a := 12.5$$

После выполнения этих команд выражение z примет конкретное значение. Для его просмотра достаточно набрать

```
> z ;
```

$$0.4472877635$$

4. Получаем следующее:

▼ Задание №1

> z := (x^2 + y^2) / (x^3 + y^3);	$z := \frac{x^2 + y^2}{x^3 + y^3}$	(1.1)
> x := abs(2*a + 4.3) / a;	$x := \frac{ 2a + 4.3 }{a}$	(1.2)
> y := a / abs(2*a - 4.3);	$y := \frac{a}{ 2a - 4.3 }$	(1.3)
> a := 12.5;	$a := 12.5$	(1.4)
> z,	0.4472877635	(1.5)

5. Выходим за границу секции, создаем новую секцию **Задание 2**. Выполняем **Задание 2 – Задание 5**. После переходим к выполнению **Заданий для самостоятельного выполнения по вариантам**. Номер варианта соответствует номеру компьютера в классе.

▼ Задание №1

> z := (x^2 + y^2) / (x^3 + y^3);	$z := \frac{x^2 + y^2}{x^3 + y^3}$	(1.1)
> x := abs(2*a + 4.3) / a;	$x := \frac{ 2a + 4.3 }{a}$	(1.2)
> y := a / abs(2*a - 4.3);	$y := \frac{a}{ 2a - 4.3 }$	(1.3)
> a := 12.5;	$a := 12.5$	(1.4)
> z,	0.4472877635	(1.5)

▼ Задание №2

Задание 2. Даны две матрицы A и B . Найти: а) $A \cdot B$; б) $B \cdot A$; в) A^{-1} ;

г) $A \cdot A^{-1}$; д) $A^{-1} \cdot A$.

Решение. Основная часть команд для решения задач линейной алгебры содержится в библиотеке `linalg`. Поэтому перед решением задач с матрицами и векторами следует загрузить эту библиотеку командой `with(linalg)`.

> with(linalg) :

Для определения матрицы в Maple можно использовать команду `matrix(n, m, [[a11,a12,..,a1n], [a21,a22,..,a2m],.., [an1,an2,...,anm]])`, где n - число строк, m - число столбцов в матрице. Эти числа задавать необязательно, а достаточно перечислить элементы матрицы построчно в квадратных скобках через запятую. Например:

```
> A:=matrix([[1,0,3],[3,1,7],[3,5,4]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 3 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

```
> B:=matrix([[3,5,4],[-3,0,1],[5,6,-4]]);
```

$$B := \begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{bmatrix}$$

Произведение двух матриц может быть найдено с помощью команды: `multiply(A,B)`.

а) Вычислим $A \cdot B$:

```
> AB:=multiply(A,B);
```

$$AB := \begin{bmatrix} 18 & 23 & -8 \\ 41 & 57 & -15 \\ 14 & 39 & 1 \end{bmatrix}$$

б) Вычислим $B \cdot A$:

```
> BA:=multiply(B,A);
```

$$BA := \begin{bmatrix} 30 & 25 & 60 \\ 0 & 5 & -5 \\ 11 & -14 & 41 \end{bmatrix}$$

в) Обратную матрицу A^{-1} , можно вычислить с помощью команды `inverse(A)`.

```
> A1:=inverse(A);
```

$$A1 := \begin{bmatrix} -\frac{31}{5} & 3 & -\frac{3}{5} \\ \frac{9}{5} & -1 & \frac{2}{5} \\ \frac{12}{5} & -1 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

г) Вычислим $A \cdot A^{-1}$:

```
> AA1:=multiply(A,A1) ;
```

$$AA1 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

д) Вычислим $A^{-1} \cdot A$:

```
> A1A:=multiply(A1,A) ;
```

$$A1A := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

В пунктах г) и д) получились единичные матрицы, значит, вычисления произведены правильно.

Задание 3. Для заданных в задании 1 матриц A и B найти $A^2 + 3 \cdot A \cdot B - 2.5 \cdot B$.

Решение. Для выполнения одновременных вычислений воспользуемся командой `evalm` (обратите внимание, что, при умножении матриц после первой матрицы ставится знак &):

```
> evalm(A&*A+3*A&*B-2.5*B) ;
```

$$\begin{bmatrix} 56.5 & 71.5 & -19.0 \\ 157.5 & 207. & -3.5 \\ 59.5 & 127.0 & 73.0 \end{bmatrix}$$

Задание 4. Для заданных в задании 1. матриц A и B проверить равенство $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$, если $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Зададим матрицу C .

```
> C:=matrix([[2,3],[-1,0],[5,4]]) ;
```

$$C := \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

Найдем $(A \cdot B) \cdot C$:

```
> evalm ( (A*B) &*C ) ;
```

$$\begin{bmatrix} -27 & 22 \\ -50 & 63 \\ -6 & 46 \end{bmatrix}$$

Найдем $(A \cdot B) \cdot C$:

```
> evalm (A&* (B&*C) ) ;
```

$$\begin{bmatrix} -27 & 22 \\ -50 & 63 \\ -6 & 46 \end{bmatrix}$$

Задание 5. Решить систему уравнений $A \cdot X = d$, где матрица A задана ранее, а $d = \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ 14 \end{pmatrix}$: а) по формулам Крамера, б) с помощью обратной матрицы.

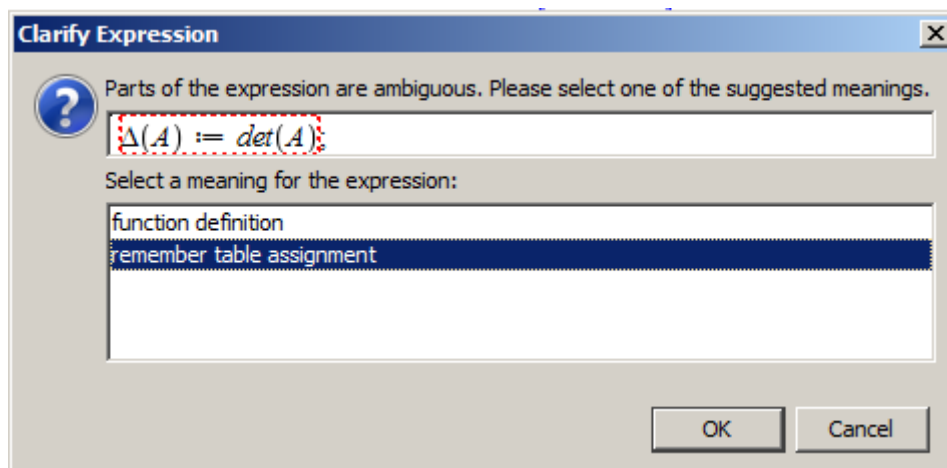
Решение. Зададим вектор свободных членов:

```
> d:=Matrix([ [5], [11], [14] ] ) ;
```

$$d := \begin{bmatrix} 5 \\ 11 \\ 14 \end{bmatrix}$$

а) Формулы Крамера имеют вид: $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$, где Δ - определитель основной матрицы, а Δ_i – определитель, у которого i -ый столбец заменен столбцом свободных членов.

Вычислим определитель основной матрицы (при вводе команды в диалоговом окне выбираем remember table assignmant):



```
> Delta(A) := det(A) ;
```

$\Delta(A) := 5$

Скопируем матрицу A в новую матрицу и подставим в первый столбец матрицу d :

```
> M1:=copy(A) : copyinto(d,M1,1,1) ;
```

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 11 & 1 & 7 \\ 14 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

Найдем определитель полученной матрицы:

```
> Delta1:=det(M1) ;
```

$\Delta 1 := -32$

Аналогично проделаем для двух оставшихся столбцов:

```
> M2:=copy(A) : copyinto(d,M2,1,2) ;
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 3 & 11 & 7 \\ 3 & 14 & 4 \end{bmatrix}$$

```
> Delta2:=det(M2) ;
```

$\Delta 2 := 18$

```
> M3:=copy(A) : copyinto(d,M3,1,3) ;
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 3 & 1 & 11 \\ 3 & 5 & 14 \end{bmatrix}$$

> Delta3:=det(M3) ;

$$\Delta 3:=19$$

Применим формулы Крамера:

> x1:=Delta1/Delta(A) ;x2:=Delta2/Delta(A) ;x3:=Delta3/Delta(A) ;

$$x1 := -\frac{32}{5}$$

$$x2 := \frac{18}{5}$$

$$x3 := \frac{19}{5}$$

б) Решим с помощью обратной матрицы по формуле $X = A^{-1} \cdot d$:

> X:=evalm(A1&*d) ;

$$X := \begin{bmatrix} -\frac{32}{5} \\ \frac{18}{5} \\ \frac{19}{5} \end{bmatrix}$$

Задания для самостоятельного решения

1. Вычислить значение выражения:

$$1.1 \quad w = \frac{u^{-2} + v^4}{u + v^3}, \text{ где } u = \frac{|2x - 1.4|}{x}, v = \frac{x + 4}{|x - 12|} \text{ при } x=2.3.$$

$$1.2 \quad y = \frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2}, \text{ где } a = \frac{x - 0.1}{\sqrt{x + 0.1}}, b = \frac{x^2 - 0.1}{\sqrt{x^2 + 0.1}} \text{ при } x=3.89.$$

$$1.3 \quad b = 0.4x^8 + e^{-0.1x} - \sqrt{|x| \cdot |x + y|} \text{ при } x=-1.7 \text{ и } y=7.42.$$

$$1.4 \quad a = \frac{x^5 + y\sqrt{|x + y|}}{\ln 13.24} - x^3 + \frac{\cos(2x)}{\sin x - 2} \text{ при } x=34.37 \text{ и } y=-3.019.$$

$$1.5 \quad u = \frac{a^2 + c^3 - ac}{\sqrt{|a + c - 0.3a^5|}} - a \cdot \cos(2a \cdot c - 4) \text{ при } a=4.29 \text{ и } c=133.06.$$

$$1.6 \quad x = a^3 - c^8 + \frac{\sqrt{a + c^{0.8-a}}}{a(c + a^6)}, \text{ где } a = \frac{\sin(2d)}{\cos d + 1} \text{ при } d=-23.14 \text{ и } c=0.56.$$

$$1.7 \quad y = \frac{(a+b)^3 + b^{-3}}{a^{-2} + (b-5)^2}, \text{ где } a = \frac{x + \sqrt{1+|x+6|}}{\sqrt{x+0.1}}, b = \frac{x^2 - 0.1}{\sqrt{x^2 + 0.1}} \text{ при } x=7.25.$$

$$1.8 \quad z = \frac{x^2 + y^2 - xy}{x^3 + y^3}, \text{ где } x = \frac{|2a^{-6} + 4.3a|}{a - 0.3a^4}, y = \frac{a^7 - 31}{|2a^3 + 4.7a|} \text{ при } a=5.14.$$

$$1.9 \quad b = 0.1x^{-8} + e^{x-3.1} - \sqrt{|x^2 - xy + y| \cdot |x + y^{-4}|} \text{ при } x=2.18 \text{ и } y=-2.81.$$

$$1.10 \quad a = \frac{x^2 + y\sqrt{|y + x^3 - \sin(xy)|}}{x - y} - (x + y)^3 \text{ при } x=2.678 \text{ и } y=-1.29.$$

2. Даны две матрицы A и $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 7 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$. Найти: а) $A \cdot B$; б) $B \cdot A$; в) A^{-1} ; г) $A \cdot A^{-1}$;

д) $A^{-1} \cdot A$.

$$2.1 \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}; 2.2 \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}; 2.3 \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix};$$

$$2.4 \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; 2.5 \quad A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}; 2.6 \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -7 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix};$$

$$2.7 \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}; 2.8 \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}; 2.9 \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix};$$

$$2.10 \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Для заданных в задании 2. матриц A и B найти $A^2 + 2 \cdot A \cdot B - 4 \cdot A$.

4. Для заданных в задании 2. матриц A и B проверить равенство:

$$(AB)C=A(BC), \text{ если } C = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений $Ax=d$ а) по формулам Крамера, б) с помощью обратной матрицы, где матрица A задана ранее.

$$5.1 \ d = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}; 5.2 \ d = \begin{bmatrix} 14 \\ 32 \\ -11 \end{bmatrix}; 5.3 \ d = \begin{bmatrix} -41 \\ 21 \\ 0 \end{bmatrix}; 5.4 \ d = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}; 5.5 \ d = \begin{bmatrix} -66 \\ -30 \\ -42 \end{bmatrix};$$

$$5.6 \ d = \begin{bmatrix} -5 \\ -40 \\ 23 \end{bmatrix}; 5.7 \ d = \begin{bmatrix} -11 \\ 5 \\ -12 \end{bmatrix}; 5.8 \ d = \begin{bmatrix} -1 \\ 37 \\ -7 \end{bmatrix}; 5.9 \ d = \begin{bmatrix} -3 \\ -44 \\ 24 \end{bmatrix}; 5.10 \ d = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}.$$