ВОЛЬКЕНШТЕЙН В. С. Сборник задач по общему курсу физики: Учебное пособие.— 11-е изд., перераб.— М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985.— 384 с.

Книга представляет собой систематический сборник задач и упражнений по общему курсу физики. Каждый раздел начинается с легких задач и заканчивается более трудными. Наиболее типичные задачи решены подробно, с методическими указаниями. Для однотипных задач даны только ответы. В настоящем издании «Сборник» заново отредактирован с учетом ныне действующего ГОСТ 8.417—81 (СТ СЭВ 1052—78) на терминологию и единицы физических величин, устранены замеченные неточности и опечатки предыдущего издания (1979 г.).

Для студентов высших технических учебных заведений с обычной программой по физике; может быть использована студентами и других вузов.

Табл. 42. Ил. 113.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Задачи	Ответы и решения
От редакции		5
Из предисловий автора к третьему и пятому изданиям		6
Введение		7
Международная система единиц		7
Методические указания к решению задач		9
Глава I. Физические основы механики	11	253
Единицы механических величин	11	—
§ 1. Кинематика	15	253
§ 2. Динамика	24	258
§ 3. Вращательное движение твердых тел	44	273
§ 4. Механика жидкостей и газов	51	278
Глава II. Молекулирная физика и термодинамика	56	280
Единицы тепловых величин	56	—
§ 5. Физические основы молекулярно-кинетической теории и термодинамики	58	280
§ 6. Реальные газы	87	298
§ 7. Насыщенные пары и жидкости	90	301
§ 8. Твердые тела	101	308
Глава III. Электричество и магнетизм	107	312
Единицы электрических и магнитных величин	107	—
§ 9. Электростатика	113	312
§ 10. Электрический ток	133	322
§ 11. Электромагнетизм	152	329
Глава IV. Колебания и волны	176	336
Единицы акустических величин	176	—
§ 12. Гармоническое колебательное движение и волны	178	336
§ 13. Акустика	188	342
§ 14. Электромагнитные колебания и волны	192	344
Глава V. Оптика	198	345
Единицы световых величин	198	—
§ 15. Геометрическая оптика и фотометрия	200	345
§ 16. Волновая оптика	210	348
§ 17. Элементы теории относительности	220	352
§ 18. Тепловое излучение	223	353
Глава VI. Физика атома и атомного ядра	227	354
Единицы радиоактивности и ионизирующих излучений	227	—
§ 19. Квантовая природа света и волновые свойства частиц	229	354

	Задачи	Ответы и решения
§ 20. Атом Бора. Рентгеновские лучи	234	356
§ 21. Радиоактивность	240	358
§ 22. Ядерные реакции	245	361
§ 23. Элементарные частицы. Ускорители частиц	249	364
Приложения		367
I. Связь между рационализованными и нерационализованными уравнениями электромагнитного поля		367
II. График зависимости индукции B от напряженности H магнитного поля для некоторого сорта железа		370
III. Фундаментальные физические константы		370
IV. Некоторые данные о планетах Солнечной системы		371
V. Астрономические постоянные		372
VI. Диаметры атомов и молекул		372
VII. Критические значения $T_к$ и $\rho_к$		372
VIII. Давление водяного пара, насыщающего пространство при разных температурах		372
IX. Удельная теплота парообразования воды при разных температурах		373
X. Свойства некоторых жидкостей		373
XI. Свойства некоторых твердых тел		373
XII. Свойства упругости некоторых твердых тел		374
XIII. Теплопроводность некоторых твердых тел		374
XIV. Диэлектрическая проницаемость диэлектриков		374
XV. Удельное сопротивление проводников		374
XVI. Подвижности ионов в электролитах		375
XVII. Работа выхода электронов из металла		375
XVIII. Показатели преломления		375
XIX. Длина волны, определяющая границу K-серии рентгеновских лучей для различных материалов антикатода		375
XX. Спектральные линии ртутной дуги		376
XXI. Массы некоторых изотопов		376
XXII. Периоды полураспада некоторых радиоактивных элементов		376
XXIII. Названия, символы и атомные массы химических элементов		377
XXIV. Синусы (косинусы)		378

ОТ. РЕДАКЦИИ

Предлагаемый вниманию читателей «Сборник задач по общему курсу физики» В. С. Волькенштейн (1905—1972) впервые вышел в свет в 1958 году. Со времени выхода первого издания книга неоднократно перерабатывалась и дополнялась, и последнее подготовленное автором (седьмое) издание книги было выпущено в 1969 году.

Несмотря на свое давнее происхождение, книга В. С. Волькенштейн и в наши дни широко используется в качестве учебного пособия студентами высших технических учебных заведений нефизического профиля (с обычной втузовской программой по физике).

В новом, одиннадцатом, издании «Сборника» общий план и уровень изложения материала, содержание и нумерация задач остались прежними. Однако теоретические введения к разделам, формулировки и решения задач заново отредактированы. Наиболее существенным изменениям подверглись терминология и обозначения единиц физических величин, которые оказалось необходимым модернизировать в связи с ныне действующим ГОСТ 8.417—81 (СТ СЭВ 1052—78). В процессе редактирования устранены также замеченные неточности и опечатки предыдущих изданий, отдельные исправления выполнены по письмам читателей. В приложении к книге приведены основные справочные данные, дополняющие условия задач (ссылки на справочные таблицы даны римскими цифрами).

Все отзывы и пожелания по поводу этой книги редакция просит направлять по адресу: 117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15, Издательство «Наука». Главная редакция физико-математической литературы.

ИЗ ПРЕДИСЛОВИЙ АВТОРА К ТРЕТЬЕМУ И ПЯТОМУ ИЗДАНИЯМ

В третьем издании «Сборник задач по общему курсу физики» полностью переработан и дополнен. Это вызвано, во-первых, введением расширенной программы по физике для втузов и, во-вторых, утверждением ГОСТа 9867—61 «Международная система единиц».

ГОСТ 9867—61 устанавливает Международную систему единиц как систему, предпочтительную во всех областях науки, техники и народного хозяйства, а также при преподавании *). В настоящем издании решение задач проводится, как правило, в Международной системе единиц. Для перехода от единиц других систем, а также внесистемных единиц к единицам Международной системы даны соответствующие таблицы.

Каждому параграфу предпослано краткое введение с указанием основных законов и формул, на основе которых решаются задачи данного параграфа. Все задачи имеют ответы, а наиболее трудные — еще и решения.

* * *

В пятом издании «Сборник задач по общему курсу физики» заново отредактирован. Некоторые задачи заменены другими. Для того чтобы привить учащимся навыки в пользовании справочной литературой, некоторые числовые данные перенесены из условий задач в справочные таблицы.

В. С. Волькенштейн

*) Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам с 1 января 1982 г. введен в действие ГОСТ 8.417—81 (СТ СЭВ 1052—78) «Единицы физических величин», согласно которому подлежат обязательному применению единицы Международной системы единиц, а также десятичные кратные и дольные от них. *(Прим. ред.)*

ВВЕДЕНИЕ

Международная система единиц

Различные физические величины связаны между собой уравнениями, выражающими зависимость между этими величиниами. Например, ускорение a, которое получает тело массой m, связано с силой F, действующей на это тело, уравнением

$$F = kma, \qquad (1)$$

где k — числовой коэффициент, зависящий от выбора единиц F, m и a. Если единицы массы и ускорения нам известны, то мы можем выбрать единицу силы так, чтобы коэффициент k в уравнении (1) стал равным единице, т. е. чтобы оно приняло вид $F=ma$. Для этого за единицу силы мы должны взять такую силу, которая единице массы сообщает единицу ускорения.

Поступая так же со всякой вновь вводимой величиной, мы используем для установления ее единицы формулу, служащую определением этой величины, и таким образом строим систему производных единиц.

Различные системы единиц отличаются друг от друга тем, какие единицы приняты за основные. Мы будем пользоваться Международной системой единиц. Эта система обозначается символом SI, или в русском написании СИ (по начальным буквам слов System International).

Основные единицы системы СИ приведены в табл. 1, дополнительные единицы — в табл. 2.

Производные единицы системы СИ образуются из основных так, как это было указано выше. Для того чтобы показать, как данная производная единица зависит от основных, применяются формулы размерности.

Если принять для основных величин условные обозначения размерностей: длины — L, массы — M, времени — T, силы тока — I, температуры — θ, силы света — J и количества вещества — N, то формулу размерности в системе СИ некоторой величины x можно записать так:

$$\dim x = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma} I^{\zeta} \theta^{\rho} J^{\mu} N^{\nu},$$

Таблица 1

Величина	Единица	
	наименование	обозначение
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Сила электрического тока	ампер	А
Термодинамическая температура	кельвин	К
Сила света	кандела	кд
Количество вещества	моль	моль

Таблица 2

Величина	Единица	
	наименование	обозначение
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср

Чтобы найти размерность величины x, нужно определить числовые значения показателей α, β, γ, δ, ρ, μ и ν. Эти показатели могут быть положительными или отрицательными, целыми или дробными.

Пример 1. Найти размерность работы. Исходя из соотношения $A=Fl$, получим $\dim A=L^2MT^{-2}$.

Пример 2. Найти размерность удельной теплоемкости. Так как $c=Q/m\Delta t$ и $\dim Q=\dim A$, получим $\dim c=L^2T^{-2}\theta^{-1}$.

Зная размерность в системе СИ какой-либо физической величины, нетрудно найти и размерность ее единицы в этой системе. Так, например, размерность единицы работы равна $м^2 \cdot кг \cdot с^{-2}$; размерность единицы удельной теплоемкости равна $м^2 \cdot с^{-2} \cdot К^{-1}$ и т. д.

Таблицы производных единиц системы СИ даны в соответствующих главах «Сборника»: единицы механических величин — в главе I, единицы тепловых величин — в главе II, единицы электрических и магнитных величин — в главе III и т. д.

Таблица 3

Приставка	Числовое значение	Обозначение	Приставка	Числовое значение	Обозначение
Атто	10^{-18}	а	Деци	10^{-1}	д
Фемто	10^{-15}	ф	Дека	10^{1}	да
Пико	10^{-12}	п	Гекто	10^{2}	г
Нано	10^{-9}	н	Кило	10^{3}	к
Микро	10^{-6}	мк	Мега	10^{6}	М
Милли	10^{-3}	м	Гига	10^{9}	Г
Санти	10^{-2}	с	Тера	10^{12}	Т

В табл. 3 приведены приставки, служащие для образования кратных и дольных единиц системы СИ. Эти приставки можно присоединять только к простым наименованиям (метр, грамм и т. д.). Не допускается, например, присоединять какую-либо приставку к наименованию «килограмм», уже содержащему приставку «кило». Из этих же соображений единицу массы $m=10^{9}$ кг$=10^{12}$ г следует называть «тераграммом» (Тг).

Методические указания к решению задач

При решении задач необходимо прежде всего установить, какие физические закономерности лежат в основе данной задачи. Затем из формул, выражающих эти закономерности, нужно найти решение задачи в буквенном виде. После этого можно перейти к подстановке числовых данных, выраженных обязательно в одной и той же системе единиц. Наряду с единицами системы СИ применяются некоторые внесистемные единицы, в научных работах по физике и астрономии используются также единицы системы СГС. Поэтому в условиях задач числовые данные приведены не всегда в единицах системы СИ. Соотношения между единицами системы СИ, внесистемными единицами и единицами системы СГС даны в таблицах, помещенных в начале каждой главы. Для решения задач в системе СИ все данные, приведенные в условиях задач, а также взятые из справочных таблиц, должны быть переведены в единицы системы СИ. При этом и ответ, естественно, получится в единицах этой же системы.

При получении числового ответа нужно обращать внимание на степень точности окончательного результата.

Точность ответа не должна превышать точности, с которой даны исходные величины. Большинство задач достаточно решать с точностью, которую дает логарифмическая линейка. В отдельных случаях следует пользоваться четырехзначными таблицами логарифмов.

У числового ответа сразу же, как только вместо буквенных обозначений подставляются числа, нужно писать наименование единицы. В тех задачах, где требуется начертить график, следует выбрать масштаб и начало координат.

Глава I

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

ЕДИНИЦЫ МЕХАНИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Производные единицы механических величин в СИ образуются из физических формул с использованием основных единиц: метр (м), килограмм (кг) и секунда (с). Так, единицы скорости и ускорения определяются из соотношений

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t}, \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Так как единицей длины является 1 м, а единицей времени — 1 с, то единицей скорости будет 1 м/с, единицей ускорения — 1 м/с^2.

Единица силы устанавливается из второго закона Ньютона

$$F = ma.$$

За единицу массы принят 1 кг, за единицу ускорения — 1 м/с^2; следовательно, в СИ единицей силы является такая сила, под действием которой тело массой 1 кг получает ускорение 1 м/с^2. Такая единица силы называется ньютоном (Н):

$$1\ \text{Н} = 1\ \text{кг} \cdot 1\ \text{м/с}^2.$$

Единица работы определяется из соотношения

$$A = Fl.$$

За единицу работы надо взять такую работу, которую совершает сила 1 Н на пути 1 м. Эта единица работы называется джоулем (Дж):

$$1\ \text{Дж} = 1\ \text{Н} \cdot 1\ \text{м}.$$

Мощность находится по формуле

$$N = \frac{A}{t}.$$

Следовательно, за единицу мощности надо принять мощность механизма, совершающего работу 1 Дж за 1 с. Эта единица мощности называется ваттом (Вт).

Таблица 4

Величина	Единица			Размерность величины
	определение	наименование	обозначение	
Площадь	$S=l^2$	квадратный метр	м^2	L^2
Объем	$V=l^3$	кубический метр	м^3	L^3
Скорость	$v=\Delta l/\Delta t$	метр в секунду	м/с	LT^{-1}
Ускорение	$a=\Delta v/\Delta t$	метр на секунду в квадрате	м/с^2	LT^{-2}
Угловая скорость	$\omega=\Delta\varphi/\Delta t$	радиан в секунду	рад/с	T^{-1}
Угловое ускорение	$\varepsilon=\Delta\omega/\Delta t$	радиан на секунду в квадрате	рад/с^2	T^{-2}
Частота периодического процесса	$\nu=T^{-1}$	герц	Гц	T^{-1}
Частота вращения	$n=T^{-1}$	секунда в минус первой степени	с$^{-1}$	T^{-1}
Плотность	$\rho=m/V$	килограмм на кубический метр	кг/м^3	$L^{-3}M$
Массовый расход	$m_t=m/t$	килограмм в секунду	кг/с	MT^{-1}
Объемный расход	$V_t=V/t$	кубический метр в секунду	м^3/с	L^3T^{-1}
Сила	$F=ma$	ньютон	Н	LMT^{-2}
Давление	$P=F/S$	паскаль	Па	$L^{-1}MT^{-2}$
Жесткость	$k=F/l$	ньютон на метр	Н/м	MT^{-2}
Импульс	$p=m\,\Delta v$	килограмм-метр в секунду	кг·м/с	LMT^{-1}
Импульс силы	$p=F\,\Delta t$	ньютон-секунда	Н·с	LMT^{-1}
Момент силы	$M=Fl$	ньютон-метр	Н·м	L^2MT^{-2}
Момент импульса	$L=M\,\Delta l$	килограмм-метр в квадрате в секунду	кг·м^2/с	L^2MT^{-1}
Момент инерции	$J=mr^2$	килограмм-метр в квадрате	кг·м^2	L^2M
Работа; энергия	$A=Fl$	джоуль	Дж	L^2MT^{-2}
Мощность	$N=\Delta A/\Delta t$	ватт	Вт	L^2MT^{-3}
Динамическая вязкость	$\eta=\frac{F}{S}\frac{\Delta l}{\Delta v}$	паскаль-секунда	Па·с	$L^{-1}MT^{-1}$
Кинематическая вязкость	$\nu=\eta/\rho$	квадратный метр в секунду	м^2/с	L^2T^{-1}

Таким же способом можно определить производную единицу любой физической величины.

В табл. 4 даны важнейшие производные единицы механических величин в СИ. Табл. 5 содержит коэффициенты перевода внесистемных единиц в единицы СИ.

Таблица 5

Величина	Единица и ее связь с единицами СИ
Длина	1 А $= 10^{-10}$ м
	1 а. е. $= 1{,}49598 \cdot 10^{11}$ м
	1 св. год $= 9{,}4605 \cdot 10^{15}$ м
	1 пк $= 3{,}0857 \cdot 10^{16}$ м
Масса	1 т $= 10^{3}$ кг
	1 а. е. м. $= 1{,}6605655 \cdot 10^{-27}$ кг
Время	1 мин $= 60$ с
	1 ч $= 3600$ с
	1 сут $= 86\,400$ с
Плоский угол	$1^\circ = (\pi/180)$ рад
	$1' = (\pi/108) \cdot 10^{-2}$ рад
	$1'' = (\pi/648) \cdot 10^{-3}$ рад
	1 об $= 2\pi$ рад
Площадь	1 га $= 10^{4}$ м^2
Объем	1 л $= 10^{-3}$ м^3
Сила	1 дин $= 10^{-5}$ Н
	1 кгс $= 9{,}81$ Н
Давление	1 дин/см^2 $= 0{,}1$ Па
	1 кгс/м^2 $= 9{,}81$ Па
	1 ат $=$ 1 кгс/см^2 $= 0{,}981 \cdot 10^{5}$ Па
	1 мм рт. ст. (Торр) $= 133{,}0$ Па
	1 атм $= 760$ мм рт. ст. $= 1{,}013 \cdot 10^{5}$ Па
	1 бар $= 10^{5}$ Па
Жесткость	1 дин/см $= 10^{-3}$ Н/м
Импульс силы	1 дин·с $= 10^{-5}$ Н·с
Момент силы	1 дин·см $= 10^{-7}$ Н·м
Работа; энергия	1 эрг $= 10^{-7}$ Дж
	1 кгс·м $= 9{,}81$ Дж
	1 Вт·ч $= 3{,}6 \cdot 10^{3}$ Дж
	1 эВ $= 1{,}6021892 \cdot 10^{-19}$ Дж
	1 кал $= 4{,}19$ Дж
Мощность	1 эрг/с $= 10^{-7}$ Вт
	1 л. с. $= 75$ кгс·м/с $= 735{,}5$ Вт
Динамическая вязкость	1 П $= 0{,}1$ Па·с
Кинематическая вязкость	1 Ст $= 10^{-4}$ м^2/с

Примеры решения задач

Задача 1. Камень массой 1,05 кг, скользящий по поверхности льда со скоростью 2,44 м/с, под действием силы трения останавливается через 10 с. Найти силу трения, считая ее постоянной.

Решение. По второму закону Ньютона

$$F\,\Delta t = mv_2 - mv_1,$$

где F — сила трения, под действием которой скорость тела массой m за время Δt меняется от v_1 до v_2. В нашем случае $v_2=0$, так что

$$F=-\frac{mv_1}{\Delta t}.$$

Знак «минус» указывает, что направление силы трения F противоположно направлению скорости v_1. Подставляя числовые данные $m=1{,}05$ кг, $v_1=2{,}44$ м/с и $\Delta t=10$ с, имеем

$$F=-\frac{1{,}05\cdot 2{,}44}{10}\text{ Н}=-0{,}256\text{ Н}.$$

Так как исходные данные взяты с точностью до третьей значащей цифры, то и ответ задачи надо вычислять с такой же точностью, т. е. для расчета можно пользоваться обычной логарифмической линейкой.

З а д а ч а 2. Человек массой 64 кг и тележка массой 32 кг движутся навстречу друг другу. Скорость человека равна 5,4 км/ч, скорость тележки — 1,8 км/ч. Человек прыгает на тележку и останавливается. Найти скорость тележки вместе с человеком.

Решение. По закону сохранения импульса

$$m_1v_1+m_2v_2=(m_1+m_2)\,v, \qquad (1)$$

где m_1 — масса человека, v_1 — его скорость до прыжка, m_2 — масса тележки, v_2 — ее скорость до прыжка человека, v — общая скорость тележки и человека после прыжка человека на тележку. Из (1) находим

$$v=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}. \qquad (2)$$

Первоначальные скорости тележки и человека имели противоположные направления, поэтому знаки их скоростей были разные. Считая скорость человека положительной, имеем $v_1=5{,}4$ км/ч и $v_2=-1{,}8$ км/ч. Кроме того, $m_1=64$ кг и $m_2=32$ кг. Подставляя эти данные в (2), получим

$$v=\frac{64\cdot 5{,}4-32\cdot 1{,}8}{64+32}\text{ км/ч}=3{,}0\text{ км/ч}.$$

Скорость $v>0$. Таким образом, после прыжка скорость тележки с человеком направлена в ту же сторону, куда двигался человек.

З а д а ч а 3. Воду качают из колодца глубиной 20 м. Для откачки поставлен насос с мотором, имеющим мощность 3,68 кВт. Найти к. п. д. мотора, если известно, что

за 7 ч работы насоса из колодца откачан объем воды 380 м³.

Решение. Мощность мотора N связана с работой A, которую он совершает за время t, соотношением

$$N = \frac{A}{t\eta}, \qquad (1)$$

где η — к. п. д. мотора. Чтобы поднять массу воды m на высоту h, надо затратить работу

$$A = mgh. \qquad (2)$$

При этом масса воды m занимает объем

$$V = \frac{m}{\rho}, \qquad (3)$$

где ρ — плотность воды. Подставляя (2) и (3) в (1), имеем

$$N = \frac{V\rho gh}{t\eta},$$

откуда

$$\eta = \frac{V\rho gh}{Nt}. \qquad (4)$$

Подставляя числовые данные в (4), получим

$$\eta = \frac{380 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 20}{3680 \cdot 7 \cdot 3600} = 0{,}8.$$

§ 1. Кинематика

Скорость и ускорение прямолинейного движения в общем случае определяются формулами

$$v = \frac{ds}{dt}, \qquad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}.$$

В случае прямолинейного равномерного движения

$$v = \frac{s}{t} = \text{const}, \qquad a = 0.$$

В случае прямолинейного равнопеременного движения

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}, \qquad v = v_0 + at, \qquad a = \text{const}.$$

В этих уравнениях ускорение a положительно при равноускоренном движении и отрицательно при равнозамедленном.

При криволинейном движении полное ускорение

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Здесь a_τ — тангенциальное (касательное) ускорение и a_n — нормальное (центростремительное) ускорение, причем

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}, \quad a_n = \frac{v^2}{R},$$

где v — скорость движения и R — радиус кривизны траектории в данной точке.

При вращательном движении в общем случае угловая скорость и угловое ускорение находятся по формулам

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

В случае равномерного вращательного движения угловая скорость

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

где T — период вращения, n — частота вращения, т. е. число оборотов в единицу времени.

Угловая скорость ω связана с линейной скоростью v соотношением

$$v = \omega R.$$

Тангенциальное и нормальное ускорения при вращательном движении могут быть выражены в виде

$$a_\tau = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R.$$

В табл. 6 дано сопоставление уравнений поступательного движения с уравнениями вращательного движения.

1.1. Первую половину времени своего движения автомобиль двигался со скоростью $v_1 = 80$ км/ч, а вторую половину времени — со скоростью $v_2 = 40$ км/ч. Какова средняя скорость $\bar{v}$ движения автомобиля?

1.2. Первую половину своего пути автомобиль двигался со скоростью $v_1 = 80$ км/ч, а вторую половину пути — со скоростью $v_2 = 40$ км/ч. Какова средняя скорость $\bar{v}$ движения автомобиля?

1.3. Пароход идет по реке от пункта A до пункта B со скоростью $v_1 = 10$ км/ч, а обратно — со скоростью $v_2 = 16$ км/ч. Найти среднюю скорость $\bar{v}$ парохода и скорость u течения реки.

1.4. Найти скорость v относительно берега реки: а) лодки, идущей по течению; б) лодки, идущей против течения; в) лодки, идущей под углом $\alpha = 90°$ к течению. Скорость течения реки $u = 1$ м/с, скорость лодки относительно воды $v_0 = 2$ м/с.

Таблица 6

Поступательное движение	Вращательное движение
Равномерное	
$s=vt$	$\varphi=\omega t$
$v=\text{const}$	$\omega=\text{const}$
$a=0$	$\varepsilon=0$
Равнопеременное	
$s=v_0t+\frac{at^2}{2}$	$\varphi=\omega_0t+\frac{\varepsilon t^2}{2}$
$v=v_0+at$	$\omega=\omega_0+\varepsilon t$
$a=\text{const}$	$\varepsilon=\text{const}$
Неравномерное	
$s=f(t)$	$\varphi=f(t)$
$v=\frac{ds}{dt}$	$\omega=\frac{d\varphi}{dt}$
$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2s}{dt^2}$	$\varepsilon=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\varphi}{dt^2}$

1.5. Самолет летит относительно воздуха со скоростью $v_0=800$ км/ч. Ветер дует с запада на восток со скоростью $u=15$ м/с. С какой скоростью v самолет будет двигаться относительно земли и под каким углом α к меридиану надо держать курс, чтобы перемещение было: а) на юг; б) на север; в) на запад; г) на восток?

1.6. Самолет летит от пункта A до пункта B, расположенного на расстоянии $l=300$ км к востоку. Найти продолжительность t полета, если: а) ветра нет; б) ветер дует с юга на север; в) ветер дует с запада на восток. Скорость ветра $u=20$ м/с, скорость самолета относительно воздуха $v_0=600$ км/ч.

1.7. Лодка движется перпендикулярно к берегу со скоростью $v=7{,}2$ км/ч. Течение относит ее на расстояние $l=150$ м вниз по реке. Найти скорость u течения реки и время t, затраченное на переправу через реку. Ширина реки $L=0{,}5$ км.

1.8 *). Тело, брошенное вертикально вверх, вернулось на землю через время $t=3$ с. Какова была начальная скорость v_0 тела и на какую высоту h оно поднялось?

*) Здесь и далее сопротивлением воздуха следует пренебречь, если оно не задано в условии.

1.9. Камень бросили вертикально вверх на высоту $h_0=10$ м. Через какое время t он упадет на землю? На какую высоту h поднимется камень, если начальную скорость камня увеличить вдвое?

1.10. С аэростата, находящегося на высоте $h=300$ м, упал камень. Через какое время t камень достигнет земли, если: а) аэростат поднимается со скоростью $v=5$ м/с; б) аэростат опускается со скоростью $v=5$ м/с; в) аэростат неподвижен?

1.11. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $v_0=9{,}8$ м/с. Построить график зависимости высоты h и скорости v от времени t для интервала $0\leqslant t\leqslant 2$ с через 0,2 с.

1.12. Тело падает с высоты $h=19{,}6$ м с начальной скоростью $v_0=0$. Какой путь пройдет тело за первую и последнюю 0,1 с своего движения?

1.13. Тело падает с высоты $h=19{,}6$ м с начальной скоростью $v_0=0$. За какое время тело пройдет первый и последний 1 м своего пути?

1.14. Свободно падающее тело в последнюю секунду движения проходит половину всего пути. С какой высоты h падает тело и каково время t его падения?

1.15. Тело 1 брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_0, тело 2 падает с высоты h без начальной скорости. Найти зависимость расстояния l между телами 1 и 2 от времени t, если известно, что тела начали двигаться одновременно.

1.16. Расстояние между двумя станциями метрополитена $l=1{,}5$ км. Первую половину этого расстояния поезд проходит равноускоренно, вторую — равнозамедленно с тем же по модулю ускорением. Максимальная скорость поезда $v=50$ км/ч. Найти ускорение a и время t движения поезда между станциями.

1.17. Поезд движется со скоростью $v_0=36$ км/ч. Если выключить ток, то поезд, двигаясь равнозамедленно, останавливается через время $t=20$ с. Каково ускорение a поезда? На каком расстоянии s до остановки надо выключить ток?

1.18. Поезд, двигаясь равнозамедленно, в течение времени $t=1$ мин уменьшает свою скорость от $v_1=40$ км/ч до $v_2=28$ км/ч. Найти ускорение a поезда и расстояние s, пройденное им за время торможения.

1.19. Поезд движется равнозамедленно, имея начальную скорость $v_0=54$ км/ч и ускорение $a=-0{,}5$ м/с^2. Через ка-

кое время t и на каком расстоянии s от начала торможения поезд остановится?

1.20. Тело 1 движется равноускоренно, имея начальную скорость v_{10} и ускорение a_1. Одновременно с телом 1 начинает двигаться равнозамедленно тело 2, имея начальную скорость v_{20} и ускорение a_2. Через какое время t после начала движения оба тела будут иметь одинаковую скорость?

1.21. Тело 1 движется равноускоренно, имея начальную скорость $v_{10}=2$ м/с и ускорение a. Через время $t=10$ с после начала движения тела 1 из этой же точки начинает двигаться равноускоренно тело 2, имея начальную скорость $v_{20}=12$ м/с и то же ускорение a. Найти ускорение a, при котором тело 2 сможет догнать тело 1.

1.22. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s=At-Bt^2+Ct^3$, где $A=2$ м/с, $B=3$ м/с^2 и $C=4$ м/с^3. Найти: а) зависимость скорости v и ускорения a от времени t; б) расстояние s, пройденное телом, скорость v и ускорение a тела через время $t=2$ с после начала движения. Построить график зависимости пути s, скорости v и ускорения a от времени t для интервала $0\leqslant t\leqslant 3$ с через 0,5 с.

1.23. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s=A-Bt+Ct^2$, где $A=6$ м, $B=3$ м/с и $C=2$ м/с^2. Найти среднюю скорость $\overline{v}$ и среднее ускорение $\overline{a}$ тела для интервала времени $1\leqslant t\leqslant 4$ с. Построить график зависимости пути s, скорости v и ускорения a от времени t для интервала $0\leqslant t\leqslant 5$ с через 1 с.

1.24. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s=A+Bt+Ct^2$, где $A=3$ м, $B=2$ м/с и $C=1$ м/с^2. Найти среднюю скорость $\overline{v}$ и среднее ускорение $\overline{a}$ тела за первую, вторую и третью секунды его движения.

1.25. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s=A+Bt+Ct^2+Dt^3$, где $C=0{,}14$ м/с^2 и $D=0{,}01$ м/с^3. Через какое время t после начала движения тело будет иметь ускорение $a=1$ м/с^2? Найти среднее ускорение $\overline{a}$ тела за этот промежуток времени.

1.26. С башни высотой $h=25$ м горизонтально брошен камень со скоростью $v_x=15$ м/с. Какое время t камень будет в движении? На каком расстоянии l от основания башни он упадет на землю? С какой скоростью v он упадет на землю? Какой угол φ составит траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю?

1.27. Камень, брошенный горизонтально, упал на землю через время $t=0{,}5$ с на расстоянии $l=5$ м по горизонтали от места бросания. С какой высоты h брошен камень? С какой скоростью v_x он брошен? С какой скоростью v он упадет на землю? Какой угол φ составит траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю?

1.28. Мяч, брошенный горизонтально, ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии $l=5$ м от места бросания. Высота места удара мяча о стенку на $\Delta h=1$ м меньше высоты h, с которой брошен мяч. С какой скоростью v_x брошен мяч? Под каким углом φ мяч подлетает к поверхности стенки?

1.29. Камень, брошенный горизонтально, через время $t=0{,}5$ с после начала движения имел скорость v, в 1,5 раза большую скорости v_x в момент бросания. С какой скоростью v_x брошен камень?

1.30. Камень брошен горизонтально со скоростью $v_x=15$ м/с. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения камня через время $t=1$ с после начала движения.

1.31. Камень брошен горизонтально со скоростью $v_x=10$ м/с. Найти радиус кривизны R траектории камня через время $t=3$ с после начала движения.

1.32. Мяч брошен со скоростью $v_0=10$ м/с под углом $\alpha=40°$ к горизонту. На какую высоту h поднимется мяч? На каком расстоянии l от места бросания он упадет на землю? Какое время t он будет в движении?

1.33. На спортивных состязаниях в Ленинграде спортсмен толкнул ядро на расстояние $l_1=16{,}2$ м. На какое расстояние l_2 полетит такое же ядро в Ташкенте при той же начальной скорости и при том же угле наклона ее к горизонту? Ускорение свободного падения в Ленинграде $g_1=9{,}819$ м/с^2, в Ташкенте $g_2=9{,}801$ м/с^2.

1.34. Тело брошено со скоростью v_0 под углом к горизонту. Время полета $t=2{,}2$ с. На какую высоту h поднимется тело?

1.35. Камень, брошенный со скоростью $v_0=12$ м/с под углом $\alpha=45°$ к горизонту, упал на землю на расстоянии l от места бросания. С какой высоты h надо бросить камень в горизонтальном направлении, чтобы при той же начальной скорости v_0 он упал на то же место?

1.36. Тело брошено со скоростью $v_0=14{,}7$ м/с под углом $\alpha=30°$ к горизонту. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения тела через время $t=1{,}25$ с после начала движения.

1.37. Тело брошено со скоростью $v_0=10$ м/с под углом $\alpha=45°$ к горизонту. Найти радиус кривизны R траектории тела через время $t=1$ с после начала движения.

1.38. Тело брошено со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Найти скорость v_0 и угол α, если известно, что высота подъема тела $h=3$ м и радиус кривизны траектории тела в верхней точке траектории $R=3$ м.

1.39. С башни высотой $h_0=25$ м брошен камень со скоростью $v_0=15$ м/с под углом $\alpha=30°$ к горизонту. Какое время t камень будет в движении? На каком расстоянии l от основания башни он упадет на землю? С какой скоростью v он упадет на землю? Какой угол φ составит траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю?

1.40. Мяч, брошенный со скоростью $v_0=10$ м/с под углом $\alpha=45°$ к горизонту, ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии $l=3$ м от места бросания. Когда происходит удар мяча о стенку (при подъеме мяча или при его опускании)? На какой высоте h мяч ударит о стенку (считая от высоты, с которой брошен мяч)? Найти скорость v мяча в момент удара.

1.41. Найти угловую скорость ω: а) суточного вращения Земли; б) часовой стрелки на часах; в) минутной стрелки на часах; г) искусственного спутника Земли, движущегося по круговой орбите с периодом вращения $T=88$ мин. Какова линейная скорость v движения этого искусственного спутника, если известно, что его орбита расположена на расстоянии $h=200$ км от поверхности Земли?

1.42. Найти линейную скорость v вращения точек земной поверхности на широте Ленинграда ($\varphi=60°$).

1.43. С какой линейной скоростью должен двигаться самолет на экваторе с востока на запад, чтобы пассажирам этого самолета Солнце казалось неподвижным?

1.44. Ось с двумя дисками, расположенными на расстоянии $l=0{,}5$ м друг от друга, вращается с частотой $n=1600$ об/мин. Пуля, летящая вдоль оси, пробивает оба диска; при этом отверстие от пули во втором диске смещено относительно отверстия в первом диске на угол $\varphi=12°$. Найти скорость v пули.

1.45. Найти радиус R вращающегося колеса, если известно, что линейная скорость v_1 точки, лежащей на ободе, в 2,5 раза больше линейной скорости v_2 точки, лежащей на расстоянии $r=5$ см ближе к оси колеса.

1.46. Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости $\omega=20$ рад/с через $N=10$ об после начала вращения. Найти угловое ускорение ε колеса.

1.47. Колесо, вращаясь равноускоренно, через время $t=1$ мин после начала вращения приобретает частоту $n=720$ об/мин. Найти угловое ускорение ε колеса и число оборотов N колеса за это время.

1.48. Колесо, вращаясь равнозамедленно, за время $t=1$ мин уменьшило свою частоту с $n_1=300$ об/мин до $n_2=180$ об/мин. Найти угловое ускорение ε колеса и число оборотов N колеса за это время.

1.49. Вентилятор вращается с частотой $n=900$ об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки $N=75$ об. Какое время t прошло с момента выключения вентилятора до полной его остановки?

1.50. Вал вращается с частотой $n=180$ об/мин. С некоторого момента вал начал вращаться равнозамедленно с угловым ускорением $\varepsilon=3$ рад/с^2. Через какое время t вал остановится? Найти число оборотов N вала до остановки.

1.51. Точка движется по окружности радиусом $R=20$ см с постоянным тангенциальным ускорением $a_\tau=5$ см/с^2. Через какое время t после начала движения нормальное ускорение a_n точки будет: а) равно тангенциальному; б) вдвое больше тангенциального?

1.52. Точка движется по окружности радиусом $R=10$ см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ. Найти тангенциальное ускорение a_τ точки, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки $v=79{,}2$ см/с.

1.53. Точка движется по окружности радиусом $R=10$ см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ. Найти нормальное ускорение a_n точки через время $t=20$ с после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки $v=10$ см/с.

1.54. В первом приближении можно считать, что электрон в атоме водорода движется по круговой орбите с линейной скоростью v. Найти угловую скорость ω вращения электрона вокруг ядра и его нормальное ускорение a_n. Считать радиус орбиты $r=0{,}5\cdot10^{-10}$ м и линейную скорость электрона на этой орбите $v=2{,}2\cdot10^6$ м/с.

1.55. Колесо радиусом $R=10$ см вращается с угловым ускорением $\varepsilon=3{,}14$ рад/с^2. Найти для точек на ободе колеса к концу первой секунды после начала движения: а) угловую скорость ω; б) линейную скорость v; в) тангенциальное ускорение a_τ; г) нормальное ускорение a_n;

д) полное ускорение a; е) угол α, составляемый вектором полного ускорения с радиусом колеса.

1.56. Точка движется по окружности радиуса $R=2$ см. Зависимость пути от времени дается уравнением $s=Ct^3$, где $C=0{,}1$ см/с^3. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения точки в момент, когда линейная скорость точки $v=0{,}3$ м/с.

1.57. Точка движется по окружности так, что зависимость пути от времени дается уравнением $s=A-Bt+Ct^2$, где $B=2$ м/с и $C=1$ м/с^2. Найти линейную скорость v точки, ее тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения через время $t=3$ с после начала движения, если известно, что при $t'=2$ с нормальное ускорение точки $a'_n=0{,}5$ м/с^2.

1.58. Найти угловое ускорение ε колеса, если известно, что через время $t=2$ с после начала движения вектор полного ускорения точки, лежащей на ободе, составляет угол $\alpha=60°$ с вектором ее линейной скорости.

1.59. Колесо вращается с угловым ускорением $\varepsilon=2$ рад/с^2. Через время $t=0{,}5$ с после начала движения полное ускорение колеса $a=13{,}6$ см/с^2. Найти радиус R колеса.

1.60. Колесо радиусом $R=0{,}1$ м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi=A+Bt+Ct^3$, где $B=2$ рад/с и $C=1$ рад/с^3. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через время $t=2$ с после начала движения: а) угловую скорость ω; б) линейную скорость v; в) угловое ускорение ε; д) тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения.

1.61. Колесо радиусом $R=5$ см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi=A+Bt+Ct^2+Dt^3$, где $D=1$ рад/с^3. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти изменение тангенциального ускорения Δa_τ за единицу времени.

1.62. Колесо радиусом $R=10$ см вращается так, что зависимость линейной скорости точек, лежащих на ободе колеса, от времени дается уравнением $v=At+Bt^2$, где $A=3$ см/с^2 и $B=1$ см/с^3. Найти угол α, составляемый вектором полного ускорения с радиусом колеса в моменты времени t, равные: 0, 1, 2, 3, 4 и 5 с после начала движения.

1.63. Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi=A+Bt+Ct^2+Dt^3$, где $B=1$ рад/с, $C=1$ рад/с^2 и $D=1$ рад/с^3. Найти радиус R колеса, если известно, что

к концу второй секунды движения для точек, лежащих на ободе колеса, нормальное ускорение $a_n = 3{,}46 \cdot 10^3$ м/с^2.

1.64. Во сколько раз нормальное ускорение a_n точки, лежащей на ободе вращающегося колеса, больше ее тангенциального ускорения a_τ для того момента, когда вектор полного ускорения точки составляет угол $\alpha = 30°$ с вектором ее линейной скорости?

§ 2. Динамика

Основной закон динамики (второй закон Ньютона) выражается уравнением

$$F\,dt = d\,(mv).$$

Если масса m постоянна, то

$$F = m\frac{dv}{dt} = ma,$$

где a — ускорение, которое приобретает тело массой m под действием силы F.

Работа силы F при перемещении s может быть выражена формулой

$$A = \int_s F_s\,ds,$$

где F_s — проекция силы на направление перемещения, ds — длина перемещения. Интегрирование должно быть распространено на все перемещение s. В случае постоянной силы, действующей под углом α к перемещению, имеем

$$A = Fs\cos\alpha,$$

где α — угол между силой F и перемещением s.

Мощность определяется формулой

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

В случае постоянной мощности

$$N = \frac{A}{t},$$

где A — работа, совершаемая за время t.

Мощность может быть определена также формулой

$$N = Fv\cos\alpha,$$

т. е. произведением скорости движения на проекцию силы на направление движения.

Для кинетической энергии тела массой m, движущегося со скоростью v, имеем

$$W_к = \frac{mv^2}{2}.$$

Формулы для потенциальной энергии имеют разный вид в зависимости от характера действующих сил.

В изолированной системе импульс входящих в нее тел остается постоянным, т. е.

$$m_1v_1+m_2v_2+\ldots+m_nv_n=\text{const}.$$

При неупругом центральном ударе двух тел с массами m_1 и m_2 общая скорость движения этих тел после удара может быть найдена по формуле

$$u=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2},$$

где v_1 — скорость первого тела до удара и v_2 — скорость второго тела до удара.

При упругом центральном ударе тела будут двигаться с различными скоростями. Скорость первого тела после удара

$$u_1=\frac{(m_1-m_2)\,v_1+2m_2v_2}{m_1+m_2};$$

скорость второго тела после удара

$$u_2=\frac{(m_2-m_1)\,v_2+2m_1v_1}{m_1+m_2}.$$

При криволинейном движении сила, действующая на материальную точку, может быть разложена на две составляющие: тангенциальную и нормальную. Нормальная составляющая

$$F_n=\frac{mv^2}{R}$$

является центростремительной силой. Здесь v — линейная скорость движения тела массой m, R — радиус кривизны траектории в данной точке.

Сила, вызывающая упругую деформацию x, пропорциональна деформации, т. е.

$$F=kx,$$

где k — жесткость (коэффициент, численно равный силе, вызывающей деформацию, равную единице).

Потенциальная энергия упругого тела

$$W_{\text{п}}=\frac{kx^2}{2}.$$

Две материальные точки (т. е. такие тела, размеры которых малы по сравнению с их взаимным расстоянием) притягиваются друг к другу с силой

$$F=G\frac{m_1m_2}{r^2},$$

где $G=6{,}6720\cdot10^{-11}$ Н·м²/кг² — гравитационная постоянная, m_1 и m_2 — массы взаимодействующих материальных точек, r — расстояние между ними. Этот закон справедлив и для однородных шаров; при этом r — расстояние между их центрами масс.

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия тел

$$W_{\text{п}}=-G\frac{m_1m_2}{r}.$$

Знак «минус» соответствует тому, что при $r=\infty$ потенциальная энергия двух взаимодействующих тел равна нулю; при сближении этих тел потенциальная энергия убывает.

Третий закон Кеплера имеет вид

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{R_1^3}{R_2^3},$$

где T_1 и T_2 — периоды вращения планет, R_1 и R_2 — большие полуоси их орбит. В случае круговой орбиты роль большой полуоси играет радиус орбиты.

2.1. Какой массы m_x балласт надо сбросить с равномерно опускающегося аэростата, чтобы он начал равномерно подниматься с той же скоростью? Масса аэростата с балластом $m=1600$ кг, подъемная сила аэростата $F=12$ кН. Считать силу сопротивления $F_{\text{сопр}}$ воздуха одной и той же при подъеме и при спуске.

2.2. К нити подвешен груз массой $m=1$ кг. Найти силу натяжения нити T, если нить с грузом: а) поднимать с ускорением $a=5$ м/с²; б) опускать с тем же ускорением $a=5$ м/с².

2.3. Стальная проволока некоторого диаметра выдерживает силу натяжения $T=4{,}4$ кН. С каким наибольшим ускорением a можно поднимать груз массой $m=400$ кг, подвешенный на этой проволоке, чтобы она не разорвалась?

2.4. Масса лифта с пассажирами $m=800$ кг. С каким ускорением a и в каком направлении движется лифт, если известно, что сила натяжения троса, поддерживающего лифт: а) $T=12$ кН; б) $T=6$ кН?

2.5. К нити подвешена гиря. Если поднимать гирю с ускорением $a_1=2$ м/с², то сила натяжения нити T_1 будет вдвое меньше той силы натяжения T_2, при которой нить разрывается. С каким ускорением a_2 надо поднимать гирю, чтобы нить разорвалась?

2.6. Автомобиль массой $m=1020$ кг, двигаясь равнозамедленно, останавливается через время $t=5$ с, пройдя

путь $s=25$ м. Найти начальную скорость v_0 автомобиля и силу торможения F.

2.7. Поезд массой $m=500$ т, двигаясь равнозамедленно, в течение времени $t=1$ мин уменьшает свою скорость от $v_1=40$ км/ч до $v_2=28$ км/ч. Найти силу торможения F.

2.8. Вагон массой $m=20$ т движется с начальной скоростью $v_0=54$ км/ч. Найти среднюю силу $\overline{F}$, действующую на вагон, если известно, что вагон останавливается в течение времени: а) $t=1$ мин 40 с; б) $t=10$ с; в) 1 с.

2.9. Какую силу F надо приложить к вагону, стоящему на рельсах, чтобы вагон стал двигаться равноускоренно и за время $t=30$ с прошел путь $s=11$ м? Масса вагона $m=16$ т. Во время движения на вагон действует сила трения $F_{тр}$, равная 0,05 действующей на него силы тяжести mg.

2.10. Поезд массой $m=500$ т после прекращения тяги паровоза под действием силы трения $F_{тр}=98$ кН останавливается через время $t=1$ мин. С какой скоростью v_0 шел поезд?

2.11. Вагон массой $m=20$ т движется равнозамедленно, имея начальную скорость $v_0=54$ км/ч и ускорение $a=-0{,}3$ м/с^2. Какая сила торможения F действует на вагон? Через какое время t вагон остановится? Какое расстояние s вагон пройдет до остановки?

2.12. Тело массой $m=0{,}5$ кг движется прямолинейно, причем зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s=A-Bt+Ct^2-Dt^3$, где $C=5$ м/с^2 и $D=1$ м/с^3. Найти силу F, действующую на тело в конце первой секунды движения.

2.13. Под действием силы $F=10$ Н тело движется прямолинейно так, что зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s=A-Bt+Ct^2$, где $C=1$ м/с^2. Найти массу m тела.

2.14. Тело массой $m=0{,}5$ кг движется так, что зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s=A\sin\omega t$, где $A=5$ см и $\omega=\pi$ рад/с. Найти силу F, действующую на тело через время $t=(1/6)$ с после начала движения.

2.15. Молекула массой $m=4{,}65\cdot10^{-26}$ кг, летящая по нормали к стенке сосуда со скоростью $v=600$ м/с, ударяется о стенку и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти импульс силы $F\Delta t$, полученный стенкой за время удара.

2.16. Молекула массой $m=4{,}65\cdot10^{-26}$ кг, летящая со скоростью $v=600$ м/с, ударяется о стенку сосуда под уг-

лом $\alpha=60°$ к нормали и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти импульс силы $F\Delta t$, полученный стенкой за время удара.

2.17. Шарик массой $m=0{,}1$ кг, падая с некоторой высоты, ударяется о наклонную плоскость и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha=30°$. За время удара плоскость получает импульс силы $F\Delta t=1{,}73$ Н·с. Какое время t пройдет от момента удара шарика о плоскость до момента, когда он будет находиться в наивысшей точке траектории?

2.18. Струя воды сечением $S=6$ см^2 ударяется о стенку под углом $\alpha=60°$ к нормали и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти силу F, действующую на стенку, если известно, что скорость течения воды в струе $v=12$ м/с.

2.19. Трамвай, трогаясь с места, движется с ускорением $a=0{,}5$ м/с^2. Через время $t=12$ с после начала движения мотор выключается и трамвай движется до остановки равнозамедленно. Коэффициент трения на всем пути $k=0{,}01$. Найти наибольшую скорость v и время t движения трамвая. Каково его ускорение a при равнозамедленном движении? Какое расстояние s пройдет трамвай за время движения?

2.20. На автомобиль массой $m=1$ т во время движения действует сила трения $F_{тр}$, равная 0,1 действующей на него силы тяжести mg. Какова должна быть сила тяги F, развиваемая мотором автомобиля, чтобы автомобиль двигался: а) равномерно; б) с ускорением $a=2$ м/с^2?

2.21. Какой угол α с горизонтом составляет поверхность бензина в баке автомобиля, движущегося горизонтально с ускорением $a=2{,}44$ м/с^2?

2.22. Шар на нити подвешен к потолку трамвайного вагона. Вагон тормозится, и его скорость за время $t=3$ с равномерно уменьшается от $v_1=18$ км/ч до $v_2=6$ км/ч. На какой угол α отклонится при этом нить с шаром?

2.23. Вагон тормозится, и его скорость за время $t=3{,}3$ с равномерно уменьшается от $v_1=47{,}5$ км/ч до $v_2=30$ км/ч. Каким должен быть предельный коэффициент трения k между чемоданом и полкой, чтобы чемодан при торможении начал скользить по полке?

2.24. Канат лежит на столе так, что часть его свешивается со стола, и начинает скользить тогда, когда длина свешивающейся части составляет 1/4 его длины. Найти коэффициент трения k каната о стол.

2.25. На автомобиль массой $m=1$ т во время движения действует сила трения $F_{тр}$, равная 0,1 действующей на него

силы тяжести mg. Найти силу тяги F, развиваемую мотором автомобиля, если автомобиль движется с постоянной скоростью: а) в гору с уклоном 1 м на каждые 25 м пути; б) под гору с тем же уклоном.

2.26. На автомобиль массой $m=1$ т во время движения действует сила трения $F_{тр}$, равная 0,1 действующей на него силы тяжести mg. Найти силу тяги F, развиваемую мотором автомобиля, если автомобиль движется с ускорением $a=1$ м/с^2 в гору с уклоном 1 м на каждые 25 м пути.

2.27. Тело лежит на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha=4°$. При каком предельном коэффициенте трения k тело начнет скользить по наклонной плоскости? С каким ускорением a будет скользить тело по плоскости, если коэффициент трения $k=0{,}03$? Какое время t потребуется для прохождения при этих условиях пути $s=100$ м? Какую скорость v тело будет иметь в конце пути?

2.28. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha=45°$. Пройдя путь $s=36{,}4$ см, тело приобретает скорость $v=2$ м/с. Найти коэффициент трения k тела о плоскость.

2.29. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha=45°$. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s=Ct^2$, где $C=1{,}73$ м/с^2. Найти коэффициент трения k тела о плоскость.

2.30. Две гири с массами $m_1=2$ кг и $m_2=1$ кг соединены нитью и перекинуты через невесомый блок. Найти ускорение a, с которым движутся гири, и силу натяжения нити T. Трением в блоке пренебречь.

2.31. Невесомый блок укреплен на конце стола (рис. 1). Гири 1 и 2 одинаковой массы $m_1=m_2=1$ кг соединены нитью и перекинуты через блок. Коэффициент трения гири 2

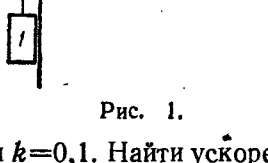


Рис. 1.

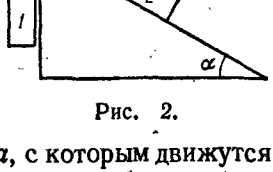


Рис. 2.

о стол $k=0{,}1$. Найти ускорение a, с которым движутся гири, и силу натяжения нити T. Трением в блоке пренебречь.

2.32. Невесомый блок укреплен в вершине наклонной плоскости (рис. 2), составляющей с горизонтом угол $\alpha=30°$.

Гири 1 и 2 одинаковой массы $m_1=m_2=1$ кг соединены нитью и перекинуты через блок. Найти ускорение a, с которым движутся гири, и силу натяжения нити T. Трением гири 2 о наклонную плоскость и трением в блоке пренебречь.

2.33. Решить предыдущую задачу при условии, что коэффициент трения гири 2 о наклонную плоскость $k=0{,}1$.

2.34. Невесомый блок укреплен в вершине двух наклонных плоскостей, составляющих с горизонтом углы $\alpha=30°$ и $\beta=45°$ (рис. 3). Гири 1 и 2 одинаковой массы $m_1=m_2=1$ кг соединены нитью и перекинуты через блок. Найти ускорение a, с которым движутся гири, и силу натяжения нити T. Трением гирь 1 и 2 о наклонные плоскости, а также трением в блоке пренебречь.

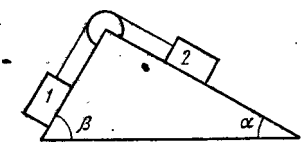


Рис. 3.

2.35. Решить предыдущую задачу при условии, что коэффициенты трения гирь 1 и 2 о наклонные плоскости $k_1=k_2=0{,}1$. Показать, что из формул, дающих решение этой задачи, можно получить, как частные случаи, решения задач 2.30—2.34.

2.36. При подъеме груза массой $m=2$ кг на высоту $h=1$ м сила F совершает работу $A=78{,}5$ Дж. С каким ускорением a поднимается груз?

2.37. Самолет поднимается и на высоте $h=5$ км достигает скорости $v=360$ км/ч. Во сколько раз работа A_1, совершаемая при подъеме против силы тяжести, больше работы A_2, идущей на увеличение скорости самолета?

2.38. Какую работу A надо совершить, чтобы заставить движущееся тело массой $m=2$ кг: а) увеличить скорость от $v_1=2$ м/с до $v_2=5$ м/с; б) остановиться при начальной скорости $v_0=8$ м/с?

2.39. Мяч, летящий со скоростью $v_1=15$ м/с, отбрасывается ударом ракетки в противоположном направлении со скоростью $v_2=20$ м/с. Найти изменение импульса $m\Delta v$ мяча, если известно, что изменение его кинетической энергии $\Delta W=8{,}75$ Дж.

2.40. Камень, пущенный по поверхности льда со скоростью $v=3$ м/с, прошел до остановки расстояние $s=20{,}4$ м. Найти коэффициент трения k камня о лед.

2.41. Вагон массой $m=20$ т, двигаясь равнозамедленно с начальной скоростью $v_0=54$ км/ч, под действием силы трения $F_{тр}=6$ кН через некоторое время останавливается. Найти работу A сил трения и расстояние s, которое вагон пройдет до остановки.

2.42. Шофер автомобиля, имеющего массу $m=1$ т, начинает тормозить на расстоянии $s=25$ м от препятствия на дороге. Сила трения в тормозных колодках автомобиля $F_{тр}=3{,}84$ кН. При какой предельной скорости v движения автомобиль успеет остановиться перед препятствием? Трением колес о дорогу пренебречь.

2.43. Трамвай движется с ускорением $a=49{,}0$ см/с^2. Найти коэффициент трения k, если известно, что 50% мощности мотора идет на преодоление силы трения и 50% — на увеличение скорости движения.

2.44. Найти работу A, которую надо совершить, чтобы увеличить скорость движения тела массой $m=1$ т от $v_1=2$ м/с до $v_2=6$ м/с на пути $s=10$ м. На всем пути действует сила трения $F_{тр}=2$ Н.

2.45. На автомобиль массой $M=1$ т во время движения действует сила трения $F_{тр}$, равная 0,1 действующей на него силы тяжести mg. Какую массу m бензина расходует двигатель автомобиля на то, чтобы на пути $s=0{,}5$ км увеличить скорость движения автомобиля от $v_1=10$ км/ч до $v_2=40$ км/ч? К. п. д. двигателя $\eta=0{,}2$, удельная теплота сгорания бензина $q=46$ МДж/кг.

2.46. Какую массу m бензина расходует двигатель автомобиля на пути $s=100$ км, если при мощности двигателя $N=11$ кВт скорость его движения $v=30$ км/ч? К. п. д. двигателя $\eta=0{,}22$, удельная теплота сгорания бензина $q=46$ МДж/кг.

2.47. Найти к. п. д. η двигателя автомобиля, если известно, что при скорости движения $v=40$ км/ч двигатель потребляет объем $V=13{,}5$ л бензина на пути $s=100$ км и что развиваемая двигателем мощность $N=12$ кВт. Плотность бензина $\rho=0{,}8\cdot10^3$ кг/м^3, удельная теплота сгорания бензина $q=46$ МДж/кг.

2.48. Камень массой $m=1$ кг брошен вертикально вверх с начальной скоростью $v_0=9{,}8$ м/с. Построить график зависимости от времени t кинетической $W_к$, потенциальной $W_п$ и полной W энергий камня для интервала $0\leqslant t\leqslant 2$ с через 0,2 с (см. решение 1.11).

2.49. В условиях предыдущей задачи построить график зависимости от расстояния h кинетической $W_к$, потенциальной $W_п$ и полной W энергий камня.

2.50 *). Камень падает с некоторой высоты в течение времени $t=1{,}43$ с. Найти кинетическую $W_к$ и потенциальную

*) Напомним, что сопротивлением воздуха следует пренебречь, если оно не задано в условии.

$W_п$ энергии камня в средней точке пути. Масса камня $m=2$ кг.

2.51. С башни высотой $h=25$ м горизонтально брошен камень со скоростью $v_0=15$ м/с. Найти кинетическую $W_к$ и потенциальную $W_п$ энергии камня через время $t=1$ с после начала движения. Масса камня $m=0{,}2$ кг.

2.52. Камень брошен со скоростью $v_0=15$ м/с под углом $\alpha=60°$ к горизонту. Найти кинетическую $W_к$, потенциальную $W_п$ и полную W энергии камня: а) через время $t=1$ с после начала движения; б) в высшей точке траектории. Масса камня $m=0{,}2$ кг.

2.53. На толкание ядра, брошенного под углом $\alpha=30°$ к горизонту, затрачена работа $A=216$ Дж. Через какое время t и на каком расстоянии s_x от места бросания ядро упадет на землю? Масса ядра $m=2$ кг.

2.54. Тело массой $m=10$ г движется по окружности радиусом $R=6{,}4$ см. Найти тангенциальное ускорение a_τ тела, если известно, что к концу второго оборота после начала движения его кинетическая энергия $W_к=0{,}8$ мДж.

2.55. Тело массой $m=1$ кг скользит сначала по наклонной плоскости высотой $h=1$ м и длиной склона $l=10$ м, а затем по горизонтальной поверхности. Коэффициент трения на всем пути $k=0{,}05$. Найти: а) кинетическую энергию $W_к$ тела у основания плоскости; б) скорость v тела у основания плоскости; в) расстояние s, пройденное телом по горизонтальной поверхности до остановки.

2.56. Тело скользит сначала по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha=8°$ с горизонтом, а затем по горизонтальной поверхности. Найти коэффициент трения k на всем пути, если известно, что тело проходит по горизонтальной поверхности то же расстояние, что и по наклонной плоскости.

2.57. Тело массой $m=3$ кг, имея начальную скорость $v_0=0$, скользит по наклонной плоскости высотой $h=0{,}5$ м и длиной склона $l=1$ м и приходит к основанию наклонной плоскости со скоростью $v=2{,}45$ м/с. Найти коэффициент трения k тела о плоскость и количество теплоты Q, выделенное при трении.

2.58. Автомобиль массой $m=2$ т движется в гору с уклоном 4 м на каждые 100 м пути. Коэффициент трения $k=0{,}08$. Найти работу A, совершаемую двигателем автомобиля на пути $s=3$ км, и мощность N, развиваемую двигателем, если известно, что путь $s=3$ км был пройден за время $t=4$ мин.

2.59. Какую мощность N развивает двигатель автомобиля массой $m=1$ т, если известно, что автомобиль едет с по-

стоянной скоростью $v=36$ км/ч: а) по горизонтальной дороге; б) в гору с уклоном 5 м на каждые 100 м пути; в) под гору с тем же уклоном? Коэффициент трения $k=0{,}07$.

2.60. Автомобиль массой $m=1$ т движется при выключенном моторе с постоянной скоростью $v=54$ км/ч под гору с уклоном 4 м на каждые 100 м пути. Какую мощность N должен развивать двигатель автомобиля, чтобы автомобиль двигался с такой же скоростью в гору?

2.61. На рельсах стоит платформа массой $m_1=10$ т. На платформе закреплено орудие массой $m_2=5$ т, из которого производится выстрел вдоль рельсов. Масса снаряда $m_3=100$ кг; его начальная скорость относительно орудия $v_0=500$ м/с. Найти скорость u платформы в первый момент после выстрела, если: а) платформа стояла неподвижно; б) платформа двигалась со скоростью $v=18$ км/ч и выстрел был произведен в направлении ее движения; в) платформа двигалась со скоростью $v=18$ км/ч и выстрел был произведен в направлении, противоположном направлению ее движения.

2.62. Из ружья массой $m_1=5$ кг вылетает пуля массой $m_2=5$ г со скоростью $v_2=600$ м/с. Найти скорость v_1 отдачи ружья.

2.63. Человек массой $m_1=60$ кг, бегущий со скоростью $v_1=8$ км/ч, догоняет тележку массой $m_2=80$ кг, движущуюся со скоростью $v_2=2{,}9$ км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью u будет двигаться тележка? С какой скоростью u' будет двигаться тележка, если человек бежал ей навстречу?

2.64. Снаряд массой $m_1=100$ кг, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью $v_1=500$ м/с, попадает в вагон с песком, масса которого $m_2=10$ т, и застревает в нем. Какую скорость u получит вагон, если: а) вагон стоял неподвижно; б) вагон двигался со скоростью $v_2=36$ км/ч в том же направлении, что и снаряд; в) вагон двигался со скоростью $v_2=36$ км/ч в направлении, противоположном движению снаряда?

2.65. Граната, летящая со скоростью $v=10$ м/с, разорвалась на два осколка. Бóльший осколок, масса которого составляла 0,6 массы всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью $u_1=25$ м/с. Найти скорость u_2 меньшего осколка.

2.66. Тело массой $m_1=1$ кг, движущееся горизонтально со скоростью $v_1=1$ м/с, догоняет второе тело массой $m_2=0{,}5$ кг и неупруго соударяется с ним. Какую скорость u получат тела, если: а) второе тело стояло неподвижно;

б) второе тело двигалось со скоростью $v_2=0{,}5$ м/с в том же направлении, что и первое тело; в) второе тело двигалось со скоростью $v_2=0{,}5$ м/с в направлении, противоположном направлению движения первого тела.

2.67. Конькобежец массой $M=70$ кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m=3$ кг со скоростью $v=8$ м/с. На какое расстояние s откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед $k=0{,}02$?

2.68. Человек, стоящий на неподвижной тележке, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m=2$ кг. Тележка с человеком покатилась назад, и в первый момент после бросания ее скорость была $v=0{,}1$ м/с. Масса тележки с человеком $M=100$ кг. Найти кинетическую энергию $W_к$ брошенного камня через время $t=0{,}5$ с после начала его движения.

2.69. Тело массой $m_1=2$ кг движется навстречу второму телу массой $m_2=1{,}5$ кг и неупруго соударяется с ним. Скорости тел непосредственно перед ударом были $v_1=1$ м/с и $v_2=2$ м/с. Какое время t будут двигаться эти тела после удара, если коэффициент трения $k=0{,}05$?

2.70. Автомат выпускает пули с частотой $n=600$ мин$^{-1}$. Масса каждой пули $m=4$ г, ее начальная скорость $v=500$ м/с. Найти среднюю силу отдачи $\bar{F}$ при стрельбе.

2.71. На рельсах стоит платформа массой $m_1=10$ т. На платформе закреплено орудие массой $m_2=5$ т, из которого производится выстрел вдоль рельсов. Масса снаряда $m_3=100$ кг, его начальная скорость относительно орудия $v_0=500$ м/с. На какое расстояние s откатится платформа при выстреле, если а) платформа стояла неподвижно; б) платформа двигалась со скоростью $v=18$ км/ч и выстрел был произведен в направлении ее движения; в) платформа двигалась со скоростью $v=18$ км/ч и выстрел был произведен в направлении, противоположном направлению ее движения. Коэффициент трения платформы о рельсы $k=0{,}002$.

2.72. Из орудия массой $m_1=5$ т вылетает снаряд массой $m_2=100$ кг. Кинетическая энергия снаряда при вылете $W_{к2}=7{,}5$ МДж. Какую кинетическую энергию $W_{к1}$ получает орудие вследствие отдачи?

2.73. Тело массой $m_1=2$ кг движется со скоростью $v_1=3$ м/с и нагоняет тело массой $m_2=8$ кг, движущееся со скоростью $v_2=1$ м/с. Считая удар центральным, найти скорости u_1 и u_2 тел после удара, если удар: а) неупругий; б) упругий.

2.74. Каково должно быть соотношение между массами m_1 и m_2 тел предыдущей задачи, чтобы при упругом ударе первое тело остановилось?

2.75. Тело массой $m_1=3$ кг движется со скоростью $v=4$ м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, найти количество теплоты Q, выделившееся при ударе.

2.76. Тело массой $m_1=5$ кг ударяется о неподвижное тело массой $m_2=2{,}5$ кг, которое после удара начинает двигаться с кинетической энергией $W'_{к2}=5$ Дж. Считая удар центральным и упругим, найти кинетические энергии $W_{к1}$ и $W'_{к1}$ первого тела до и после удара.

2.77. Тело массой $m_1=5$ кг ударяется о неподвижное тело массой $m_2=2{,}5$ кг. Кинетическая энергия системы двух тел непосредственно после удара стала $W'_к=5$ Дж. Считая удар центральным и неупругим, найти кинетическую энергию $W_{к1}$ первого тела до удара.

2.78. Два тела движутся навстречу друг другу и соударяются неупруго. Скорости тел до удара были $v_1=2$ м/с и $v_2=4$ м/с. Общая скорость тел после удара $u=1$ м/с и по направлению совпадает с направлением скорости v_1. Во сколько раз кинетическая энергия $W_{к1}$ первого тела была больше кинетической энергии $W_{к2}$ второго тела?

2.79. Два шара с массами $m_1=0{,}2$ кг и $m_2=0{,}1$ кг подвешены на нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Первый шар отклоняют на высоту $h_0=4{,}5$ см и отпускают. На какую высоту h поднимутся шары после удара, если удар: а) упругий; б) неупругий?

2.80. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на невесомом жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от центра шара до точки подвеса стержня $l=1$ м. Найти скорость v пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол $\alpha=10°$.

2.81. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на невесомом жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули $m_1=5$ г, масса шара $m_2=0{,}5$ кг. Скорость пули $v_1=500$ м/с. При каком предельном расстоянии l от центра шара до точки подвеса стержня шар от удара пули поднимется до верхней точки окружности?

2.82. Деревянным молотком, масса которого $m_1=0{,}5$ кг, ударяют о неподвижную стенку. Скорость молотка в момент удара $v_1=1$ м/с. Считая коэффициент восстановления при ударе молотка о стенку $k=0{,}5$, найти количество теплоты Q, выделившееся при ударе. (Коэффициентом восста-

новления материала тела называется отношение скорости тела после удара к его скорости до удара.)

2.83. В условиях предыдущей задачи найти импульс силы $F\,\Delta t$, полученный стенкой за время удара.

2.84. Деревянный шарик массой $m=0{,}1$ кг падает с высоты $h_1=2$ м. Коэффициент восстановления при ударе шарика о пол $k=0{,}5$. Найти высоту h_2, на которую поднимается шарик после удара о пол, и количество теплоты Q, выделившееся при ударе.

2.85. Пластмассовый шарик, падая с высоты $h_1=1$ м, несколько раз отскакивает от пола. Найти коэффициент восстановления k при ударе шарика о пол, если с момента падения до второго удара о пол прошло время $t=1{,}3$ с.

2.86. Стальной шарик, падая с высоты $h_1=1{,}5$ м на стальную плиту, отскакивает от нее со скоростью $v_2=0{,}75\,v_1$, где v_1— скорость, с которой он подлетает к плите. На какую высоту h_2 он поднимется? Какое время t пройдет с момента падения шарика до второго удара о плиту?

2.87. Металлический шарик, падая с высоты $h_1=1$ м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $h_2=81$ см. Найти коэффициент восстановления k при ударе шарика о плиту.

2.88. Стальной шарик массой $m=20$ г, падая с высоты $h_1=1$ м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $h_2=81$ см. Найти импульс силы $F\,\Delta t$, полученный плитой за время удара, и количество теплоты Q, выделившееся при ударе.

2.89. Движущееся тело массой m_1 ударяется о неподвижное тело массой m_2. Считая удар неупругим и центральным, найти, какая часть кинетической энергии $W_{к1}$ первого тела переходит при ударе в тепло. Задачу решить сначала в общем виде, а затем рассмотреть случаи: а) $m_1=m_2$; б) $m_1=9m_2$.

2.90. Движущееся тело массой m_1 ударяется о неподвижное тело массой m_2. Считая удар упругим и центральным, найти, какую часть кинетической энергии $W_{к1}$ первое тело передает второму при ударе. Задачу решить сначала в общем виде, а затем рассмотреть случаи: а) $m_1=m_2$; б) $m_1=9m_2$.

2.91. Движущееся тело массой m_1 ударяется о неподвижное тело массой m_2. Каким должно быть отношение масс m_1/m_2, чтобы при центральном упругом ударе скорость первого тела уменьшилась в 1,5 раза? С какой кинетической энергией $W_{к2}$ начнет двигаться при этом второе

тело, если первоначальная кинетическая энергия первого тела $W_{к1}=1$ кДж?

2.92. Нейтрон (масса m_0) ударяется о неподвижное ядро атома углерода ($m=12\,m_0$). Считая удар центральным и упругим, найти, во сколько раз уменьшится кинетическая энергия $W_к$ нейтрона при ударе.

2.93. Нейтрон (масса m_0) ударяется о неподвижное ядро: а) атома углерода ($m=12\,m_0$); б) атома урана ($m=235\,m_0$). Считая удар центральным и упругим, найти, какую часть скорости v потеряет нейтрон при ударе.

2.94. На какую часть уменьшается вес тела на экваторе вследствие вращения Земли вокруг оси?

2.95. Какой продолжительности T должны были бы быть сутки на Земле, чтобы тела на экваторе не имели веса?

2.96. Трамвайный вагон массой $m=5$ т идет по закруглению радиусом $R=128$ м. Найти силу бокового давления F колес на рельсы при скорости движения $v=9$ км/ч.

2.97. Ведерко с водой, привязанное к веревке длиной $l=60$ см, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Найти наименьшую скорость v вращения ведерка, при которой в высшей точке вода из него не выливается. Какова сила натяжения веревки T при этой скорости в высшей и низшей точках окружности? Масса ведерка с водой $m=2$ кг.

2.98. Камень, привязанный к веревке длиной $l=50$ см, равномерно вращается в вертикальной плоскости. При какой частоте вращения n веревка разорвется, если известно, что она разрывается при силе натяжения, равной десятикратной силе тяжести, действующей на камень?

2.99. Камень, привязанный к веревке, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Найти массу m камня, если известно, что разность между максимальной и минимальной силами натяжения веревки $\Delta T=10$ Н.

2.100. Гирька, привязанная к нити длиной $l=30$ см, описывает в горизонтальной плоскости окружность радиусом $R=15$ см. С какой частотой n вращается гирька?

2.101. Гирька массой $m=50$ г, привязанная к нити длиной $l=25$ см, описывает в горизонтальной плоскости окружность. Частота вращения гирьки $n=2$ об/с. Найти силу натяжения нити T.

2.102. Диск вращается вокруг вертикальной оси с частотой $n=30$ об/мин. На расстоянии $r=20$ см от оси вращения на диске лежит тело. Каким должен быть коэффициент трения k между телом и диском, чтобы тело не скатилось с диска?

2.103. Самолет, летящий со скоростью $v=900$ км/ч, делает «мертвую петлю». Каким должен быть радиус «мертвой петли» R, чтобы наибольшая сила F, прижимающая летчика к сидению, была равна: а) пятикратной силе тяжести, действующей на летчика; б) десятикратной силе тяжести, действующей на летчика?

2.104. Мотоциклист едет по горизонтальной дороге со скоростью $v=72$ км/ч, делая поворот радиусом $R=100$ м. На какой угол α при этом он должен наклониться, чтобы не упасть при повороте?

2.105. К потолку трамвайного вагона подвешен на нити шар. Вагон идет со скоростью $v=9$ км/ч по закруглению радиусом $R=36{,}4$ м. На какой угол α отклонится при этом нить с шаром?

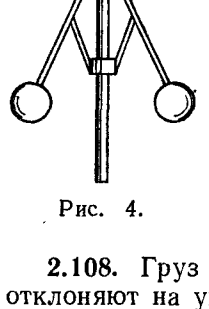


Рис. 4.

2.106. Длина стержней центробежного регулятора (рис. 4) $l=12{,}5$ см. С какой частотой n должен вращаться центробежный регулятор, чтобы грузы отклонились от вертикали на угол, равный: а) $\alpha=60°$; б) $\alpha=30°$?

2.107. Шоссе имеет вираж с уклоном $\alpha=10°$ при радиусе закругления дороги $R=100$ м. На какую скорость v рассчитан вираж?

2.108. Груз массой $m=1$ кг, подвешенный на нити, отклоняют на угол $\alpha=30°$ и отпускают. Найти силу натяжения нити T в момент прохождения грузом положения равновесия.

2.109. Мальчик массой $m=45$ кг вращается на «гигантских шагах» с частотой $n=16$ об/мин. Длина канатов $l=5$ м. Какой угол α с вертикалью составляют канаты «гигантских шагов»? Каковы сила натяжения канатов T и скорость v вращения мальчика?

2.110. Груз массой $m=1$ кг, подвешенный на невесомом стержне длиной $l=0{,}5$ м, совершает колебания в вертикальной плоскости. При каком угле отклонения α стержня от вертикали кинетическая энергия груза в его нижнем положении $W_к=2{,}45$ Дж? Во сколько раз при таком угле отклонения сила натяжения стержня T_1 в нижнем положении больше силы натяжения стержня T_2 в верхнем положении?

2.111. Груз массой m, подвешенный на невесомом стержне, отклоняют на угол $\alpha=90°$ и отпускают. Найти силу натяжения T стержня в момент прохождения грузом положения равновесия.

2.112. Груз массой $m=150$ кг подвешен на стальной проволоке, выдерживающей силу натяжения $T=2{,}94$ кН. На какой наибольший угол α можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохождении грузом положения равновесия?

2.113. Камень массой $m=0{,}5$ кг, привязанный к веревке длиной $l=50$ см, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Сила натяжения веревки в нижней точке окружности $T=44$ Н. На какую высоту h поднимется камень, если веревка обрывается в тот момент, когда скорость направлена вертикально вверх?

2.114. Вода течет по трубе диаметром $d=0{,}2$ м, расположенной в горизонтальной плоскости и имеющей закругление радиусом $R=20{,}0$ м. Найти боковое давление воды P, вызванное центробежной силой. Через поперечное сечение трубы за единицу времени протекает масса воды $m_t=300$ т/ч.

2.115. Вода течет по каналу шириной $b=0{,}5$ м, расположенному в горизонтальной плоскости и имеющему закругление радиусом $R=10$ м. Скорость течения воды $v=5$ м/с. Найти боковое давление воды P, вызванное центробежной силой.

2.116. Найти работу A, которую надо совершить, чтобы сжать пружину на $l=20$ см, если известно, что сила F пропорциональна сжатию l и жесткость пружины $k=2{,}94$ кН/м.

2.117. Найти наибольший прогиб h рессоры от груза массой m, положенного на ее середину, если статический прогиб рессоры от того же груза $h_0=2$ см. Каким будет наибольший прогиб, если тот же груз падает на середину рессоры с высоты $H=1$ м без начальной скорости?

2.118. Акробат прыгает в сетку с высоты $H=8$ м. На какой предельной высоте h над полом надо натянуть сетку, чтобы акробат не ударился о пол при прыжке? Известно, что сетка прогибается на $h_0=0{,}5$ м, если акробат прыгает в нее с высоты $H_0=1$ м.

2.119. Груз положили на чашку весов. Сколько делений покажет стрелка весов при первоначальном отбросе, если после успокоения качаний она показывает 5 делений?

2.120. Груз массой $m=1$ кг падает на чашку весов с высоты $H=10$ см. Каковы показания весов F в момент удара, если после успокоения качаний чашка весов опускается на $h=0{,}5$ см?

2.121. С какой скоростью v двигался вагон массой $m=20$ т, если при ударе о стенку каждый буфер сжался на $l=10$ см? Жесткость пружины каждого буфера $k=1$ МН/м.

2.122. Мальчик, стреляя из рогатки, натянул резиновый шнур так, что его длина стала больше на $\Delta l=10$ см. С какой скоростью v полетел камень массой $m=20$ г? Жесткость шнура $k=1$ кН/м.

2.123. К нижнему концу пружины, подвешенной вертикально, присоединена другая пружина, к концу которой прикреплен груз. Жесткости пружин равны k_1 и k_2. Пренебрегая массой пружин по сравнению с массой груза, найти отношение $W_{п1}/W_{п2}$ потенциальных энергий этих пружин.

2.124. На двух параллельных пружинах одинаковой длины висит невесомый стержень длиной $L=10$ см. Жесткости пружин $k_1=2$ Н/м и $k_2=3$ Н/м. В каком месте стержня надо подвесить груз, чтобы стержень оставался горизонтальным?

2.125. Резиновый мяч массой $m=0{,}1$ кг летит горизонтально с некоторой скоростью и ударяется о неподвижную вертикальную стенку. За время $\Delta t=0{,}01$ с мяч сжимается на $\Delta l=1{,}37$ см; такое же время Δt затрачивается на восстановление первоначальной формы мяча. Найти среднюю силу F, действующую на стенку за время удара.

2.126. Гиря массой $m=0{,}5$ кг, привязанная к резиновому шнуру длиной l_0, описывает в горизонтальной плоскости окружность. Частота вращения гири $n=2$ об/с. Угол отклонения резинового шнура от вертикали $\alpha=30°$. Жесткость шнура $k=0{,}6$ кН/м. Найти длину l_0 нерастянутого резинового шнура.

2.127. Груз массой $m=0{,}5$ кг, привязанный к резиновому шнуру длиной $l_0=9{,}5$ см, отклоняют на угол $\alpha=90°$ и отпускают. Найти длину l резинового шнура в момент прохождения грузом положения равновесия. Жесткость шнура $k=1$ кН/м.

2.128. Мяч радиусом $R=10$ см плавает в воде так, что его центр масс находится на $H=9$ см выше поверхности воды. Какую работу A надо совершить, чтобы погрузить мяч в воду до диаметральной плоскости?

2.129. Шар радиусом $R=6$ см удерживается внешней силой под водой так, что его верхняя точка касается поверхности воды. Какую работу A произведет выталкивающая сила, если отпустить шар и предоставить ему свободно плавать? Плотность материала шара $\rho=0{,}5\cdot10^3$ кг/м^3.

2.130. Шар диаметром $D=30$ см плавает в воде. Какую работу A надо совершить, чтобы погрузить шар в воду на $H=5$ см глубже? Плотность материала шара $\rho=0{,}5\cdot10^3$ кг/м^3.

2.131. Льдина площадью поперечного сечения $S=1$ м^2 и высотой $h=0{,}4$ м плавает в воде. Какую работу A надо совершить, чтобы полностью погрузить льдину в воду?

2.132. Найти силу гравитационного взаимодействия F между двумя протонами, находящимися на расстоянии $r=10^{-16}$ м друг от друга. Масса протона $m=1{,}67\cdot10^{-27}$ кг.

2.133. Два медных шарика с диаметрами $D_1=4$ см и $D_2=6$ см находятся в соприкосновении друг с другом. Найти гравитационную потенциальную энергию $W_п$ этой системы.

2.134. Вычислить гравитационную постоянную G, зная радиус земного шара R, среднюю плотность земли ρ и ускорение свободного падения g у поверхности Земли (см. табл. IV и V).

2.135. Принимая ускорение свободного падения у поверхности Земли равным $g=9{,}80$ м/с^2 и пользуясь данными табл. V, составить таблицу значений средних плотностей планет Солнечной системы.

2.136. Космическая ракета летит на Луну. В какой точке прямой, соединяющей центры масс Луны и Земли, ракета будет притягиваться Землей и Луной с одинаковой силой?

2.137. Сравнить ускорение свободного падения у поверхности Луны $g_л$ с ускорением свободного падения у поверхности Земли $g_з$.

2.138. Как изменится период колебания T математического маятника при перенесении его с Земли на Луну? Указание. Формула для периода колебаний математического маятника приведена в § 12.

2.139. Найти первую космическую скорость v_1, т. е. скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли, чтобы оно начало двигаться вокруг Земли по круговой орбите в качестве ее спутника.

2.140. Найти вторую космическую скорость v_2, т. е. скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли, чтобы оно преодолело земное тяготение и навсегда удалилось от Земли.

2.141. Принимая ускорение свободного падения у поверхности Земли равным $g=9{,}80$ м/с^2 и пользуясь данными табл. V, составить таблицу значений первой и второй космических скоростей у поверхности планет Солнечной системы.

2.142. Найти линейную скорость v движения Земли по круговой орбите.

2.143. С какой линейной скоростью v будет двигаться искусственный спутник Земли по круговой орбите: а) у поверхности Земли; б) на высоте $h=200$ км и $h=7000$ км от поверхности Земли? Найти период обращения T спутника Земли при этих условиях.

2.144. Найти зависимость периода обращения T искусственного спутника, вращающегося по круговой орбите у поверхности центрального тела, от средней плотности ρ этого тела. По данным, полученным при решении задачи 2.135, составить таблицу значений периодов обращения искусственных спутников вокруг планет Солнечной системы.

2.145. Найти центростремительное ускорение a_n, с которым движется по круговой орбите искусственный спутник Земли, находящийся на высоте $h=200$ км от поверхности Земли.

2.146. Планета Марс имеет два спутника — Фобос и Деймос. Первый находится на расстоянии $r=0{,}95\cdot10^4$ км от центра масс Марса, второй — на расстоянии $r=2{,}4\cdot10^4$ км. Найти периоды обращения T_1 и T_2 этих спутников вокруг Марса.

2.147. Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите в плоскости экватора с запада на восток. На какой высоте h от поверхности Земли должен находиться этот спутник, чтобы он был неподвижен по отношению к наблюдателю, который находится на Земле?

2.148. Искусственный спутник Луны движется по круговой орбите на высоте $h=20$ км от поверхности Луны. Найти линейную скорость v движения этого спутника, а также период его обращения T вокруг Луны.

2.149. Найти первую и вторую космические скорости для Луны (см. условия 2.139 и 2.140).

2.150. Найти зависимость ускорения свободного падения g от высоты h над поверхностью Земли. На какой высоте h ускорение свободного падения g_h составляет 0,25 ускорения свободного падения g у поверхности Земли?

2.151. На какой высоте h от поверхности Земли ускорение свободного падения $g_h=1$ м/с^2?

2.152. Во сколько раз кинетическая энергия $W_к$ искусственного спутника Земли, движущегося по круговой орбите, меньше его гравитационной потенциальной энергии $W_п$?

2.153. Найти изменение ускорения свободного падения g при опускании тела на глубину h. На какой глубине h ускорение свободного падения g_h составляет 0,25 ускорения

свободного падения g у поверхности Земли? Плотность Земли считать постоянной. Указание. Учесть, что тело, находящееся на глубине h под поверхностью Земли, не испытывает со стороны вышележащего шарового слоя толщиной h никакого притяжения, так как притяжения отдельных частей слоя взаимно компенсируются.

2.154. Каково соотношение между высотой H горы и глубиной h шахты, если период колебаний маятника на вершине горы и на дне шахты один и тот же? Указание. Формула для периода колебаний математического маятника приведена в § 12.

2.155. Найти период обращения T вокруг Солнца искусственной планеты, если известно, что большая полуось R_1 ее эллиптической орбиты превышает большую полуось R_2 земной орбиты на $\Delta R = 0{,}24 \cdot 10^8$ км.

2.156. Орбита искусственной планеты близка к круговой. Найти линейную скорость v ее движения и период T ее обращения вокруг Солнца, считая известными диаметр Солнца D и его среднюю плотность ρ. Среднее расстояние планеты от Солнца $r = 1{,}71 \cdot 10^8$ км.

2.157. Большая полуось R_1 эллиптической орбиты первого в мире искусственного спутника Земли меньше большой полуоси R_2 орбиты второго спутника на $\Delta R = 800$ км. Период обращения вокруг Земли первого спутника в начале его движения был $T_1 = 96{,}2$ мин. Найти большую полуось R_2 орбиты второго искусственного спутника Земли и период T_2 его обращения вокруг Земли.

2.158. Минимальное удаление от поверхности Земли космического корабля-спутника «Восток-2» составляло $h_{min} = 183$ км, а максимальное удаление — $h_{max} = 244$ км. Найти период обращения T спутника вокруг Земли.

2.159. Имеется кольцо радиусом R. Радиус проволоки равен r, плотность материала проволоки равна ρ. Найти силу F, с которой это кольцо притягивает материальную точку массой m, находящуюся на оси кольца на расстоянии L от его центра.

2.160. Имеется кольцо радиусом $R = 20$ см из тонкой медной проволоки. Найти силу F, с которой это кольцо притягивает материальную точку массой $m = 2$ г, находящуюся на оси кольца на расстоянии $L = 0$, 5, 10, 15, 20 и 50 см от его центра. Составить таблицу значений F и представить графически зависимость $F = f(L)$. На каком расстоянии L_{max} от центра кольца сила взаимодействия имеет максимальное значение F_{max} и каково это значение? Радиус проволоки $r = 1$ мм.

2.161. Сила взаимодействия между кольцом из проволоки и материальной точкой, находящейся на оси кольца, имеет максимальное значение F_{max}, когда точка находится на расстоянии L_{max} от центра кольца. Во сколько раз сила взаимодействия F между кольцом и материальной точкой, находящейся на расстоянии $L=0{,}5L_{max}$ от центра кольца, меньше максимальной силы F_{max}?

§ 3. Вращательное движение твердых тел

Момент M силы F относительно какой-нибудь оси вращения определяется формулой

$$M=Fl,$$

где l — расстояние от прямой, вдоль которой действует сила, до оси вращения.

Моментом инерции материальной точки относительно какой-нибудь оси вращения иазывается величина

$$J=mr^2,$$

где m — масса материальной точки и r — ее расстояиие до оси вращеиия.

Момеит инерции твердого тела относительно его оси вращения

$$J=\int r^2\,dm,$$

где интегрирование должио быть распространено на весь объем тела. Производя интегрирование, можно получить момеит инерции тела любой формы.

Момеит инерции сплошного однородного цилиндра (диска) относительно оси цилиндра

$$J=\frac{1}{2}mR^2,$$

где R — радиус цилиндра и m — его масса.

Момент инерции полого цилиндра (обруча) с внутренним радиусом R_1 и виешним R_2 относительно оси цилиндра

$$J=\frac{1}{2}m\left(R_1^2+R_2^2\right),$$

для тоикостеиого полого цилиидра $R_1\approx R_2=R$ и $J\approx mR^2$.

Момент иперции однородного шара радиусом R относительно оси, проходящей через его центр,

$$J=\frac{2}{5}mR^2.$$

Момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно к нему,

$$J = \frac{1}{12} ml^2.$$

Если для какого-либо тела известен его момент инерции J_0 относительно оси, проходящей через центр масс, то момент инерции относительно *любой* оси, параллельной первой, может быть найден по формуле Штейнера

$$J = J_0 + md^2,$$

где m — масса тела и d — расстояние от центра масс тела до оси вращения.

Основной закон динамики вращательного движения (закон сохранения момента импульса) выражается уравнением

$$M\,dt = dL = d\,(J\omega),$$

где M — момент сил, приложенных к телу, L — момент импульса тела (J — момент инерции тела, ω — его угловая скорость). Если J=const, то

$$M = J\frac{d\omega}{dt} = J\varepsilon,$$

где ε — угловое ускорение, приобретаемое телом под действием момента сил M.

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$W_к = \frac{J\omega^2}{2},$$

где J — момент инерции тела и ω — его угловая скорость.

Сопоставление уравнений динамики вращательного движения с уравнениями поступательного движения дано в табл. 7.

Таблица 7

Поступательное движение	Вращательное движение
Второй закон Ньютона	
$F\Delta t = mv_2 - mv_1$, или $F = ma$	$M\Delta t = J\omega_2 - J\omega_1$, или $M = J\varepsilon$
Закон сохранения импульса $\sum mv = \text{const}$	Закон сохранения момента импульса $\sum J\omega = \text{const}$
Работа и кинетическая энергия	
$A = FS = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$	$A = M\varphi = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$

Период малых колебаний физического маятника

$$T=2\pi\sqrt{\frac{J}{m\,d\,g}},$$

где J — момент инерции маятника относительно его оси вращения; m — масса маятника, d — расстояние от центра масс до оси вращения, g — ускорение свободного падения.

3.1. Найти момент инерции J и момент импульса L земного шара относительно оси вращения.

3.2. Два шара одинакового радиуса $R=5$ см закреплены на концах невесомого стержня. Расстояние между шарами $r=0{,}5$ м. Масса каждого шара $m=1$ кг. Найти: а) момент инерции J_1 системы относительно оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно к нему; б) момент инерции J_2 системы относительно той же оси, считая шары материальными точками, массы которых сосредоточены в их центрах; в) относительную ошибку $\delta=(J_1-J_2)/J_2$, которую мы допускаем при вычислении момента инерции системы, заменяя величину J_1 величиной J_2.

3.3. К ободу однородного диска радиусом $R=0{,}2$ м приложена касательная сила $F=98{,}1$ Н. При вращении на диск действует момент сил трения $M_{тр}=4{,}9$ Н·м. Найти массу m диска, если известно, что диск вращается с угловым ускорением $\varepsilon=100$ рад/с^2.

3.4. Однородный стержень длиной $l=1$ м и массой $m=0{,}5$ кг вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением ε вращается стержень, если на него действует момент сил $M=98{,}1$ мН·м?

3.5. Однородный диск радиусом $R=0{,}2$ м и массой $m=5$ кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно к его плоскости. Зависимость угловой скорости ω вращения диска от времени t дается уравнением $\omega=A+Bt$, где $B=8$ рад/с^2. Найти касательную силу F, приложенную к ободу диска. Трением пренебречь.

3.6. Маховик, момент инерции которого $J=63{,}6$ кг·м^2, вращается с угловой скоростью $\omega=31{,}4$ рад/с. Найти момент сил торможения M, под действием которого маховик останавливается через время $t=20$ с. Маховик считать однородным диском.

3.7. К ободу колеса радиусом 0,5 м и массой $m=50$ кг приложена касательная сила $F=98{,}1$ Н. Найти угловое ускорение ε колеса. Через какое время t после начала действия силы колесо будет иметь частоту вращения $n=$

=100 об/с? Колесо считать однородным диском. Трением пренебречь.

3.8. Маховик радиусом $R=0{,}2$ м и массой $m=10$ кг соединен с мотором при помощи приводного ремня. Сила натяжения ремня, идущего без скольжения, $T=14{,}7$ Н. Какую частоту вращения n будет иметь маховик через время $t=10$ с после начала движения? Маховик считать однородным диском. Трением пренебречь.

3.9. Маховое колесо, момент инерции которого $J=245$ кг·м², вращается с частотой $n=20$ об/с. Через время $t=1$ мин после того, как на колесо перестал действовать момент сил M, оно остановилось. Найти момент сил трения $M_{тр}$ и число оборотов N, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил. Колесо считать однородным диском.

3.10. Две гири с массами $m_1=2$ кг и $m_2=1$ кг соединены нитью, перекинутой через блок массой $m=1$ кг. Найти ускорение a, с которым движутся гири, и силы натяжения T_1 и T_2 нитей, к которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.

3.11. На барабан массой $m_0=9$ кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m=2$ кг. Найти ускорение a груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь.

3.12. На барабан радиусом $R=0{,}5$ м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m=10$ кг. Найти момент инерции J барабана, если известно, что груз опускается с ускорением $a=2{,}04$ м/с².

3.13. На барабан радиусом $R=20$ см, момент инерции которого $J=0{,}1$ кг·м², намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m=0{,}5$ кг. До начала вращения барабана высота груза над полом $h_0=1$ м. Через какое время t груз опустится до пола? Найти кинетическую энергию $W_к$ груза в момент удара о пол и силу натяжения нити T. Трением пренебречь.

3.14. Две гири с разными массами соединены нитью, перекинутой через блок, момент инерции которого $J=50$ кг·м² и радиус $R=20$ см. Момент сил трения вращающегося блока $M_{тр}=98{,}1$ Н·м. Найти разность сил натяжения нити T_1-T_2 по обе стороны блока, если известно, что блок вращается с угловым ускорением $\varepsilon=2{,}36$ рад/с². Блок считать однородным диском.

3.15. Блок массой $m=1$ кг укреплен на конце стола (см. рис. 1 и задачу 2.31). Гири 1 и 2 одинаковой массы $m_1=m_2=1$ кг соединены нитью, перекинутой через блок.

Коэффициент трения гири 2 о стол $k=0{,}1$. Найти ускорение a, с которым движутся гири, и силы натяжения T_1 и T_2 нитей. Блок считать однородным диском. Трением в блоке пренебречь.

3.16. Диск массой $m=2$ кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью $v=4$ м/с. Найти кинетическую энергию $W_к$ диска.

3.17. Шар диаметром $D=6$ см и массой $m=0{,}25$ кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости с частотой вращения $n=4$ об/с. Найти кинетическую энергию $W_к$ шара.

3.18. Обруч и диск одинаковой массы $m_1=m_2$ катятся без скольжения с одной и той же скоростью v. Кинетическая энергия обруча $W_{к1}=4$ кгс·м. Найти кинетическую энергию $W_{к2}$ диска.

3.19. Шар массой $m=1$ кг, катящийся без скольжения, ударяется о стенку и откатывается от нее. Скорость шара до удара о стенку $v=10$ см/с, после удара $u=8$ см/с. Найти количество теплоты Q, выделившееся при ударе шара о стенку.

3.20. Найти относительную ошибку δ, которая получается при вычислении кинетической энергии $W_к$ катящегося шара, если не учитывать вращения шара.

3.21. Диск диаметром $D=60$ см и массой $m=1$ кг вращается вокруг оси, проходящей через центр перпендикулярно к его плоскости, с частотой $n=20$ об/с. Какую работу A надо совершить, чтобы остановить диск?

3.22. Кинетическая энергия вала, вращающегося с частотой $n=5$ об/с, $W_к=60$ Дж. Найти момент импульса L вала.

3.23. Найти кинетическую энергию $W_к$ велосипедиста, едущего со скоростью $v=9$ км/ч. Масса велосипедиста вместе с велосипедом $m=78$ кг, причем на колеса приходится масса $m_0=3$ кг. Колеса велосипеда считать обручами.

3.24. Мальчик катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью $v=7{,}2$ км/ч. На какое расстояние s может вкатиться обруч на горку за счет его кинетической энергии? Уклон горки равен 10 м на каждые 100 м пути.

3.25. С какой наименьшей высоты h должен съехать велосипедист, чтобы по инерции (без трения) проехать дорожку, имеющую форму «мертвой петли» радиусом $R=0{,}3$ м, и не оторваться от дорожки в верхней точке петли? Масса велосипедиста вместе с велосипедом $m=75$ кг, причем на колеса приходится масса $m_0=3$ кг. Колеса велосипеда считать обручами.

3.26. Медный шар радиусом $R=10$ см вращается с частотой $n=2$ об/с вокруг оси, проходящей через его центр. Какую работу A надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость ω вращения шара вдвое?

3.27. Найти линейные ускорения a центров масс шара, диска и обруча, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости. Угол наклона плоскости $\alpha=30°$, начальная скорость всех тел $v_0=0$. Сравнить найденные ускорения с ускорением тела, соскальзывающего с наклонной плоскости при отсутствии трения.

3.28. Найти линейные скорости v движения центров масс шара, диска и обруча, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости. Высота наклонной плоскости $h=0{,}5$ м, начальная скорость всех тел $v_0=0$. Сравнить найденные скорости со скоростью тела, соскальзывающего с наклонной плоскости при отсутствии трения.

3.29. Имеются два цилиндра: алюминиевый (сплошной) и свинцовый (полый) — одинакового радиуса $R=6$ см и одинаковой массы $m=0{,}5$ кг. Поверхности цилиндров окрашены одинаково. Как, наблюдая поступательные скорости цилиндров у основания наклонной плоскости, можно различить их? Найти моменты инерции J_1 и J_2 этих цилиндров. За какое время t каждый цилиндр скатится без скольжения с наклонной плоскости? Высота наклонной плоскости $h=0{,}5$ м, угол наклона плоскости $\alpha=30°$, начальная скорость каждого цилиндра $v_0=0$.

3.30. Колесо, вращаясь равнозамедленно, уменьшило за время $t=1$ мин частоту вращения от $n_1=300$ об/мин до $n_2=180$ об/мин. Момент инерции колеса $J=2$ кг·м². Найти угловое ускорение ε колеса, момент сил торможения M, работу A сил торможения и число оборотов N, сделанных колесом за время $t=1$ мин.

3.31. Вентилятор вращается с частотой $n=900$ об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки $N=75$ об. Работа сил торможения $A=44{,}4$ Дж. Найти момент инерции J вентилятора и момент сил торможения M.

3.32. Маховое колесо, момент инерции которого $J=245$ кг·м², вращается с частотой $n=20$ об/с. После того как на колесо перестал действовать вращающий момент, оно остановилось, сделав $N=1000$ об. Найти момент сил трения $M_{тр}$ и время t, прошедшее от момента прекращения действия вращающего момента до остановки колеса.

3.33. По ободу шкива, насаженного на общую ось с маховым колесом, намотана нить, к концу которой подвешен

груз массой $m=1$ кг. На какое расстояние h должен опуститься груз, чтобы колесо со шкивом получило частоту вращения $n=60$ об/мин? Момент инерции колеса со шкивом $J=0{,}42$ кг·м², радиус шкива $R=10$ см.

3.34. Маховое колесо начинает вращаться с угловым ускорением $\varepsilon=0{,}5$ рад/с² и через время $t_1=15$ с после начала движения приобретает момент импульса $L=73{,}5$ кг·м²/с. Найти кинетическую энергию $W_к$ колеса через время $t_2=20$ с после начала движения.

3.35. Маховик вращается с частотой $n=10$ об/с. Его кинетическая энергия $W_к=7{,}85$ кДж. За какое время t момент сил $M=50$ Н·м, приложенный к маховику, увеличит угловую скорость ω маховика вдвое?

3.36. К ободу диска массой $m=5$ кг приложена касательная сила $F=19{,}6$ Н. Какую кинетическую энергию $W_к$ будет иметь диск через время $t=5$ с после начала действия силы?

3.37. Однородный стержень длиной $l=1$ м подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. На какой угол α надо отклонить стержень, чтобы нижний конец стержня при прохождении положения равновесия имел скорость $v=5$ м/с?

3.38. Однородный стержень длиной $l=85$ см подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую скорость v надо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси?

3.39. Карандаш длиной $l=15$ см, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую скорость ω и линейную скорость v будут иметь в конце падения середина и верхний конец карандаша?

3.40. Горизонтальная платформа массой $m=100$ кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой $n_1=10$ об/мин. Человек массой $m_0=60$ кг стоит при этом на краю платформы. С какой частотой n_2 начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу однородным диском, а человека — точечной массой.

3.41. Какую работу A совершает человек при переходе от края платформы к ее центру в условиях предыдущей задачи? Радиус платформы $R=1{,}5$ м.

3.42. Горизонтальная платформа массой $m=80$ кг и радиусом $R=1$ м вращается с частотой $n_1=20$ об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой n_2 будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент

инерции от $J_1=2{,}94$ до $J_2=0{,}98$ кг·м²? Считать платформу однородным диском.

3.43. Во сколько раз увеличилась кинетическая энергия $W_к$ платформы с человеком в условиях предыдущей задачи?

3.44. Человек массой $m_0=60$ кг находится на неподвижной платформе массой $m=100$ кг. С какой частотой n будет вращаться платформа, если человек будет двигаться по окружности радиусом $r=5$ м вокруг оси вращения? Скорость движения человека относительно платформы $v_0=4$ км/ч. Радиус платформы $R=10$ м. Считать платформу однородным диском, а человека — точечной массой.

3.45. Однородный стержень длиной $l=0{,}5$ м совершает малые колебания в вертикальной плоскости около горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. Найти период колебаний T стержня.

3.46. Найти период колебаний T стержня предыдущей задачи, если ось вращения проходит через точку, находящуюся на расстоянии $d=10$ см от его верхнего конца.

3.47. На концах вертикального стержня укреплены два груза. Центр масс грузов находится ниже середины стержня на расстоянии $d=5$ см. Найти длину l стержня, если известно, что период малых колебаний стержня с грузами вокруг горизонтальной оси, проходящей через его середину, $T=2$ с. Массой стержня пренебречь по сравнению с массой грузов.

3.48. Обруч диаметром $D=56{,}5$ см висит на гвозде, вбитом в стену, и совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период колебаний T обруча.

3.49. Какой наименьшей длины l надо взять нить, к которой подвешен однородный шарик диаметром $D=4$ см, чтобы при определении периода малых колебаний T шарика рассматривать его как математический маятник? Ошибка δ при таком допущении не должна превышать 1%.

3.50. Однородный шарик подвешен на нити, длина которой l равна радиусу шарика R. Во сколько раз период малых колебаний T_1 этого маятника больше периода малых колебаний T_2 математического маятника с таким же расстоянием от центра масс до точки подвеса?

§ 4. Механика жидкостей и газов

Для установившегося движения идеальной несжимаемой жидкости имеет место уравнение Бернулли

$$P+\frac{\rho v^2}{2}+\rho gh=\text{const},$$

Здесь ρ — плотность жидкости, v — скорость движения жидкости в данном сечении трубы, h — высота данного сечения трубы над некоторым уровнем и P — давление. Из уравнения Бернулли следует, что скорость вытекания жидкости из малого отверстия $v=\sqrt{2gh}$, где h — высота поверхности жидкости над отверстием. Так как через любое поперечное сечение трубы проходят равные объемы жидкости, то $S_1v_1=S_2v_2$, где v_1 и v_2 — скорости жидкости в двух поперечных сечениях трубы, имеющих площади S_1 и S_2.

Сила сопротивления, которую испытывает падающий в вязкой жидкости (в газе) шарик, определяется формулой Стокса

$$F=6\pi\eta rv,$$

где η — динамическая вязкость жидкости (газа), r — радиус шарика, v — его скорость. Закон Стокса имеет место только для ламинарного движения. При ламинарном движении объем жидкости (газа), протекающей за время t через капиллярную трубку радиусом r и длиной l, определяется формулой Пуазейля

$$V=\frac{\pi r^4 t\Delta P}{8l\eta},$$

где η — динамическая вязкость жидкости (газа), ΔP — разность давлений на концах трубки.

Характер движения жидкости (газа) определяется безразмерным числом Рейнольдса

$$\mathrm{Re}=\frac{Dv\rho}{\eta}=\frac{Dv}{\nu},$$

где D — величина, характеризующая линейные размеры тела, обтекаемого жидкостью (газом), v — скорость течения, ρ — плотность, η — динамическая вязкость. Отношение $\nu=\eta/\rho$ называется кинематической вязкостью. Критическое значение числа Рейнольдса, определяющее переход от ламинарного движения к турбулентному, различно для тел разной формы.

4.1 *). Найти скорость v течения углекислого газа по трубе, если известно, что за время $t=30$ мин через поперечное сечение трубы протекает масса газа $m=0{,}51$ кг. Плотность газа $\rho=7{,}5$ кг/м^3. Диаметр трубы $D=2$ см.

4.2. В дне цилиндрического сосуда диаметром $D=0{,}5$ м имеется круглое отверстие диаметром $d=1$ см. Найти зависимость скорости понижения уровня воды в сосуде от высоты h этого уровня. Найти значение этой скорости для высоты $h=0{,}2$ м.

4.3. На столе стоит сосуд с водой, в боковой поверхности которого имеется малое отверстие, расположенное на

*) В задачах 4.1—4.9 жидкости (газы) считать идеальными, несжимаемыми.

расстоянии h_1 от дна сосуда и на расстоянии h_2 от уровня воды. Уровень воды в сосуде поддерживается постоянным. На каком расстоянии l от сосуда (по горизонтали) струя воды падает на стол в случае; если: а) $h_1=25$ см, $h_2=16$ см; б) $h_1=16$ см, $h_2=25$ см?

4.4. Сосуд, наполненный водой, сообщается с атмосферой через стеклянную трубку, закрепленную в горлышке сосуда (рис. 5). Кран K находится на расстоянии $h_2=2$ см от дна сосуда. Найти скорость v вытекания воды из крана в случае, если расстояние между нижним концом трубки и дном сосуда: а) $h_1=2$ см; б) $h_1=7{,}5$ см; в) $h_1=10$ см.

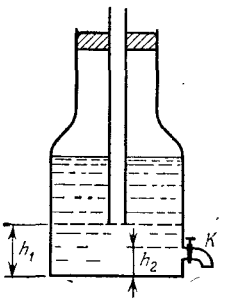


Рис. 5.

4.5. Цилиндрический бак высотой $h=1$ м наполнен до краев водой. За какое время t вся вода выльется через отверстие, расположенное у дна бака, если площадь S_2 поперечного сечения отверстия в 400 раз меньше площади S_1 поперечного сечения бака? Сравнить это время с тем, которое понадобилось бы для вытекания такого же объема воды, если бы уровень воды в баке поддерживался постоянным на высоте $h=1$ м от отверстия.

4.6. В сосуд льется вода, причем за единицу времени наливается объем воды $V_t=0{,}2$ л/с. Каким должен быть диаметр d отверстия в дне сосуда, чтобы вода в нем держалась на постоянном уровне $h=8{,}3$ см?

4.7. Какое давление P создает компрессор в краскопульте, если струя жидкой краски вытекает из него со скоростью $v=25$ м/с? Плотность краски $\rho=0{,}8\cdot10^3$ кг/м^3.

4.8. По горизонтальной трубе AB течет жидкость (рис. 6). Разность уровней этой жидкости в трубках a и b

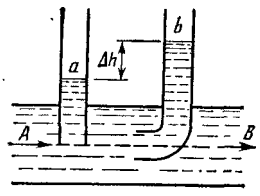


Рис. 6.

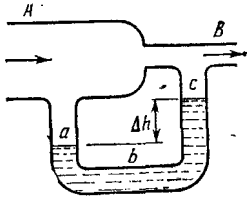


Рис. 7.

равна $\Delta h=10$ см. Диаметры трубок a и b одинаковы. Найти скорость v течения жидкости в трубе AB.

4.9. Воздух продувается через трубку AB (рис. 7). За единицу времени через трубку AB протекает объем

воздуха $V_t=5$ л/мин. Площадь поперечного сечения широкой части трубки AB равна $S_1=2$ см², а узкой ее части и трубки abc равна $S_2=0{,}5$ см². Найти разность уровней Δh воды, налитой в трубку abc. Плотность воздуха $\rho=1{,}32$ кг/м³.

4.10. Шарик всплывает с постоянной скоростью v в жидкости, плотность ρ_1 которой в 4 раза больше плотности ρ_2 материала шарика. Во сколько раз сила трения $F_{тр}$, действующая на всплывающий шарик, больше силы тяжести mg, действующей на этот шарик?

4.11. Какой наибольшей скорости v может достичь дождевая капля диаметром $d=0{,}3$ мм, если динамическая вязкость воздуха $\eta=1{,}2\cdot10^{-5}$ Па·с?

4.12. Стальной шарик диаметром $d=1$ мм падает с постоянной скоростью $v=0{,}185$ см/с в большом сосуде, наполненном касторовым маслом. Найти динамическую вязкость η касторового масла.

4.13. Смесь свинцовых дробинок с диаметрами $d_1=3$ мм и $d_2=1$ мм опустили в бак с глицерином высотой $h=1$ м. На сколько позже упадут на дно дробинки меньшего диаметра по сравнению с дробинками бо́льшего диаметра? Динамическая вязкость глицерина $\eta=1{,}47$ Па·с.

4.14. Пробковый шарик радиусом $r=5$ мм всплывает в сосуде, наполненном касторовым маслом. Найти динамическую и кинематическую вязкости касторового масла, если шарик всплывает с постоянной скоростью $v=3{,}5$ см/с.

4.15. В боковую поверхность цилиндрического сосуда радиусом $R=2$ см вставлен горизонтальный капилляр, внутренний радиус которого $r=1$ мм и длина $l=2$ см. В сосуд налито касторовое масло, динамическая вязкость которого $\eta=1{,}2$ Па·с. Найти зависимость скорости v понижения уровня касторового масла в сосуде от высоты h этого уровня над капилляром. Найти значение этой скорости при $h=26$ см.

4.16. В боковую поверхность сосуда вставлен горизонтальный капилляр, внутренний радиус которого $r=1$ мм и длина $l=1{,}5$ см. В сосуд налит глицерин, динамическая вязкость которого $\eta=1{,}0$ Па·с. Уровень глицерина в сосуде поддерживается постоянным на высоте $h=0{,}18$ м выше капилляра. Какое время потребуется на то, чтобы из капилляра вытек объем глицерина $V=5$ см³?

4.17. На столе стоит сосуд, в боковую поверхность которого вставлен горизонтальный капилляр на высоте $h_1=5$ см от дна сосуда. Внутренний радиус капилляра $r=1$ мм и длина $l=1$ см. В сосуд налито машинное масло,

плотность которого $\rho=0{,}9\cdot10^3$ кг/м^3 и динамическая вязкость $\eta=0{,}5$ Па·с. Уровень масла в сосуде поддерживается постоянным на высоте $h_2=50$ см выше капилляра. На каком расстоянии l от конца капилляра (по горизонтали) струя масла падает на стол?

4.18. Стальной шарик падает в широком сосуде, наполненном трансформаторным маслом, плотность которого $\rho=0{,}9\cdot10^3$ кг/м^3 и динамическая вязкость $\eta=0{,}8$ Па·с. Считая, что закон Стокса имеет место при числе Рейнольдса $\mathrm{Re}\leqslant0{,}5$ (если при вычислении Re в качестве величины D взять диаметр шарика), найти предельное значение диаметра D шарика.

4.19. Считая, что ламинарность движения жидкости (или газа) в цилиндрической трубе сохраняется при числе Рейнольдса $\mathrm{Re}\leqslant3000$ (если при вычислении Re в качестве величины D взять диаметр трубы), показать, что условия задачи 4.1 соответствуют ламинарному движению. Кинематическая вязкость газа $\nu=1{,}33\cdot10^{-6}$ м^2/с.

4.20. Вода течет по трубе, причем за единицу времени через поперечное сечение трубы протекает объем воды $V_t=200$ см^3/с. Динамическая вязкость воды $\eta=0{,}001$ Па·с. При каком предельном значении диаметра D трубы движение воды остается ламинарным? (См. условие предыдущей задачи.)

Глава II

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

ЕДИНИЦЫ ТЕПЛОВЫХ ВЕЛИЧИН

Для получения производных единиц тепловых величин в системе СИ используются основные единицы: метр (м), килограмм (кг), секунда (с), кельвин (К).

В табл. 8 и 9 приводятся важнейшие производные единицы тепловых величин в системе СИ, а также внесистемные единицы, основанные на калории.

Единицы молярных величин образуются из перечисленных в табл. 8 и 9 единиц удельных величин путем замены в них килограмма молем.

Примеры решения задач

Задача 1. В сосуде объемом 20 л находится 4 г водорода при температуре 27°С. Найти давление водорода.

Решение. Идеальные газы подчиняются уравнению Менделеева — Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \qquad (1)$$

связывающему объем газа V, его давление p, термодинамическую температуру T и массу m. В уравнении (1) $R = 8{,}31441$ Дж/(моль·К) — газовая постоянная, μ — молярная масса газа, $\nu = m/\mu$ — количество газа.

Из уравнения (1) имеем

$$p = \frac{mRT}{\mu V}. \qquad (2)$$

Подставляя числовые данные $m = 4 \cdot 10^{-3}$ кг, $\mu = 0{,}002$ кг/моль, $T = 300$ К, $V = 20$ л $= 2 \cdot 10^{-2}$ м^3, получим

$$p = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31 \cdot 300}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \text{ Па} = 0{,}25 \text{ МПа}.$$

Задача 2. Найти удельную теплоемкость при постоянном объеме некоторого многоатомного газа, если известно, что плотность этого газа при нормальных условиях равна 0,795 кг/м^3.

Таблица 8

Величина	Единица			Размерность величины
	определение	наименование	обозначение	
Количество теплоты	$Q = A = W$	джоуль	Дж	L^2MT^{-2}
Теплоемкость системы	$C = Q/\Delta T$	джоуль на кельвин	Дж/К	$L^2MT^{-2}\theta^{-1}$
Энтропия системы	$S = \Delta Q/T$	джоуль на кельвин	Дж/К	$L^2MT^{-2}\theta^{-1}$
Удельная теплоемкость	$c = Q/m\Delta T$	джоуль на килограмм-кельвин	Дж/(кг·К)	$L^2T^{-2}\theta^{-1}$
Удельная энтропия	$s = S/m$	джоуль на кнлограмм-кельвин	Дж/(кг·К)	$L^2T^{-2}\theta^{-1}$
Удельная теплота фазового превращения	$q = Q/m$	джоуль на килограмм	Дж/кг	L^2T^{-2}
Температурный градиент	$\operatorname{grad} T = \Delta T/\Delta l$	кельвин на метр	К/м	$L^{-1}\theta$
Тепловой поток	$\Phi = \Delta Q/\Delta t$	ватт	Вт	L^2MT^{-3}
Плотность теплового потока	$q = \Phi/S$	ватт на квадратный метр	Вт/м^2	MT^{-3}
Теплопроводность	$\lambda = \dfrac{Q}{\Delta t S\, \Delta T/\Delta l}$	ватт иа метр-кельвин	Вт/(м·К)	$LMT^{-3}\theta^{-1}$
Температуропроводность	$a = \lambda/c\rho$	квадратный метр в секунду	м^2/с	L^2T^{-1}
Коэффициент теплообмена	$\alpha = \Phi/S\Delta T$	ватт на квадратный метр-кельвин	Вт/(м^2·К)	$MT^{-3}\theta^{-1}$

Решение. Удельная теплоемкость при постоянном объеме определяется формулой

$$c_V = \frac{Ri}{2\mu}, \qquad (1)$$

где R — газовая постоянная, i — число степеней свободы молекул многоатомного газа и μ — молярная масса газа.

Таблица 9

Величина	Единица и ее связь с единицами СИ
Количество теплоты	1 кал = 4,19 Дж
Теплоемкость системы; энтропия системы	1 кал/К = 4,19 Дж/К
Удельная теплоемкость; удельная энтропия	1 кал/(г·К) = $4{,}19 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К)
Удельная теплота фазового превращения	1 кал/г = $4{,}19 \cdot 10^3$ Дж/кг
Тепловой поток	1 кал/с = 4,19 Вт
Плотность теплового потока	1 кал/(с·см^2) = $4{,}19 \cdot 10^4$ Вт/м^2
Теплопроводность	1 кал/(с·см·К) = $4{,}19 \cdot 10^2$ Вт/(м·К)

Формулу для плотности газа нетрудно получить из уравнения Менделеева — Клапейрона:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) имеем

$$c_V = \frac{Ri}{2}\frac{p}{\rho RT} = \frac{pi}{2\rho T}. \qquad (3)$$

Так как газ находится при нормальных условиях, то $p = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па, $T = 273$ К. Для многоатомных газов $i = 6$. Подставляя числовые данные в (3), получим $c_V = 1{,}4$ кДж/(кг·К).

§ 5. Физические основы молекулярно-кинетической теории и термодинамики

Идеальные газы подчиняются уравнению состояния Менделеева — Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu}RT,$$

где p — давление газа, V — его объем, T — термодинамическая температура, m — масса газа, μ — молярная масса газа, $R = 8{,}31441$ Дж/(моль·К) — газовая постоянная; отношение $\nu = m/\mu$ дает количество газа.

По закону Дальтона давление смеси газов равно сумме их парциальных давлений, т. е. тех давлений, которые имел бы каждый из газов в отдельности, если бы он при данной температуре один заполнял весь объем.

Осиовное уравненне кинетической теории газов имеет вид

$$p=\frac{2}{3}n\overline{W}_0=\frac{2}{3}n\frac{m_0\overline{v^2}}{2},$$

где n — число молекул в еднннце объема, $\overline{W}_0$ — средняя кннетнческая энергия поступательного движенння одной молекулы, m_0 — масса молекулы, $\sqrt{\overline{v^2}}$ — средняя квадратичная скорость молекул. Эти величины определяются следующими формулами: число молекул в единице объема

$$n=\frac{p}{kT},$$

где $k=R/N_A=1{,}380662\cdot10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана, $N_A=6{,}022045\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$ — постоянная Авогадро; средняя кннетическая энергия поступательного движения одной молекулы

$$W_0=\frac{3}{2}kT;$$

средняя квадратичная скорость молекул

$$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}=\sqrt{\frac{3kT}{m_0}},$$

причем $m_0=\mu/N_A$.

Энергия теплового движения молекул (внутренняя энергия) газа

$$W=\frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT,$$

где i — число степеней свободы молекул.

Связь между молярной C и удельной c теплоемкостями следует из нх определения:

$$C=\mu c.$$

Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме

$$C_V=\frac{i}{2}R;$$

молярная теплоемкость при постоянном давлении

$$C_p=C_V+R.$$

Отсюда следует, что молярная теплоемкость C определяется числом степеней свободы i молекул газа:

для одноатомного газа ($i=3$)

$C_V=12{,}5$ Дж/(моль·К), $C_p=20{,}8$ Дж/(моль·К);

для двухатомного газа ($i=5$)

$C_V=20{,}8$ Дж/(моль·К), $C_p=29{,}1$ Дж/(моль·К);

для многоатомного газа ($i=6$)

$C_V=24{,}9$ Дж/(моль·К), $C_p=33{,}2$ Дж/(моль·К).

Закон распределения молекул по скоростям (закон Максвелла) позволяет найти число молекул ΔN, относительные скорости которых лежат в интервале от u до $u+\Delta u$:

$$\Delta N = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N e^{-u^2} u^2 \Delta u.$$

Здесь $u = v/v_в$ — относительная скорость, v — данная скорость и $v_в = \sqrt{2RT/\mu}$ — наиболее вероятная скорость молекул, Δu — интервал относительных скоростей, малый по сравнению со скоростью u.

При решении задач на закон распределения молекул по скоростям удобно пользоваться табл. 10, в которой даны значения $\Delta N/(N\,\Delta u)$ для различных u.

Таблица 10

u	$\Delta N/(N\,\Delta u)$	u	$\Delta N/(N\,\Delta u)$	u	$\Delta N/(N\,\Delta u)$
0	0	0,9	0,81	1,8	0,29
0,1	0,02	1,0	0,83	1,9	0,22
0,2	0,09	1,1	0,82	2,0	0,16
0,3	0,18	1,2	0,78	2,1	0,12
0,4	0,31	1,3	0,71	2,2	0,09
0,5	0,44	1,4	0,63	2,3	0,06
0,6	0,57	1,5	0,54	2,4	0,04
0,7	0,68	1,6	0,46	2,5	0,03
0,8	0,76	1,7	0,36		

Средняя арифметическая скорость молекул

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}.$$

Во многих случаях важно знать число молекул N_x, скорости которых превышают заданное значение скорости u. В табл. 11 даны значения N_x/N для различных u, где N — общее число молекул.

Таблица 11

u	N_x/N	u	N_x/N	u	N_x/N
0	1,000	0,6	0,808	1,25	0,374
0,2	0,994	0,7	0,806	1,5	0,213
0,4	0,957	0,8	0,734	2,0	0,046
0,5	0,918	1,0	0,572	2,5	0,0057

Барометрическая формула дает закон убывания давления газа с высотой в поле силы тяжести:

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right).$$

Здесь p — давление газа на высоте h, p_0 — давление на высоте $h=0$, $g=9{,}80665$ м/с^2 — ускорение свободного падения. Эта формула приближенная, так как температуру T нельзя считать одинаковой для больших разностей высот.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n},$$

где $\bar{v}$ — средняя арифметическая скорость, $\bar{z}$ — среднее число столкновений каждой молекулы с остальными в единицу времени, σ — эффективный диаметр молекулы, n — число молекул в единице объема (концентрация молекул). Общее число столкновений всех молекул в единице объема за единицу времени

$$Z = \bar{z}n/2.$$

Масса, перенесенная за время Δt при диффузии,

$$m = -D\frac{\Delta\rho}{\Delta x}\Delta S\,\Delta t,$$

где $\Delta\rho/\Delta x$ — градиент плотности в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS, $D=\bar{v}\bar{\lambda}/3$ — коэффициент диффузии ($\bar{v}$ — средняя арифметическая скорость, $\bar{\lambda}$ — средняя длина свободного пробега молекул).

Импульс, перенесенный газом за время Δt, определяет силу внутреннего трения $F_{тр}$ в газе:

$$F_{тр} = -\eta\frac{\Delta v}{\Delta x}\Delta S,$$

где $\Delta v/\Delta x$ — градиент скорости течения газа в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS, $\eta=\bar{v}\bar{\lambda}\rho/3$ — динамическая вязкость.

Количество теплоты, перенесенное за время Δt вследствие теплопроводности, определяется формулой

$$Q = -K\frac{\Delta T}{\Delta x}\Delta S\,\Delta t,$$

где $\Delta T/\Delta x$ — градиент температуры в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS, $K=\bar{v}\bar{\lambda}c_V\rho/3$ — теплопроводность.

Первое начало термодинамики может быть записано в виде

$$dQ = dW + dA,$$

где dQ — количество теплоты, полученное газом, dW — изменение внутренней энергии газа, $dA=p\,dV$ — работа, совершаемая газом при

изменении его объема. Изменение внутренней энергии газа

$$dW = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} R\,dT,$$

где dT — изменение температуры. Полная работа, совершаемая при изменении объема газа,

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV.$$

Работа, совершаемая при изотермическом изменении объема газа,

$$A_{из} = RT\frac{m}{\mu}\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Давление газа и его объем связаны при адиабатическом процессе уравнением Пуассона

$$pV^{\varkappa} = \text{const}, \quad \text{т. е.} \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\varkappa},$$

где показатель адиабаты $\varkappa = c_p/c_V$. Уравнение Пуассона может быть записано еще в таком виде:

$$TV^{\varkappa-1} = \text{const}, \quad \text{т. е.} \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\varkappa-1}$$

или

$$Tp^{(1-\varkappa)/\varkappa} = \text{const}, \quad \text{т. е.} \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(\varkappa-1)/\varkappa} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(1-\varkappa)/\varkappa}.$$

Работа, совершаемая при адиабатическом изменении объема газа, может быть найдена по формуле

$$A_{ад} = \frac{RT_1}{\varkappa-1}\frac{m}{\mu}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right] = \frac{RT_1}{\varkappa-1}\frac{m}{\mu}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{p_1V_1(T_1-T_2)}{(\varkappa-1)T_1},$$

где p_1 и V_1 — давление и объем газа при температуре T_1.

Уравнение политропического процесса имеет вид

$$pV^n = \text{const}, \quad \text{или} \quad p_1V_1^n = p_2V_2^n,$$

где n — показатель политропы ($1<n<\varkappa$).

Коэффициент полезного действия (к. п. д.) тепловой машины

$$\eta = \frac{Q_1-Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 — количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя, Q_2 — количество теплоты, отданное холодильнику. Для идеального цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1-T_2}{T_1},$$

где T_1 и T_2 — термодинамические температуры нагревателя и холодильника.

Разность энтропий $S_B - S_A$ двух состояний B и A определяется формулой

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

5.1. Какую температуру t имеет масса $m=2$ г азота, занимающего объем $V=820$ см³ при давлении $p=0{,}2$ МПа?

5.2. Какой объем V занимает масса $m=10$ г кислорода при давлении $p=100$ кПа и температуре $t=20$ °С?

5.3. Баллон объемом $V=12$ л наполнен азотом при давлении $p=8{,}1$ МПа и температуре $t=17$ °С. Какая масса m азота находится в баллоне?

5.4. Давление воздуха внутри плотно закупоренной бутылки при температуре $t_1=7$ °С было $p_1=100$ кПа. При нагревании бутылки пробка вылетела. До какой температуры t_2 нагрели бутылку, если известно, что пробка вылетела при давлении воздуха в бутылке $p=130$ кПа?

5.5. Каким должен быть наименьший объем V баллона, вмещающего массу $m=6{,}4$ кг кислорода, если его стенки при температуре $t=20$ °С выдерживают давление $p=15{,}7$ МПа?

5.6. В баллоне находилась масса $m_1=10$ кг газа при давлении $p_1=10$ МПа. Какую массу Δm газа взяли из баллона, если давление стало равным $p_2=2{,}5$ МПа? Температуру газа считать постоянной.

5.7. Найти массу m сернистого газа (SO_2), занимающего объем $V=25$ л при температуре $t=27$ °С и давлении $p=100$ кПа.

5.8. Найти массу m воздуха, заполняющего аудиторию высотой $h=5$ м и площадью пола $S=200$ м². Давление воздуха $p=100$ кПа, температура помещения $t=17$ °С. Молярная масса воздуха $\mu=0{,}029$ кг/моль.

5.9. Во сколько раз плотность ρ_1 воздуха, заполняющего помещение зимой ($t_1=7$ °С), больше его плотности ρ_2 летом ($t_2=37$ °С)? Давление газа считать постоянным.

5.10. Начертить изотермы массы $m=0{,}5$ г водорода для температур: а) $t_1=0$ °С; б) $t_2=100$ °С.

5.11. Начертить изотермы массы $m=15{,}5$ г кислорода для температур: а) $t_1=29$ °С; б) $t_2=180$ °С.

5.12. Какое количество ν газа находится в баллоне объемом $V=10$ м³ при давлении $p=96$ кПа и температуре $t=17$ °С?

5.13. Массу $m=5$ г азота, находящуюся в закрытом сосуде объемом $V=4$ л при температуре $t_1=20$ °С, нагревают до температуры $t_2=40$ °С. Найти давления p_1 и p_2 газа до и после нагревания.

5.14. Посередине откачанного и запаянного с обоих концов капилляра, расположенного горизонтально, находится столбик ртути длиной $l=20$ см. Если капилляр поставить вертикально, то столбик ртути переместится на $\Delta l=10$ см. До какого давления p_0 был откачан капилляр? Длина капилляра $L=1$ м.

5.15. Общеизвестен шуточный вопрос: «Что тяжелее: тонна свинца или тонна пробки?» На сколько истинный вес пробки, которая в воздухе весит 9,8 кН, больше истинного веса свинца, который в воздухе весит также 9,8 кН? Температура воздуха $t=17$ °С, давление $p=100$ кПа.

5.16. Каков должен быть вес P оболочки детского воздушного шарика, наполненного водородом, чтобы результирующая подъемная сила шарика $F=0$, т. е. чтобы шарик находился во взвешенном состоянии? Воздух и водород находятся при нормальных условиях. Давление внутри шарика равно внешнему давлению.. Радиус шарика $r=12{,}5$ см.

5.17. При температуре $t=50$ °С давление насыщенного водяного пара $p=12{,}3$ кПа. Найти плотность ρ водяного пара.

5.18. Найти плотность ρ водорода при температуре $t=15$ °С и давлении $p=97{,}3$ кПа.

5.19. Некоторый газ при температуре $t=10$ °С и давлении $p=200$ кПа имеет плотность $\rho=0{,}34$ кг/м^3. Найти молярную массу μ газа.

5.20. Сосуд откачан до давления $p=1{,}33\cdot10^{-9}$ Па; температура воздуха $t=15$ °С. Найти плотность ρ воздуха в сосуде.

5.21. Масса $m=12$ г газа занимает объем $V=4$ л при температуре $t_1=7$ °С. После нагревания газа при постоянном давлении его плотность стала равной $\rho=0{,}6$ кг/м^3. До какой температуры t_2 нагрели газ?

5.22. Масса $m=10$ г кислорода находится при давлении $p=304$ кПа и температуре $t_1=10$ °С. После расширения вследствие нагревания при постоянном давлении кислород занял объем $V_2=10$ л. Найти объем V_1 газа до расширения, температуру t_2 газа после расширения, плотности ρ_1 и ρ_2 газа до и после расширения.

5.23. В запаянном сосуде находится вода, занимающая объем, равный половине объема сосуда. Найти давление p

и плотность ρ водяного пара при температуре $t=400$ °С, зная, что при этой температуре вся вода обращается в пар.

5.24. Построить график зависимости плотности ρ кислорода: а) от давления p при температуре $T=\text{const}=390$ К в интервале $0\leqslant p\leqslant 400$ кПа через каждые 50 кПа; б) от температуры T при $p=\text{const}=400$ кПа в интервале $200\leqslant T\leqslant 300$ К через каждые 20 К.

5.25. В закрытом сосуде объемом $V=1$ м^3 находится масса $m_1=1{,}6$ кг кислорода и масса $m_2=0{,}9$ кг воды. Найти давление p в сосуде при температуре $t=500$ °С, зная, что при этой температуре вся вода превращается в пар.

5.26. В сосуде 1 объемом $V_1=3$ л находится газ под давлением $p_1=0{,}2$ МПа. В сосуде 2 объемом $V_2=4$ л находится тот же газ под давлением $p_2=0{,}1$ МПа. Температуры газа в обоих сосудах одинаковы. Под каким давлением p будет находиться газ, если соединить сосуды 1 и 2 трубкой?

5.27. В сосуде объемом $V=2$ л находятся масса $m_1=6$ г углекислого газа (CO_2) и масса m_2 закиси азота (N_2O) при температуре $t=127$ °С. Найти давление p смеси в сосуде.

5.28. В сосуде находятся масса $m_1=14$ г азота и масса $m_2=9$ г водорода при температуре $t=10$ °С и давлении $p=1$ МПа. Найти молярную массу μ смеси и объем V сосуда.

5.29. Закрытый сосуд объемом $V=2$ л наполнен воздухом при нормальных условиях. В сосуд вводится диэтиловый эфир ($C_2H_5OC_2H_5$). После того как весь эфир испарился, давление в сосуде стало равным $p=0{,}14$ МПа. Какая масса m эфира была введена в сосуд?

5.30. В сосуде объемом $V=0{,}5$ л находится масса $m=1$ г парообразного йода (I_2). При температуре $t=1000$ °С давление в сосуде $p_c=93{,}3$ кПа. Найти степень диссоциации α молекул йода на атомы. Молярная масса молекул йода $\mu=0{,}254$ кг/моль.

5.31. В сосуде находится углекислый газ. При некоторой температуре степень диссоциации молекул углекислого газа на кислород и окись углерода $\alpha=0{,}25$. Во сколько раз давление в сосуде при этих условиях будет больше того давления, которое имело бы место, если бы молекулы углекислого газа не были диссоциированы?

5.32. В воздухе содержится 23,6% кислорода и 76,4% азота (по массе) при давлении $p=100$ кПа и температуре $t=13$ °С. Найти плотность ρ воздуха и парциальные давления p_1 и p_2 кислорода и азота.

5.33. В сосуде находится масса $m_1=10$ г углекислого газа и масса $m_2=15$ г азота. Найти плотность ρ смеси при температуре $t=27$ °С и давлении $p=150$ кПа.

5.34. Найти массу m_0 атома: а) водорода; б) гелия.

5.35. Молекула азота, летящая со скоростью $v=600$ м/с, упруго ударяется о стенку сосуда по нормали к ней. Найти импульс силы $F\Delta t$, полученный стенкой сосуда за время удара.

5.36. Молекула аргона, летящая со скоростью $v=500$ м/с, упруго ударяется о стенку сосуда. Направление скорости молекулы и нормаль к стенке сосуда составляют угол $\alpha=60°$. Найти импульс силы $F\Delta t$, полученный стенкой сосуда за время удара.

5.37. Молекула азота летит со скоростью $v=430$ м/с. Найти импульс mv этой молекулы.

5.38. Какое число молекул n содержит единица массы водяного пара?

5.39. В сосуде объемом $V=4$ л находится масса $m=1$ г водорода. Какое число молекул n содержит единица объема сосуда?

5.40. Какое число молекул N находится в комнате объемом $V=80$ м^3 при температуре $t=17$ °С и давлении $p=100$ кПа?

5.41. Какое число молекул n содержит единица объема сосуда при температуре $t=10$ °С и давлении $p=1{,}33\times\times10^{-9}$ Па?

5.42. Для получения хорошего вакуума в стеклянном сосуде необходимо прогревать стенки сосуда при откачке для удаления адсорбированного газа. На сколько может повыситься давление в сферическом сосуде радиусом $r=10$ см, если адсорбированные молекулы перейдут со стенок в сосуд? Площадь поперечного сечения молекул $s_0=10^{-19}$ м^2. Температура газа в сосуде $t=300$ °С. Слой молекул на стенках считать мономолекулярным.

5.43. Какое число частиц n находится в единице массы парообразного йода (I_2), степень диссоциации которого $\alpha=0{,}5$? Молярная масса молекулярного йода $\mu=0{,}254$ кг/моль.

5.44. Какое число частиц N находится в массе $m=16$ г кислорода, степень диссоциации которого $\alpha=0{,}5$?

5.45. В сосуде находится количество $\nu_1=10^{-7}$ моль кислорода и масса $m_2=10^{-6}$ г азота. Температура смеси $t=100$ °С, давление в сосуде $p=133$ мПа. Найти объем V сосуда, парциальные давления p_1 и p_2 кислорода и азота и число молекул n в единице объема сосуда.

5.46. Найти среднюю квадратичную скорость $\sqrt{\overline{v^2}}$ молекул воздуха при температуре $t=17$ °С. Молярная масса воздуха $\mu=0{,}029$ кг/моль.

5.47. Найти отношение средних квадратичных скоростей молекул гелия и азота при одинаковых температурах.

5.48. В момент взрыва атомной бомбы развивается температура $T\approx 10^7$ К. Считая, что при такой температуре все молекулы полностью диссоциированы на атомы, а атомы ионизованы, найти среднюю квадратичную скорость $\sqrt{\overline{v^2}}$ иона водорода.

5.49. Найти число молекул n водорода в единице объема сосуда при давлении $p=266{,}6$ Па, если средняя квадратичная скорость его молекул $\sqrt{\overline{v^2}}=2{,}4$ км/с.

5.50. Плотность некоторого газа $\rho=0{,}06$ кг/м^3, средняя квадратичная скорость его молекул $\sqrt{\overline{v^2}}=500$ м/с. Найти давление p, которое газ оказывает на стенки сосуда.

5.51. Во сколько раз средняя квадратичная скорость пылинки, взвешенной в воздухе, меньше средней квадратичной скорости молекул воздуха? Масса пылинки $m=10^{-8}$ г. Воздух считать однородным газом, молярная масса которого $\mu=0{,}029$ кг/моль.

5.52. Найти импульс mv молекулы водорода при температуре $t=20$ °С. Скорость молекулы считать равной средней квадратичной скорости.

5.53. В сосуде объемом $V=2$ л находится масса $m=10$ г кислорода при давлении $p=90{,}6$ кПа. Найти среднюю квадратичную скорость $\sqrt{\overline{v^2}}$ молекул газа, число молекул N, находящихся в сосуде, и плотность ρ газа.

5.54. Частицы гуммигута диаметром $\sigma=1$ мкм участвуют в броуновском движении. Плотность гуммигута $\rho=1\cdot 10^3$ кг/м^3. Найти среднюю квадратичную скорость $\sqrt{\overline{v^2}}$ частиц гуммигута при температуре $t=0$ °С.

5.55. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа $\sqrt{\overline{v^2}}=450$ м/с. Давление газа $p=50$ кПа. Найти плотность ρ газа при этих условиях.

5.56. Плотность некоторого газа $\rho=0{,}082$ кг/м^3 при давлении $p=100$ кПа и температуре $t=17$ °С. Найти среднюю квадратичную скорость $\sqrt{\overline{v^2}}$ молекул газа. Какова молярная масса μ этого газа?

5.57. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при нормальных условиях $\sqrt{\overline{v^2}}=461$ м/с.

Какое число молекул n содержит единица массы этого газа?

5.58. Найти внутреннюю энергию W массы $m=20$ г кислорода при температуре $t=10$ °С. Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения молекул и какая часть на долю вращательного движения?

5.59. Найти внутреннюю энергию W массы $m=1$ г воздуха при температуре $t=15$ °С. Молярная масса воздуха $\mu=0{,}029$ кг/моль.

5.60. Найти энергию $W_{вр}$ вращательного движения молекул, содержащихся в массе $m=1$ кг азота при температуре $t=7$ °С.

5.61. Найти внутреннюю энергию W двухатомного газа, находящегося в сосуде объемом $V=2$ л под давлением $p=150$ кПа.

5.62. Энергия поступательного движения молекул азота, находящегося в баллоне объемом $V=20$ л, $W=5$ кДж, а средняя квадратичная скорость его молекул $\sqrt{\overline{v^2}}=2\cdot10^3$ м/с. Найти массу m азота в баллоне и давление p, под которым он находится.

5.63. При какой температуре T энергия теплового движения атомов гелия будет достаточна для того, чтобы атомы гелия преодолели земное тяготение и навсегда покинули земную атмосферу? Решить аналогичную задачу для Луны.

5.64. Масса $m=1$ кг двухатомного газа находится под давлением $p=80$ кПа и имеет плотность $\rho=4$ кг/м^3. Найти энергию теплового движения W молекул газа при этих условиях.

5.65. Какое число молекул N двухатомного газа содержит объем $V=10$ см^3 при давлении $p=5{,}3$ кПа и температуре $t=27$ °С? Какой энергией теплового движения W обладают эти молекулы?

5.66. Найти удельную теплоемкость c кислорода для: а) $V=\text{const}$; б) $p=\text{const}$.

5.67. Найти удельную теплоемкость c_p: а) хлористого водорода; б) неона; в) окиси азота; г) окиси углерода; д) паров ртути.

5.68. Найти отношение удельных теплоемкостей c_p/c_V для кислорода.

5.69. Удельная теплоемкость некоторого двухатомного газа $c_p=14{,}7$ кДж/(кг·К). Найти молярную массу μ этого газа.

5.70. Плотность некоторого двухатомного газа при нормальных условиях $\rho=1{,}43$ кг/м^3. Найти удельные теплоемкости c_V и c_p этого газа.

5.71. Молярная масса некоторого газа $\mu=0{,}03$ кг/моль, отношение $c_p/c_V=1{,}4$. Найти удельные теплоемкости c_V и c_p этого газа.

5.72. Во сколько раз молярная теплоемкость C' гремучего газа больше молярной теплоемкости C'' водяного пара, получившегося при его сгорании? Задачу решить для: а) $V=\text{const}$; б) $p=\text{const}$.

5.73. Найти степень диссоциации α кислорода, если его удельная теплоемкость при постоянном давлении $c_p=1{,}05$ кДж/(кг·К).

5.74. Найти удельные теплоемкости c_V и c_p парообразного йода (I_2), если степень диссоциации его $\alpha=0{,}5$. Молярная масса молекулярного йода $\mu=0{,}254$ кг/моль.

5.75. Найти степень диссоциации α азота, если для него отношение $c_p/c_V=1{,}47$.

5.76. Найти удельную теплоемкость c_p газовой смеси, состоящей из количества $\nu_1=3$ кмоль аргона и количества $\nu_2=2$ кмоль азота.

5.77. Найти отношение c_p/c_V для газовой смеси, состоящей из массы $m_1=8$ г гелия и массы $m_2=16$ г кислорода.

5.78. Удельная теплоемкость газовой смеси, состоящей из количества $\nu_1=1$ кмоль кислорода и некоторой массы m_2 аргона, $c_p=430$ Дж/(кг·К). Какая масса m_2 аргона находится в газовой смеси?

5.79. Масса $m=10$ г кислорода находится при давлении $p=0{,}3$ МПа и температуре $t=10$ °С. После нагревания при $p=\text{const}$ газ занял объем $V_2=10$ л. Найти количество теплоты Q, полученное газом, и энергию теплового движения молекул газа W до и после нагревания.

5.80. Масса $m=12$ г азота находится в закрытом сосуде объемом $V=2$ л при температуре $t=10$ °С. После нагревания давление в сосуде стало равным $p=1{,}33$ МПа. Какое количество теплоты Q сообщено газу при нагревании?

5.81. В сосуде объемом $V=2$ л находится азот при давлении $p=0{,}1$ МПа. Какое количество теплоты Q надо сообщить азоту, чтобы: а) при $p=\text{const}$ объем увеличился вдвое; б) при $V=\text{const}$ давление увеличилось вдвое?

5.82. В закрытом сосуде находится масса $m=14$ г азота при давлении $p_1=0{,}1$ МПа и температуре $t_1=27$ °С. После нагревания давление в сосуде повысилось в 5 раз. До какой температуры t_2 был нагрет газ? Найти объем V сосуда и количество теплоты Q, сообщенное газу.

5.83. Какое количество теплоты Q надо сообщить массе $m=12$ г кислорода, чтобы нагреть его на $\Delta t=50$ °С при $p=\text{const}$?

5.84. На нагревание массы $m=40$ г кислорода от температуры $t_1=16$ °С до $t_2=40$ °С затрачено количество теплоты $Q=628$ Дж. При каких условиях нагревался газ (при постоянном объеме или при постоянном давлении)?

5.85. В закрытом сосуде объемом $V=10$ л находится воздух при давлении $p=0{,}1$ МПа. Какое количество теплоты Q надо сообщить воздуху, чтобы повысить давление в сосуде в 5 раз?

5.86. Какую массу m углекислого газа можно нагреть при $p=\text{const}$ от температуры $t_1=20$ °С до $t_2=100$ °С количеством теплоты $Q=222$ Дж? На сколько при этом изменится кинетическая энергия одной молекулы?

5.87. В закрытом сосуде объемом $V=2$ л находится азот, плотность которого $\rho=1{,}4$ кг/м^3. Какое количество теплоты Q надо сообщить азоту, чтобы нагреть его на $\Delta T=100$ К?

5.88. Азот находится в закрытом сосуде объемом $V=3$ л при температуре $t_1=27$ °С и давлении $p_1=0{,}3$ МПа. После нагревания давление в сосуде повысилось до $p_2=2{,}5$ МПа. Найти температуру t_2 азота после нагревания и количество теплоты Q, сообщенное азоту.

5.89. Для нагревания некоторой массы газа на $\Delta t_1=50$ °С при $p=\text{const}$ необходимо затратить количество теплоты $Q_1=670$ Дж. Если эту же массу газа охладить на $\Delta t_2=100$ °С при $V=\text{const}$, то выделяется количество теплоты $Q_2=1005$ Дж. Какое число степеней свободы i имеют молекулы этого газа?

5.90. Масса $m=10$ г азота находится в закрытом сосуде при температуре $t_1=7$ °С. Какое количество теплоты Q надо сообщить азоту, чтобы увеличить среднюю квадратичную скорость его молекул вдвое? Во сколько раз при этом изменится температура газа? Во сколько раз при этом изменится давление газа на стенки сосуда?

5.91. Гелий находится в закрытом сосуде объемом $V=2$ л при температуре $t_1=20$ °С и давлении $p_1=100$ кПа. Какое количество теплоты Q надо сообщить гелию, чтобы повысить его температуру на $\Delta t=100$ °С? Каковы будут при новой температуре средняя квадратичная скорость $\sqrt{\overline{v^2}}$ его молекул, давление p_2, плотность ρ_2 гелия и энергия теплового движения W его молекул?

5.92. В закрытом сосуде объемом $V=2$ л находится масса m азота и масса m аргона при нормальных условиях. Какое количество теплоты Q надо сообщить, чтобы нагреть газовую смесь на $\Delta t=100$ °С?

5.93. Найти среднюю арифметическую $\overline{v}$, среднюю квадратичную $\sqrt{\overline{v^2}}$ и наиболее вероятную $v_в$ скорости молекул газа, который при давлении $p=40$ кПа имеет плотность $\rho=0{,}3$ кг/м³.

5.94. При какой температуре T средняя квадратичная скорость молекул азота больше их наиболее вероятной скорости на $\Delta v=50$ м/с?

5.95. Какая часть молекул кислорода при $t=0$ °С обладает скоростями v от 100 до 110 м/с?

5.96. Какая часть молекул азота при $t=150$ °С обладает скоростями v от 300 до 325 м/с?

5.97. Какая часть молекул водорода при $t=0$ °С обладает скоростями v от 2000 до 2100 м/с?

5.98. Во сколько раз число молекул ΔN_1, скорости которых лежат в интервале от $v_в$ до $v_в+\Delta v$, больше числа молекул ΔN_2, скорости которых лежат в интервале от $\sqrt{\overline{v^2}}$ до $\sqrt{\overline{v^2}}+\Delta v$?

5.99. Какая часть молекул азота при температуре T имеет скорости, лежащие в интервале от $v_в$ до $v_в+\Delta v$, где $\Delta v=20$ м/с, если: а) $T=400$ К; б) $T=900$ К?

5.100. Какая часть молекул азота при температуре $t=150$ °С имеет скорости, лежащие в интервале от $v_1=300$ м/с до $v_2=800$ м/с?

5.101. Какая часть общего числа N молекул имеет скорости: а) больше наиболее вероятной скорости $v_в$, б) меньше наиболее вероятной скорости $v_в$?

5.102. В сосуде находится масса $m=2{,}5$ г кислорода. Найти число N_x молекул кислорода, скорости которых превышают среднюю квадратичную скорость $\sqrt{\overline{v^2}}$.

5.103. В сосуде находится масса $m=8$ г кислорода при температуре $T=1600$ К. Какое число N_x молекул кислорода имеет кинетическую энергию поступательного движения, превышающую энергию $W_0=6{,}65\cdot10^{-20}$ Дж?

5.104. Энергию заряженных частиц часто выражают в электронвольтах: 1 эВ — энергия, которую приобретает электрон, пройдя в электрическом поле разность потенциалов $U=1$ В, причем 1 эВ$=1{,}60219\cdot10^{-19}$ Дж. При какой температуре T_0 средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул $W_0=1$ эВ? При какой температуре

50% всех молекул имеет кинетическую энергию поступательного движения, превышающую энергию $W_0=1$ эВ?

5.105. Молярная энергия, необходимая для ионизации атомов калия, $W_i=418{,}68$ кДж/моль. При какой температуре T газа 10% всех молекул имеют молярную кинетическую энергию поступательного движения, превышающую энергию W_i?

5.106. Обсерватория расположена на высоте $h=3250$ м над уровнем моря. Найти давление p воздуха на этой высоте. Температуру воздуха считать постоянной и равной $t=5$ °С. Молярная масса воздуха $\mu=0{,}029$ кг/моль. Давление воздуха на уровне моря $p_0=101{,}3$ кПа.

5.107. На какой высоте h давление воздуха составляет 75% от давления на уровне моря? Температуру воздуха считать постоянной и равной $t=0$ °С.

5.108. Пассажирский самолет совершает полеты на высоте $h_1=8300$ м. Чтобы не снабжать пассажиров кислородными масками, в кабине при помощи компрессора поддерживается постоянное давление, соответствующее высоте $h_2=2700$ м. Найти разность Δp давлений внутри и снаружи кабины. Температуру наружного воздуха считать равной $t_1=0$ °С.

5.109. Найти в предыдущей задаче, во сколько раз плотность ρ_2 воздуха в кабине больше плотности ρ_1 воздуха вне ее, если температура наружного воздуха $t_1=-20$ °С, а температура воздуха в кабине $t_2=+20$ °С.

5.110. Найти плотность ρ воздуха: а) у поверхности Земли; б) на высоте $h=4$ км от поверхности Земли. Температуру воздуха считать постоянной и равной $t=0$ °С. Давление воздуха у поверхности Земли $p_0=100$ кПа.

5.111. На какой высоте h плотность газа вдвое меньше его плотности на уровне моря? Температуру газа считать постоянной и равной $t=0$ °С. Задачу решить для: а) воздуха, б) водорода.

5.112. Перрен, наблюдая при помощи микроскопа изменение концентрации взвешенных частиц гуммигута с изменением высоты и применяя барометрическую формулу, экспериментально нашел значение постоянной Авогадро N_A. В одном из опытов Перрен нашел, что при расстоянии между двумя слоями $\Delta h=100$ мкм число взвешенных частиц гуммигута в одном слое вдвое больше, чем в другом. Температура гуммигута $t=20$ °С. Частицы гуммигута диаметром $\sigma=0{,}3$ мкм были взвешены в жидкости, плотность которой на $\Delta\rho=0{,}2\cdot10^3$ кг/м^3 меньше плотности частиц. Найти по этим данным значение постоянной Авогадро N_A.

5.113. Найти среднюю длину свободного пробега λ молекул углекислого газа при температуре $t=100$ °С и давлении $p=13{,}3$ Па. Диаметр молекул углекислого газа $\sigma=0{,}32$ нм.

5.114. При помощи ионизационного манометра, установленного на искусственном спутнике Земли, было обнаружено, что на высоте $h=300$ км от поверхности Земли концентрация частиц газа в атмосфере $n=10^{15}$ м$^{-3}$. Найти среднюю длину свободного пробега $\bar{\lambda}$ частиц газа на этой высоте. Диаметр частиц газа $\sigma=0{,}2$ нм.

5.115. Найти среднюю длину свободного пробега $\bar{\lambda}$ молекул воздуха при нормальных условиях. Диаметр молекул воздуха $\sigma=0{,}3$ нм.

5.116. Найти среднее число столкновений $\bar{z}$ в единицу времени молекул углекислого газа при температуре $t=100$ °С, если средняя длина свободного пробега $\bar{\lambda}=870$ мкм.

5.117. Найти среднее число столкновений $\bar{z}$ в единицу времени молекул азота при давлении $p=53{,}33$ кПа и температуре $t=27$ °С.

5.118. В сосуде объемом $V=0{,}5$ л находится кислород при нормальных условиях. Найти общее число столкновений Z между молекулами кислорода в этом объеме за единицу времени.

5.119. Во сколько раз уменьшится число столкновений $\bar{z}$ в единицу времени молекул двухатомного газа, если объем газа адиабатически увеличить в 2 раза?

5.120. Найти среднюю длину свободного пробега $\bar{\lambda}$ молекул азота при давлении $p=10$ кПа и температуре $t=17$ °С.

5.121. Найти среднюю длину свободного пробега $\bar{\lambda}$ атомов гелия, если известно, что плотность гелия $\rho=0{,}021$ кг/м^3.

5.122. Найти среднюю длину свободного пробега $\bar{\lambda}$ молекул водорода при давлении $p=0{,}133$ Па и температуре $t=50$ °С.

5.123. При некотором давлении и температуре $t=0$ °С средняя длина свободного пробега молекул кислорода $\bar{\lambda}=95$ нм. Найти среднее число столкновений $\bar{z}$ в единицу времени молекул кислорода, если при той же температуре давление кислорода уменьшить в 100 раз.

5.124. При некоторых условиях средняя длина свободного пробега молекул газа $\bar{\lambda}=160$ нм; средняя арифмети-

ческая скорость его молекул $\overline{v}=1{,}95$ км/с. Найти среднее число столкновений $\overline{z}$ в единицу времени молекул этого газа, если при той же температуре давление газа уменьшить в 1,27 раза.

5.125. В сосуде объемом $V=100$ см³ находится масса $m=0{,}5$ г азота. Найти среднюю длину свободного пробега $\overline{\lambda}$ молекул азота.

5.126. В сосуде находится углекислый газ, плотность которого $\rho=1{,}7$ кг/м³. Средняя длина свободного пробега его молекул $\overline{\lambda}=79$ нм. Найти диаметр σ молекул углекислого газа.

5.127. Найти среднее время $\overline{\tau}$ между двумя последовательными столкновениями молекул азота при давлении $p=133$ Па и температуре $t=10$ °С.

5.128. Сосуд с воздухом откачан до давления $p=1{,}33\times$ $\times 10^{-4}$ Па. Найти плотность ρ воздуха в сосуде, число молекул n в единице объема сосуда и среднюю длину свободного пробега $\overline{\lambda}$ молекул. Диаметр молекул воздуха $\sigma=0{,}3$ нм. Молярная масса воздуха $\mu=0{,}029$ кг/моль. Температура воздуха $t=17$ °С.

5.129. Какое предельное число n молекул газа должно находиться в единице объема сферического сосуда, чтобы молекулы не сталкивались друг с другом? Диаметр молекул газа $\sigma=0{,}3$ нм, диаметр сосуда $D=15$ см.

5.130. Какое давление p надо создать внутри сферического сосуда, чтобы молекулы не сталкивались друг с другом, если диаметр сосуда: а) $D=1$ см; б) $D=10$ см; в) $D=$ $=100$ см? Диаметр молекул газа $\sigma=0{,}3$ нм.

5.131. Расстояние между катодом и анодом в разрядной трубке $d=15$ см. Какое давление p надо создать в разрядной трубке, чтобы электроны не сталкивались с молекулами воздуха на пути от катода к аноду? Температура воздуха $t=27$ °С. Диаметр молекул воздуха $\sigma=0{,}3$ нм. Средняя длина свободного пробега электрона в газе приблизительно в 5,7 раза больше средней длины свободного пробега молекул самого газа.

5.132. В сферической колбе объемом $V=1$ л находится азот. При какой плотности ρ азота средняя длина свободного пробега молекул азота больше размеров сосуда?

5.133. Найти среднее число столкновений $\overline{z}$ в единицу времени молекул некоторого газа, если средняя длина свободного пробега $\overline{\lambda}=5$ мкм, а средняя квадратичная скорость его молекул $\sqrt{\overline{v^2}}=500$ м/с.

5.134. Найти коэффициент диффузии D водорода при нормальных условиях, если средняя длина свободного пробега $\overline{\lambda}=0{,}16$ мкм.

5.135. Найти коэффициент диффузии D гелия при нормальных условиях.

5.136. Построить график зависимости коэффициента диффузии D водорода от температуры T в интервале $100\leqslant T\leqslant 600$ К через каждые 100 К при $p=\text{const}=100$ кПа.

5.137. Найти массу m азота, прошедшего вследствие диффузии через площадку $S=0{,}01$ м^2 за время $t=10$ с, если градиент плотности в направлении, перпендикулярном к площадке, $\Delta\rho/\Delta x=1{,}26$ кг/м^4. Температура азота $t=27$ °С. Средняя длина свободного пробега молекул азота $\overline{\lambda}=10$ мкм.

5.138. При каком давлении p отношение вязкости некоторого газа к коэффициенту его диффузии $\eta/D=0{,}3$ кг/м^3, а средняя квадратичная скорость его молекул $\sqrt{\overline{v^2}}=632$ м/с?

5.139. Найти среднюю длину свободного пробега $\overline{\lambda}$ молекул гелия при давлении $p=101{,}3$ кПа и температуре $t=0$ °С, если вязкость гелия $\eta=13$ мкПа·с.

5.140. Найти вязкость η азота при нормальных условиях, если коэффициент диффузии для него $D=1{,}42\cdot 10^{-5}$ м^2/с.

5.141. Найти диаметр σ молекулы кислорода, если при температуре $t=0$ °С вязкость кислорода $\eta=18{,}8$ мкПа·с.

5.142. Построить график зависимости вязкости η азота от температуры T в интервале $100\leqslant T\leqslant 600$ К через каждые 100 К.

5.143. Найти коэффициент диффузии D и вязкость η воздуха при давлении $p=101{,}3$ кПа и температуре $t=10$°С. Диаметр молекул воздуха $\sigma=0{,}3$ нм.

5.144. Во сколько раз вязкость кислорода больше вязкости азота? Температуры газов одинаковы.

5.145. Коэффициент диффузии и вязкость водорода при некоторых условиях равны $D=1{,}42\cdot 10^{-4}$ м^2/с и $\eta=8{,}5$ мкПа·с. Найти число n молекул водорода в единице объема.

5.146. Коэффициент диффузии и вязкость кислорода при некоторых условиях равны $D=1{,}22\cdot 10^{-5}$ м^2/с и $\eta=19{,}5$ мкПа·с. Найти плотность ρ кислорода, среднюю длину свободного пробега $\overline{\lambda}$ и среднюю арифметическую скорость $\overline{v}$ его молекул.

5.147. Какой наибольшей скорости v может достичь дождевая капля диаметром $D=0{,}3$ мм? Диаметр молекул

воздуха $\sigma=0{,}3$ нм. Температура воздуха $t=0$ °С. Считать, что для дождевой капли справедлив закон Стокса.

5.148. Самолет летит со скоростью $v=360$ км/ч. Считая, что слой воздуха у крыла самолета, увлекаемый вследствие вязкости, $d=4$ см, найти касательную силу F_S, действующую на единицу поверхности крыла. Диаметр молекул воздуха $\sigma=0{,}3$ нм. Температура воздуха $t=0$ °С.

5.149. Пространство между двумя коаксиальными цилиндрами заполнено газом. Радиусы цилиндров равны $r=5$ см и $R=5{,}2$ см. Высота внутреннего цилиндра $h=25$ см. Внешний цилиндр вращается с частотой $n=360$ об/мин. Для того чтобы внутренний цилиндр оставался неподвижным, к нему надо приложить касательную силу $F=1{,}38$ мН. Рассматривая в первом приближении случай как плоский, найти из данных этого опыта вязкость η газа, находящегося между цилиндрами.

5.150. Найти теплопроводность K водорода, вязкость которого $\eta=8{,}6$ мкПа·с.

5.151. Найти теплопроводность K воздуха при давлении $p=100$ кПа и температуре $t=10$ °С. Диаметр молекул воздуха $\sigma=0{,}3$ нм.

5.152. Построить график зависимости теплопроводности K водорода от температуры T в интервале $100\leqslant T\leqslant 600$ К через каждые 100 К.

5.153. В сосуде объемом $V=2$ л находится $N=4\cdot 10^{22}$ молекул двухатомного газа. Теплопроводность газа $K=14$ мВт/(м·К). Найти коэффициент диффузии D газа.

5.154. Углекислый газ и азот находятся при одинаковых температурах и давлениях. Найти для этих газов отношение: а) коэффициентов диффузии; б) вязкостей; в) теплопроводностей. Диаметры молекул газов считать одинаковыми.

5.155. Расстояние между стенками дьюаровского сосуда $d=8$ мм. При каком давлении p теплопроводность воздуха, находящегося между стенками сосуда, начнет уменьшаться при откачке? Температура воздуха $t=17$ °С. Диаметр молекул воздуха $\sigma=0{,}3$ нм.

5.156. Цилиндрический термос с внутренним радиусом $r_1=9$ см и внешним радиусом $r_2=10$ см наполнен льдом. Высота термоса $h=20$ см. Температура льда $t_1=0$ °С, температура наружного воздуха $t_2=20$ °С. При каком предельном давлении p воздуха между стенками термоса теплопроводность K еще будет зависеть от давления? Диаметр молекул воздуха $\sigma=0{,}3$ нм, а температуру воздуха между стенками термоса считать равной среднему арифметическому температур льда и наружного воздуха.

Найти теплопроводность K воздуха, заключенного между стенками термоса, при давлениях $p_1=101{,}3$ кПа и $p_2=13{,}3$ мПа, если молярная масса воздуха $\mu=0{,}029$ кг/моль. Какое количество теплоты Q проходит за время $\Delta t=1$ мин через боковую поверхность термоса средним радиусом $r=9{,}5$ см при давлениях $p_1=101{,}3$ кПа и $p_2=13{,}3$ мПа?

5.157. Какое количество теплоты Q теряет помещение за время $t=1$ ч через окно за счет теплопроводности воздуха, заключенного между рамами? Площадь каждой рамы $S=4$ м², расстояние между ними $d=30$ см. Температура помещения $t_1=18$ °С, температура наружного воздуха $t_2=-20$ °С. Диаметр молекул воздуха $\sigma=0{,}3$ нм. Температуру воздуха между рамами считать равной среднему арифметическому температур помещения и наружного воздуха. Давление $p=101{,}3$ кПа.

5.158. Между двумя пластинами, находящимися на расстоянии $d=1$ мм друг от друга, находится воздух. Между пластинами поддерживается разность температур $\Delta T=1$ К. Площадь каждой пластины $S=0{,}01$ м². Какое количество теплоты Q передается за счет теплопроводности от одной пластины к другой за время $t=10$ мин? Считать, что воздух находится при нормальных условиях. Диаметр молекул воздуха $\sigma=0{,}3$ нм.

5.159. Масса $m=10$ г кислорода находится при давлении $p=300$ кПа и температуре $t=10$ °С. После нагревания при $p=\text{const}$ газ занял объем $V=10$ л. Найти количество теплоты Q, полученное газом, изменение ΔW внутренней энергии газа и работу A, совершенную газом при расширении.

5.160. Масса $m=6{,}5$ г водорода, находящегося при температуре $t=27$ °С, расширяется вдвое при $p=\text{const}$ за счет притока тепла извне. Найти работу A расширения газа, изменение ΔW внутренней энергии газа и количество теплоты Q, сообщенное газу.

5.161. В закрытом сосуде находится масса $m_1=20$ г азота и масса $m_2=32$ г кислорода. Найти изменение ΔW внутренней энергии смеси газов при охлаждении ее на $\Delta T=28$ К.

5.162. Количество $\nu=2$ кмоль углекислого газа нагревается при постоянном давлении на $\Delta T=50$ К. Найти изменение ΔW внутренней энергии газа, работу A расширения газа и количество теплоты Q, сообщенное газу.

5.163. Двухатомному газу сообщено количество теплоты $Q=2{,}093$ кДж. Газ расширяется при $p=\text{const}$. Найти работу A расширения газа.

5.164. При изобарическом расширении двухатомного газа была совершена работа $A=156{,}8$ Дж. Какое количество теплоты Q было сообщено газу?

5.165. В сосуде объемом $V=5$ л находится газ при давлении $p=200$ кПа и температуре $t=17$ °С. При изобарическом расширении газа была совершена работа $A=196$ Дж. На сколько нагрели газ?

5.166. Масса $m=7$ г углекислого газа была нагрета на $\Delta T=10$ К в условиях свободного расширения. Найти работу A расширения газа и изменение ΔW его внутренней энергии.

5.167. Количество $\nu=1$ кмоль многоатомного газа нагревается на $\Delta T=100$ К в условиях свободного расширения. Найти количество теплоты Q, сообщенное газу, изменение ΔW его внутренней энергии и работу A расширения газа.

5.168. В сосуде под поршнем находится масса $m=1$ г азота. Какое количество теплоты Q надо затратить, чтобы нагреть азот на $\Delta T=10$ К? На сколько при этом поднимется поршень? Масса поршня $M=1$ кг, площадь его поперечного сечения $S=10$ см^2. Давление над поршнем $p=100$ кПа.

5.169. В сосуде под поршнем находится гремучий газ. Какое количество теплоты Q выделяется при взрыве гремучего газа, если известно, что внутренняя энергия газа изменилась при этом на $\Delta W=336$ Дж и поршень поднялся на высоту $\Delta h=20$ см? Масса поршня $M=2$ кг, площадь его поперечного сечения $S=10$ см^2. Над поршнем находится воздух при нормальных условиях.

5.170. Масса $m=10{,}5$ г азота изотермически расширяется при температуре $t=-23$ °С, причем его давление изменяется от $p_1=250$ кПа до $p_2=100$ кПа. Найти работу A, совершенную газом при расширении.

5.171. При изотермическом расширении массы $m=10$ г азота, находящегося при температуре $t=17$ °С, была совершена работа $A=860$ Дж. Во сколько раз изменилось давление азота при расширении?

5.172. Работа изотермического расширения массы $m=10$ г некоторого газа от объема V_1 до $V_2=2V_1$ оказалась равной $A=575$ Дж. Найти среднюю квадратичную скорость $\sqrt{\overline{v^2}}$ молекул газа при этой температуре.

5.173. Гелий, находящийся при нормальных условиях, изотермически расширяется от объема $V_1=1$ л до $V_2=2$ л. Найти работу A, совершенную газом при расширении, и количество теплоты Q, сообщенное газу.

5.174. При изотермическом расширении газа, занимавшего объем $V=2$ м³, давление его меняется от $p_1=0{,}5$ МПа до $p_2=0{,}4$ МПа. Найти работу A, совершенную при этом.

5.175. До какой температуры t_2 охладится воздух, находящийся при $t_1=0$ °С, если он расширяется адиабатически от объема V_1 до $V_2=2V_1$?

5.176. Объем $V_1=7{,}5$ л кислорода адиабатически сжимается до объема $V_2=1$ л, причем в конце сжатия установилось давление $p_2=1{,}6$ МПа. Под каким давлением p_1 находился газ до сжатия?

5.177. При адиабатическом сжатии воздуха в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания давление изменяется от $p_1=0{,}1$ МПа до $p_2=3{,}5$ МПа. Начальная температура воздуха $t_1=40$ °С. Найти температуру t_2 воздуха в конце сжатия.

5.178. Газ расширяется адиабатически, причем объем его увеличивается вдвое, а термодинамическая температура падает в 1,32 раза. Какое число степеней свободы i имеют молекулы этого газа?

5.179. Двухатомный газ, находящийся при давлении $p_1=2$ МПа и температуре $t_1=27$ °С, сжимается адиабатически от объема V_1 до $V_2=0{,}5\,V_1$. Найти температуру t_2 и давление p_2 газа после сжатия.

5.180. В сосуде под поршнем находится гремучий газ, занимающий при нормальных условиях объем $V_1=0{,}1$ л. При быстром сжатии газ воспламеняется. Найти температуру T воспламенения гремучего газа, если известно, что работа сжатия $A=46{,}35$ Дж.

5.181. В сосуде под поршнем находится газ при нормальных условиях. Расстояние между дном сосуда и дном поршня $h=25$ см. Когда на поршень положили груз массой $m=20$ кг, поршень опустился на $\Delta h=13{,}4$ см. Считая сжатие адиабатическим, найти для данного газа отношение c_p/c_V. Площадь поперечного сечения поршня $S=10$ см². Массой поршня пренебречь.

5.182. Двухатомный газ занимает объем $V_1=0{,}5$ л при давлении $p_1=50$ кПа. Газ сжимается адиабатически до некоторого объема V_2 и давления p_2. Затем он охлаждается при $V_2=\text{const}$ до первоначальной температуры, причем его давление становится равным $p_0=100$ кПа. Начертить график этого процесса. Найти объем V_2 и давление p_2.

5.183. Газ расширяется адиабатически так, что его давление падает от $p_1=200$ кПа до $p_2=100$ кПа. Затем он нагревается при постоянном объеме до первоначальной температуры, причем его давление становится равным

p=122 кПа. Найти отношение c_p/c_V для этого газа. Начертить график этого процесса.

5.184. Количество ν=1 кмоль азота, находящегося при нормальных условиях, расширяется адиабатически от объема V_1 до V_2=5V_1. Найти изменение ΔW внутренней энергии газа и работу A, совершенную газом при расширении.

5.185. Необходимо сжать воздух от объема V_1=10 л до V_2=2 л. Как выгоднее его сжимать (адиабатически или изотермически)?

5.186. При адиабатическом сжатии количества ν= =1 кмоль двухатомного газа была совершена работа A= =146 кДж. На сколько увеличилась температура газа при сжатии?

5.187. Во сколько раз уменьшится средняя квадратичная скорость молекул двухатомного газа при адиабатическом увеличении объема газа в 2 раза?

5.188. Масса m=10 г кислорода, находящегося при нормальных условиях, сжимается до объема V_2=1,4 л. Найти давление p_2 и температуру t_2 кислорода после сжатия, если кислород сжимается: а) изотермически; б) адиабатически. Найти работу A сжатия в каждом из этих случаев.

5.189. Масса m=28 г азота, находящегося при температуре t_1=40 °С и давлении p_1=100 кПа, сжимается до объема V_2=13 л. Найти температуру t_2 и давление p_2 азота после сжатия, если азот сжимается: а) изотермически; б) адиабатически. Найти работу A сжатия в каждом из этих случаев.

5.190. Во сколько раз возрастает длина свободного пробега молекул двухатомного газа, если его давление падает вдвое при расширении газа: а) изотермически; б) адиабатически?

5.191. Два различных газа, из которых один одноатомный, а другой двухатомный, находятся при одинаковых температурах и занимают одинаковые объемы. Газы сжимаются адиабатически так, что объем их уменьшается вдвое. Какой из газов нагреется больше и во сколько раз?

5.192. Масса m=1 кг воздуха, находящегося при давлении p_1=150 кПа и температуре t_1=30 °С, расширяется адиабатически и давление при этом падает до p_2=100 кПа. Во сколько раз увеличился объем воздуха? Найти конечную температуру t_2 и работу A, совершенную газом при расширении.

5.193. Количество ν=1 кмоль кислорода находится при нормальных условиях, а затем объем его увеличивается до

$V=5V_0$. Построить график зависимости $p=f(V)$, приняв за единицу по оси абсцисс значение V_0, если кислород расширяется: а) изотермически; б) адиабатически. Значения давления p найти для объемов, равных: V_0, $2V_0$, $3V_0$, $4V_0$ и $5V_0$.

5.194. Некоторая масса кислорода занимает объем $V_1=3$ л при температуре $t_1=27$ °С и давлении $p_1=820$ кПа (рис. 8). В другом состоянии газ имеет параметры $V_2=4,5$ л и $p_2=600$ кПа. Найти количество теплоты Q, полученное газом, работу A, совершенную газом при расширении, и изменение ΔW внутренней энергии газа при переходе газа из одного состояния в другое: а) по участку ACB; б) по участку ADB.

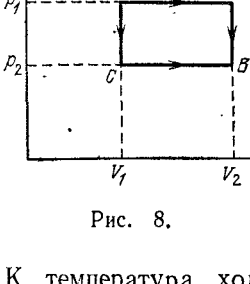


Рис. 8.

5.195. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, за цикл получает от нагревателя количество теплоты $Q_1=2,512$ кДж. Температура нагревателя $T_1=400$ К, температура холодильника $T_2=300$ К. Найти работу A, совершаемую машиной за один цикл, и количество теплоты Q_2, отдаваемое холодильнику за один цикл.

5.196. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $A=2,94$ кДж и отдает за один цикл холодильнику количество теплоты $Q_2=13,4$ кДж. Найти к. п. д. η цикла.

5.197. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $A=73,5$ кДж. Температура нагревателя $t_1=100$ °С, температура холодильника $t_2=0$ °С. Найти к. п. д. η цикла, количество теплоты Q_1, получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты Q_2, отдаваемое за один цикл холодильнику.

5.198. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. При этом 80% количества теплоты, получаемого от нагревателя, передается холодильнику. Машина получает от нагревателя количество теплоты $Q_1=6,28$ кДж. Найти к. п. д. η цикла и работу A, совершаемую за один цикл.

5.199. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Воздух при давлении $p_1=708$ кПа и температуре $t_1=127$ °С занимает объем $V_1=2$ л. После изотермического расширения воздух занял объем $V_2=5$ л; после адиабати-

ческого расширения объем стал равным $V_3=8$ л. Найти: а) координаты пересечения изотерм и адиабат; б) работу A, совершаемую на каждом участке цикла; в) полную работу A, совершаемую за весь цикл; г) к. п. д. η цикла; д) количество теплоты Q_1, полученное от нагревателя за один цикл; е) количество теплоты Q_2, отданное холодильнику за один цикл.

5.200. Количество $\nu=1$ кмоль идеального газа совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. При этом объем газа изменяется от $V_1=25$ м³ до $V_2=50$ м³ и давление изменяется от $p_1=100$ кПа до $p_2=200$ кПа. Во сколько раз работа, совершаемая при таком цикле, меньше работы, совершаемой в цикле Карно, изотермы которого соответствуют наибольшей и наименьшей температурам рассматриваемого цикла, если при изотермическом расширении объем увеличился в 2 раза?

5.201. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, совершает за один цикл работу $A=37$ кДж. При этом она берет тепло от тела с температурой $t_2=-10$ °С и передает тепло телу с температурой $t_1=17$ °С. Найти к. п. д. η цикла, количество теплоты Q_2, отнятое у холодного тела за один цикл, и количество теплоты Q_1, переданное более горячему телу за один цикл.

5.202. Идеальная холодильная машина работает как тепловой насос по обратному циклу Карно. При этом она берет тепло от воды с температурой $t_2=2$ °С и передает его воздуху с температурой $t_1=27$ °С. Найти: а) коэффициент η_1 — отношение количества теплоты, переданного воздуху за некоторый промежуток времени, к количеству теплоты, отнятому за это же время от воды; б) коэффициент η_2 — отношение количества теплоты, отнятого за некоторый промежуток времени от воды, к затраченной на работу машины энергии за этот же промежуток времени (коэффициент η_2 называется холодильным коэффициентом машины); в) коэффициент η_3 — отношение затраченной на работу машины энергии за некоторый промежуток времени к количеству теплоты, переданному за это же время воздуху (коэффициент η_3 — к. п. д. цикла). Найти соотношение между коэффициентами η_1, η_2 и η_3.

5.203. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, передает тепло от холодильника с водой при температуре $t_2=0$ °С кипятильнику с водой при температуре $t_1=100$ °С. Какую массу m_2 воды нужно заморозить в холодильнике, чтобы превратить в пар массу $m_1=1$ кг воды в кипятильнике?

5.204. Помещение отапливается холодильной машиной, работающей по обратному циклу Карно. Во сколько раз количество теплоты Q, получаемое помещением от сгорания дров в печке, меньше количества теплоты Q', переданного помещению холодильной машиной, которая приводится в действие тепловой машиной, потребляющей ту же массу дров? Тепловой двигатель работает между температурами $t_1=100$ °С и $t_2=0$ °С. Помещение требуется поддерживать при температуре $t_1'=16$ °С. Температура окружающего воздуха $t_2'=-10$ °С.

5.205. Рабочий цикл идеальной паровой машины изображен на рис. 9. В начале доступа пара из котла в цилиндр давление в нем возрастает при $V_0=\text{const}$ от p_0 до p_1 (ветвь AB). При дальнейшем поступлении пара до объема V_1 поршень движется слева направо при $p_1=\text{const}$ (ветвь BC). При дальнейшем движении поршня вправо доступ пара из котла в цилиндр прекращается, происходит адиабатическое расширение пара до объема V_2 (ветвь CD). При крайнем правом положении поршня пар из цилиндра выходит в холодильник — давление падает при $V_2=\text{const}$ до давления p_0 (ветвь DE). При обратном движении поршень выталкивает оставшийся пар при $p_0=\text{const}$; объем при этом уменьшается от V_2 до V_0 (ветвь EA). Найти работу A этой машины, совершаемую за каждый цикл, если $V_0=0{,}5$ л, $V_1=1{,}5$ л, $V_2=3{,}0$ л, $p_0=0{,}1$ МПа, $p_1=1{,}2$ МПа и показатель адиабаты $\varkappa=c_p/c_V=1{,}33$.

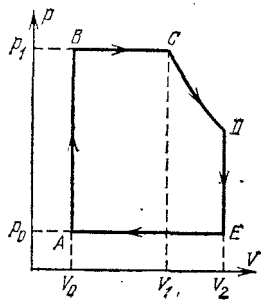


Рис. 9.

5.206. Паровая машина мощностью $P=14{,}7$ кВт потребляет за время $t=1$ ч работы массу $m=8{,}1$ кг угля с удельной теплотой сгорания $q=33$ МДж/кг. Температура котла $t_1=200$ °С, температура холодильника $t_2=58$ °С. Найти фактический к. п. д. η машины и сравнить его с к. п. д. η' идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно между теми же температурами.

5.207. Паровая машина мощностью $P=14{,}7$ кВт имеет площадь поршня $S=0{,}02$ м^2; ход поршня $h=45$ см. Изобарический процесс BC (рис. 9) происходит при движении поршня на одну треть его хода. Объемом V_0 по сравнению с объемами V_1 и V_2 пренебречь. Давление пара в котле $p_1=1{,}6$ МПа, давление пара в холодильнике $p_2=0{,}1$ МПа.

Сколько циклов за время $t=1$ мин делает машина, если показатель адиабаты $\varkappa=1{,}3$?

5.208. Цикл карбюраторного и газового четырехтактного двигателя внутреннего сгорания изображен на рис. 10. При первом ходе поршня в цилиндр всасывается горючее (в карбюраторных двигателях горючая смесь представляет собой смесь паров бензина с воздухом, приготовляемую в карбюраторах, в газовых двигателях рабочая смесь газ — воздух поступает из газогенераторной установки), при этом $p_0=\text{const}$ и объем увеличивается от V_2 до V_1 (ветвь AB). При втором ходе поршня горючее адиабатически сжимается от V_1 до V_2, при этом температура повышается от T_0 до T_1 и давление — от p_0 до p_1 (ветвь BC). Далее происходит зажигание (взрыв) горючего от искры; при этом давление возрастает от p_1 до p_2 при $V_2=\text{const}$ и температура возрастает от T_1 до T_2 (ветвь CD). Третий ход поршня — адиабатическое расширение горючего от V_2 до V_1, температура падает до T_3 (ветвь DE — рабочий ход). При крайнем положении поршня (точка E) открывается выпускной клапан, давление падает при $V_1=\text{const}$ до p_0 (ветвь EB). Четвертый ход поршня — изобарическое сжатие (ветвь BA — выталкивание отработанного газа). Найти к. п. д. η цикла, если степень сжатия $V_1/V_2=5$ и показатель адиабаты $\varkappa=1{,}33$.

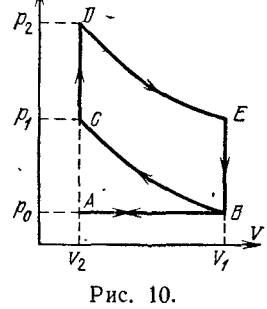


Рис. 10.

5.209. В цилиндрах карбюраторного двигателя внутреннего сгорания газ сжимается политропически до $V_2=V_1/6$. Начальное давление $p_1=90$ кПа, начальная температура $t_1=127\,^\circ$C. Найти давление p_2 и температуру t_2 газа в цилиндрах после сжатия. Показатель политропы $n=1{,}3$.

5.210. В цилиндрах карбюраторного двигателя внутреннего сгорания газ сжимается политропически так, что после сжатия температура газа становится равной $t_2=427\,^\circ$C. Начальная температура газа $t_1=140\,^\circ$C. Степень сжатия $V_2/V_1=5{,}8$. Найти показатель политропы n.

5.211. Диаметр цилиндра карбюраторного двигателя внутреннего сгорания $D=10$ см, ход поршня $h=11$ см. Какой объем V должна иметь камера сжатия, если известно, что начальное давление газа $p_1=0{,}1$ МПа, начальная температура газа $t_1=127\,^\circ$C и давление в камере после сжатия $p_2=1$ МПа? Какова будет температура t_2 газа в камере после

сжатия? Найти работу A, совершенную при сжатии. Показатель политропы $n=1{,}3$.

5.212. Найти к. п. д. η карбюраторного двигателя внутреннего сгорания, если показатель политропы $n=1{,}33$ и степень сжатия: а) $V_1/V_2=4$; б) $V_1/V_2=6$; в) $V_1/V_2=8$.

5.213. Карбюраторный двигатель мощностью $P=735{,}5$ Вт потребляет за время $t=1$ ч минимальную массу $m=265$ г бензина. Найти потери бензина на трение, теплопроводность и пр. Степень сжатия $V_1/V_2=6{,}2$. Удельная теплота сгорания бензина $q=46$ МДж/кг. Показатель политропы $n=1{,}2$.

5.214. Цикл четырехтактного двигателя Дизеля изображен на рис. 11. Ветвь AB — в цилиндры засасывается воздух ($p_0=0{,}1$ МПа). Ветвь BC — воздух адиабатически сжимается до давления p_1. В конце такта сжатия в цилиндры впрыскивается топливо, которое воспламеняется в горячем воздухе и сгорает, при этом поршень движется вправо, сначала изобарически (ветвь CD), а затем адиабатически (ветвь DE). В конце адиабатического расширения открывается выпускной клапан, давление падает до p_0 (ветвь EB). При движении поршня влево смесь удаляется из цилиндров (ветвь BA). Найти к. п. д. η двигателя Дизеля.

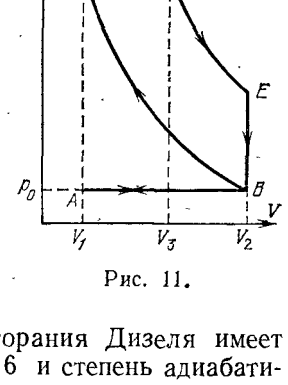


Рис. 11.

5.215. Двигатель внутреннего сгорания Дизеля имеет степень адиабатического сжатия $\varepsilon=16$ и степень адиабатического расширения $\delta=6{,}4$. Какую минимальную массу m нефти потребляет двигатель мощностью $P=36{,}8$ кВт за время $t=1$ ч? Показатель адиабаты $\varkappa=1{,}3$. Удельная теплота сгорания нефти $q=46$ МДж/кг.

5.216. Найти изменение ΔS энтропии при превращении массы $m=10$ г льда ($t=-20$ °С) в пар ($t_п=100$ °С).

5.217. Найти изменение ΔS энтропии при превращении массы $m=1$ г воды ($t=0$ °С) в пар ($t_п=100$ °С).

5.218. Найти изменение ΔS энтропии при плавлении массы $m=1$ кг льда ($t=0$ °С).

5.219. Массу $m=640$ г расплавленного свинца при температуре плавления $t_{пл}$ вылили на лед ($t=0$ °С). Найти изменение ΔS энтропии при этом процессе.

5.220. Найти изменение ΔS энтропии при переходе массы $m=8$ г кислорода от объема $V_1=10$ л при тем-

пературе $t_1=80$ °С к объему $V_2=40$ л при температуре $t_2=300$ °С.

5.221. Найти изменение ΔS энтропии при переходе массы $m=6$ г водорода от объема $V_1=20$ л под давлением $p_1=150$ кПа к объему $V_2=60$ л под давлением $p_2=100$ кПа.

5.222. Масса $m=6{,}6$ г водорода расширяется изобарически от объема V_1 до объема $V_2=2V_1$. Найти изменение ΔS энтропии при этом расширении.

5.223. Найти изменение ΔS энтропии при изобарическом расширении массы $m=8$ г гелия от объема $V_1=10$ л до объема $V_2=25$ л.

5.224. Найти изменение ΔS энтропии при изотермическом расширении массы $m=6$ г водорода от давления $p_1=100$ кПа до давления $p_2=50$ кПа.

5.225. Масса $m=10{,}5$ г азота изотермически расширяется от объема $V_1=2$ л до объема $V_2=5$ л. Найти изменение ΔS энтропии при этом процессе.

5.226. Масса $m=10$ г кислорода нагревается от температуры $t_1=50$ °С до температуры $t_2=150$ °С. Найти изменение ΔS энтропии, если нагревание происходит: а) изохорически; б) изобарически.

5.227. При нагревании количества $\nu=1$ кмоль двухатомного газа его термодинамическая температура увеличивается от T_1 до $T_2=1{,}5\,T_1$. Найти изменение ΔS энтропии, если нагревание происходит: а) изохорически; б) изобарически.

5.228. В результате нагревания массы $m=22$ г азота его термодинамическая температура увеличилась от T_1 до $T_2=1{,}2\,T_1$, а энтропия увеличилась на $\Delta S=4{,}19$ Дж/К. При каких условиях производилось нагревание азота (при постоянном объеме или при постоянном давлении)?

5.229. Найти изменение ΔS энтропии при переходе газа из состояния A в состояние B в условиях задачи 5.194 (см. рис. 8), если переход совершается: а) по участку ACB; б) по участку ADB.

5.230. Объем $V_1=1$ м^3 воздуха, находящегося при температуре $t_1=0$ °С и давлении $p_1=98$ кПа, изотермически расширяется от объема V_1 до объема $V_2=2V_1$. Найти изменение ΔS энтропии при этом процессе.

5.231. Изменение энтропии на участке между двумя адиабатами в цикле Карно $\Delta S=4{,}19$ кДж/К. Разность температур между двумя изотермами $\Delta T=100$ К. Какое количество теплоты Q превращается в работу в этом цикле?

§ 6. Реальные газы

Уравнение состояния реальных газов (уравненне Ван-дер-Ваальса) для одного моля газа имеет вид

$$\left(p+\frac{a}{V_0^2}\right)(V_0-b)=RT,$$

где V_0 — молярный объем газа, a и b — постоянные, различные для разных газов, p — давление, T — термодинамическая температура, $R=8{,}31411$ Дж/(моль·К) — газовая постоянная.

Уравнение Ван-дер-Ваальса для любой массы m газа имеет вид

$$\left(p+\frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V-\frac{m}{\mu}b\right)=\frac{m}{\mu}RT,$$

где V — объем всего газа, μ — молярная масса газа. В этом уравнении $\frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}=p_i$ — давление, обусловленное силами взаимодействия молекул, $\frac{m}{\mu}b=V_i$ — объем, связанный с собственным объемом молекул.

Постоянные a и b данного газа связаны с его критической температурой $T_к$, критическим давлением $p_к$ и критическим молярным объемом $V_{0к}$ соотношениями

$$V_{0к}=3b,\quad p_к=\frac{a}{27b^2},\quad T_к=\frac{8a}{27bR}.$$

Эти уравнения можно решить относительно постоянных a и b:

$$a=\frac{27T_к^2R^2}{64p_к},\quad b=\frac{T_кR}{8p_к}.$$

Если ввести приведенные величины

$$\tau=T/T_к,\quad \pi=p/p_к,\quad \omega=V_0/V_{0к},$$

то уравнение Вав-дер-Ваальса для одного моля газа примет вид

$$\left(\pi+\frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega-1)=8\tau.$$

6.1. В каких единицах системы СИ выражаются постоянные a и b, входящие в уравнение Ван-дер-Ваальса?

6.2. Пользуясь данными о критических величинах $T_к$ и $p_к$ для некоторых газов (см. табл. VII), найти для них постоянные a и b, входящие в уравнение Ван-дер-Ваальса.

6.3. Какую температуру T имеет масса $m=2$ г азота, занимающего объем $V=820$ см^3 при давлении $p=0{,}2$ МПа? Газ рассматривать как: а) идеальный; б) реальный.

6.4. Какую температуру T имеет масса $m=3{,}5$ г кислорода, занимающего объем $V=90$ см^3 при давлении $p=2{,}8$ МПа? Газ рассматривать как: а) идеальный; б) реальный.

6.5. Масса $m=10$ г гелия занимает объем $V=100$ см^3 при давлении $p=100$ МПа. Найти температуру T газа, считая его: а) идеальным; б) реальным.

6.6. Количество $\nu=1$ кмоль углекислого газа находится при температуре $t=100$ °С. Найти давление p газа, считая его: а) реальным; б) идеальным. Задачу решить для объемов $V_1=1$ м^3 и $V_2=0{,}05$ м^3.

6.7. В закрытом сосуде объемом $V=0{,}5$ м^3 находится количество $\nu=0{,}6$ кмоль углекислого газа при давлении $p=3$ МПа. Пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса, найти, во сколько раз надо увеличить температуру газа, чтобы давление увеличилось вдвое.

6.8. Количество $\nu=1$ кмоль кислорода находится при температуре $t=27$ °С и давлении $p=10$ МПа. Найти объем V газа, считая, что кислород при данных условиях ведет себя как реальный газ.

6.9. Количество $\nu=1$ кмоль азота находится при температуре $t=27$ °С и давлении $p=5$ МПа. Найти объем V газа, считая, что азот при данных условиях ведет себя как реальный газ.

6.10. Найти эффективный диаметр σ молекулы кислорода, считая известными для кислорода критические значения $T_к$ и $p_к$.

6.11. Найти эффективный диаметр σ молекулы азота двумя способами: а) по данному значению средней длины свободного пробега молекул при нормальных условиях $\bar{\lambda}=95$ нм; б) по известному значению постоянной b в уравнении Ван-дер-Ваальса.

6.12. Найти среднюю длину свободного пробега $\bar{\lambda}$ молекул углекислого газа при нормальных условиях. Эффективный диаметр σ молекулы вычислить, считая известными для углекислого газа критические значения $T_к$ и $p_к$.

6.13. Найти коэффициент диффузии D гелия при температуре $t=17$ °С и давлении $p=150$ кПа. Эффективный диаметр σ атома вычислить, считая известными для гелия критические значения $T_к$ и $p_к$.

6.14. Построить изотермы $p=f(V)$ для количества $\nu=1$ кмоль углекислого газа при температуре $t=0$ °С. Газ рассматривать как: а) идеальный; б) реальный. Значения V (в л/моль) для реального газа взять следующие: 0,07, 0,08, 0,10, 0,12, 0,14, 0,16, 0,18, 0,20, 0,25, 0,30, 0,35 и 0,40; для идеального газа — в интервале $0{,}2 \leqslant V \leqslant 0{,}4$ л/моль.

6.15. Найти давление p_i, обусловленное силами взаимодействия молекул, заключенных в количестве $\nu=1$ кмоль газа при нормальных условиях. Критическая температура и критическое давление этого газа равны $T_к=417$ К и $p_к=7{,}7$ МПа.

6.16. Для водорода силы взаимодействия между молекулами незначительны; преимущественную роль играют собственные размеры молекул. Написать уравнение состояния такого полуидеального газа. Какую ошибку мы допустим при нахождении количества водорода ν, находящегося в некотором объеме при температуре $t=0$ °С и давлении $p=280$ МПа, не учитывая собственного объема молекул?

6.17. В сосуде объемом $V=10$ л находится масса $m=0{,}25$ кг азота при температуре $t=27$ °С. Какую часть давления газа составляет давление, обусловленное силами взаимодействия молекул? Какую часть объема сосуда составляет собственный объем молекул?

6.18. Количество $\nu=0{,}5$ кмоль некоторого газа занимает объем $V_1=1$ м³. При расширении газа до объема $V_2=1{,}2$ м³ была совершена работа против сил взаимодействия молекул $A=5{,}684$ кДж. Найти постоянную a, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.

6.19. Масса $m=20$ кг азота адиабатически расширяется в вакуум от объема $V_1=1$ м³ до объема $V_2=2$ м³. Найти понижение ΔT температуры при этом расширении, считая известной для азота постоянную a, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса (см. ответ 6.2).

6.20. Количество $\nu=0{,}5$ кмоль трехатомного газа адиабатически расширяется в вакуум от объема $V_1=0{,}5$ м³ до объема $V_2=3$ м³. Температура газа при этом понижается на $\Delta T=12{,}2$ К. Найти постоянную a, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.

6.21. Какое давление p надо приложить, чтобы углекислый газ превратить в жидкую углекислоту при температурах $t_1=31$ °С и $t_2=50$ °С? Какой наибольший объем V_{max} может занимать масса $m=1$ кг жидкой углекислоты? Каково наибольшее давление p_{max} насыщенного пара жидкой углекислоты?

6.22. Найти плотность $\rho_к$ водяного пара в критическом состоянии, считая известной для него постоянную b, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса (см. ответ 6.2)

6.23. Найти плотность $\rho_к$ гелия в критическом состоянии, считая известными для гелия критические значения $T_к$ и $p_к$.

6.24. Количество $\nu=1$ кмоль кислорода занимает объем $V=56$ л при давлении $p=93$ МПа. Найти температуру t газа, пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса.

6.25. Количество $\nu=1$ кмоль гелия занимает объем $V=0{,}237$ м^3 при температуре $t=-200$ °С. Найти давление p газа, пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса в приведенных величинах.

6.26. Во сколько раз давление газа больше его критического давления, если известно, что его объем и температура вдвое больше критических значений этих величин?

§ 7. Насыщенные пары и жидкости

Абсолютной влажностью ρ называется парциальное давление водяного пара, находящегося в воздухе. Относительной влажностью ω называется отношение абсолютной влажности ρ к парциальному давлению $p_н$ водяного пара, насыщающего пространство при данной температуре.

Удельной теплотой парообразования r называется количество теплоты, необходимое для превращения единицы массы жидкости в пар при постоянной температуре.

Молярная теплота парообразования

$$r_0=\mu r,$$

где μ — молярная масса.

Зависимость давления насыщенного пара $p_н$ от температуры дается уравнением Клаузиуса — Клапейрона

$$\frac{dp_н}{dT}=\frac{r_0}{T(V_{0п}-V_{0ж})},$$

где $V_{0п}$ и $V_{0ж}$ — молярные объемы пара и жидкости.

Относительное изменение объема жидкости при нагревании

$$\frac{\Delta V}{V}=\beta\,\Delta T,$$

где β [К$^{-1}$] — температурный коэффициент объемного расширения.

Относительное изменение объема жидкости при изменении давления

$$\frac{\Delta V}{V}=-k\,\Delta p,$$

где k [Па$^{-1}$] — сжимаемость.

Поверхностное натяжение α [Н/м] численно равно силе, приложенной к единице длины края поверхностной пленки жидкости:

$$\alpha=F/l.$$

При изменении площади пленки на ΔS совершается работа

$$\Delta A = \alpha \Delta S,$$

Добавочное давление, вызванное кривизной поверхности жидкости, определяется формулой *Лапласа*

$$\Delta p = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где R_1 и R_2 — радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости. Радиус R считается положительным, если центр кривизны находится внутри жидкости (выпуклый мениск), и отрицательным, если центр кривизны находится вне жидкости (вогнутый мениск).

Высота поднятия жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{r\rho g},$$

где r — радиус трубки, ρ — плотность жидкости, θ — краевой угол. При полном смачивании $\theta = 0$, при полном несмачивании $\theta = \pi$.

Давление насыщенного пара $p'_н$ над вогнутой поверхностью жидкости меньше, а над выпуклой — больше, чем давление $p_н$ над плоской поверхностью. Добавочное давление

$$\Delta p_н = p'_н - p_н = \pm \frac{2\alpha \rho_н}{\rho R},$$

где ρ — плотность жидкости, $\rho_н$ — плотность насыщенного пара жидкости, R — радиус кривизны поверхности жидкости.

Осмотическое давление p раствора связано с термодинамической температурой T формулой Вант-Гоффа

$$p = CRT,$$

где R — газовая постоянная, $C\,[\text{моль/м}^3] = m/\mu V$ — молярная концентрация раствора (количество растворенного вещества в единице объема раствора).

Для растворов недиссоциированных молекул вещества

$$C = \frac{m}{\mu V} = \frac{N}{N_A},$$

где N_A — постоянная Авогадро, N — число молекул растворенного вещества в единице объема раствора. При наличии диссоциации число частиц в единице объема будет больше, что приведет к увеличению осмотического давления.

Давление насыщенного пара над раствором меньше, чем над чистым растворителем. При достаточно малой концентрации раствора относительное уменьшение давления насыщенного пара над раствором определяется законом Рауля

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{\nu'}{\nu + \nu'},$$

где p_0 — давление насыщенного пара над чистым растворителем, p — давление насыщенного пара над раствором, ν' — количество растворенного вещества, ν — количество жидкости. Задачи, относящиеся к явлению вязкости жидкостей, помещены в § 4 гл. I.

7.1. В табл. VIII дано давление водяного пара, насыщающего пространство при разных температурах. Как составить из этих данных таблицу масс m водяного пара в объеме $V=1$ м³ воздуха, насыщенного водяным паром при разных температурах? Для примера решить задачу при температуре $t=50$ °С.

7.2. Найти плотность $\rho_н$ насыщенного водяного пара при температуре $t=50$ °С.

7.3. Во сколько раз плотность $\rho_н$ насыщенного водяного пара при температуре $t=16$ °С меньше плотности ρ воды?

7.4. Во сколько раз плотность $\rho_{н1}$ насыщенного водяного пара при температуре $t_1=200$ °С больше плотности $\rho_{н2}$ насыщенного водяного пара при температуре $t_2=100$ °С?

7.5. Какая масса m водяного пара содержится в объеме $V=1$ м³ воздуха в летний день при температуре $t=30$ °С и относительной влажности $w=0{,}75$?

7.6. В замкнутом объеме $V=1$ м³ относительная влажность воздуха $w=0{,}6$ при температуре $t=20$ °С. Какая масса Δm воды должна еще испариться в этот объем, чтобы водяной пар стал насыщенным?

7.7. Температура комнаты $t_1=18$ °С, относительная влажность $w=0{,}5$. В металлический чайник налили холодную воду. Какова температура t_2 воды, при которой чайник перестает запотевать?

7.8. Найти число n молекул насыщенного водяного пара, содержащихся в единице объема при температуре $t=30$ °С.

7.9. Масса $m=0{,}5$ г водяного пара занимает объем $V_1=10$ л при температуре $t=50$ °С. Какова при этом относительная влажность w? Какая масса Δm пара сконденсируется, если изотермически уменьшить объем от V_1 до $V_2=V_1/2$?

7.10. В камере Вильсона объемом $V=1$ л заключен воздух, насыщенный водяным паром. Начальная температура камеры $t_1=20$ °С. При движении поршня объем камеры увеличился до $V_2=1{,}25\ V_1$. Расширение считать адиабатическим, причем показатель адиабаты $\varkappa=c_p/c_V=1{,}4$. Найти: а) давление p_1 водяного пара до расширения; б) массу m_1 водяного пара в камере до расширения; в) плотность ρ_1 водяного пара до расширения; г) температуру t_2 пара после

расширения (изменением температуры из-за выделения тепла при конденсации пара пренебречь); д) массу Δm сконденсированного пара; е) плотность ρ_2 водяного пара после конденсации; ж) степень пересыщения, т. е. отношение плотности водяного пара после расширения (но до конденсации) к плотности водяного пара, насыщающего пространство при температуре, установившейся после конденсации.

7.11. Найти удельный объем v воды в жидком и парообразном состояниях при нормальных условиях.

7.12. Пользуясь первым законом термодинамики и данными табл. VII и VIII, найти удельную теплоту парообразования r воды при $t=200$ °С. Для воды критическая температура $T_к=647$ К, критическое давление $p_к=22$ МПа. Проверить правильность полученного результата по данным табл. IX.

7.13. Какая часть теплоты парообразования воды при температуре $t=100$ °С идет на увеличение внутренней энергии системы?

7.14. Удельная теплота парообразования бензола (C_6H_6) при температуре $t=77$ °С равна $r=398$ кДж/кг. Найти изменение внутренней энергии ΔW при испарении массы $\Delta m=20$ г бензола.

7.15. Пользуясь уравнением Клаузиуса — Клапейрона и данными табл. VIII, найти удельную теплоту парообразования r воды при температуре $t=5$ °С. Проверить правильность полученного результата по данным табл. IX.

7.16. Давления насыщенного ртутного пара при температурах $t_1=100$ °С и $t_2=120$ °С равны $p_1=37{,}3$ Па и $p_2=101{,}3$ Па. Найти среднее значение удельной теплоты парообразования r ртути в указанном интервале температур.

7.17. Температура кипения бензола (C_6H_6) при давлении $p=0{,}1$ МПа равна $t_к=80{,}2$ °С. Найти давление $p_н$ насыщенного пара бензола при температуре $t=75{,}6$ °С. Среднее значение удельной теплоты парообразования бензола в данном интервале температур принять равным $r=0{,}4$ МДж/кг.

7.18. Давления насыщенного пара этилового спирта (C_2H_5OH) при температурах $t_1=40$ °С и $t_2=60$ °С равны $p_1=17{,}7$ кПа и $p_2=67{,}9$ кПа. Найти изменение энтропии ΔS при испарении массы $\Delta m=1$ г этилового спирта, находящегося при температуре $t=50$ °С.

7.19. Изменение энтропии при испарении количества $\Delta\nu=1$ кмоль некоторой жидкости, находящейся при температуре $t_1=50$ °С, $\Delta S=133$ Дж/К. Давление насыщенного пара жидкости при температуре $t_1=50$ °С равно $p_1=12{,}33$ кПа.

На сколько меняется давление насыщенного пара жидкости при изменении температуры от $t_1=50\,^\circ C$ до $t_2=51\,^\circ C$?

7.20. До какого предельного давления p можно откачать сосуд при помощи ртутно-диффузионного насоса, работающего без ртутной ловушки, если температура водяной рубашки насоса $t=15\,^\circ C$? Давление насыщенного ртутного пара при температуре $t_0=0\,^\circ C$ равно $p_0=0{,}021$ Па, среднее значение удельной теплоты парообразования ртути в данном интервале температур принять равным $r=10{,}08$ МДж/кг.

7.21. При температуре $t_0=0\,^\circ C$ плотность ртути $\rho_0=13{,}6\cdot10^3$ кг/м^3. Найти ее плотность ρ при температуре $t=300\,^\circ C$. Коэффициент объемного расширения ртути $\beta=1{,}85\cdot10^{-4}$ К$^{-1}$.

7.22. При температуре $t_1=100\,^\circ C$ плотность ртути $\rho_1=13{,}4\cdot10^3$ кг/м^3. При какой температуре t_2 плотность ртути $\rho_2=13{,}1\cdot10^3$ кг/м^3? Коэффициент объемного расширения ртути $\beta=1{,}8\cdot10^{-4}$ К$^{-1}$.

7.23. Найти плотность ρ морской воды на глубине $h=5$ км, если плотность ее на поверхности $\rho_0=1{,}03\cdot10^3$ кг/м^3. Сжимаемость воды $k=4{,}8\cdot10^{-10}$ Па$^{-1}$. *Указание.* При вычислении гидростатического давления морской воды ее плотность приближенно полагать равной плотности воды на поверхности.

7.24. При нормальных условиях сжимаемость бензола $k=9\cdot10^{-10}$ Па$^{-1}$, коэффициент объемного расширения $\beta=1{,}24\cdot10^{-3}$ К$^{-1}$. На сколько необходимо увеличить внешнее давление, чтобы при нагревании на $\Delta t=1$ К объем бензола не изменился?

7.25. Коэффициент объемного расширения ртути $\beta=1{,}82\cdot10^{-4}$ К$^{-1}$. Чтобы при нагревании ртути на $\Delta t=1$ К ее объем не изменился, необходимо увеличить внешнее давление на $\Delta p=4{,}7$ МПа. Найти сжимаемость k ртути.

7.26. Найти разность уровней Δh ртути в двух одинаковых сообщающихся стеклянных трубках, если левое колено поддерживается при температуре $t_0=0\,^\circ C$, а правое нагрето до температуры $t=100\,^\circ C$. Высота левого колена $h_0=90$ см. Коэффициент объемного расширения ртути $\beta=1{,}82\cdot10^{-4}$ К$^{-1}$. Расширением стекла пренебречь.

7.27. Ртуть налита в стеклянный сосуд высотой $L=10$ см. При температуре $t=20\,^\circ C$ уровень ртути на $h=1$ мм ниже верхнего края сосуда. На сколько можно нагреть ртуть, чтобы она не вылилась из сосуда? Коэффициент объемного расширения ртути $\beta=1{,}82\cdot10^{-4}$ К$^{-1}$. Расширением стекла пренебречь.

7.28. Стеклянный сосуд, наполненный до краев ртутью при температуре $t_0=0$ °С, имеет массу $M=1$ кг. Масса пустого сосуда $M_0=0{,}1$ кг. Найти массу m ртути, которая может поместиться в сосуде при температуре $t=100$ °С. Коэффициент объемного расширения ртути $\beta=1{,}82\cdot10^{-4}$ К$^{-1}$. Расширением стекла пренебречь.

7.29. Решить предыдущую задачу, если коэффициент объемного расширения стекла $\beta'=3\cdot10^{-5}$ К$^{-1}$.

7.30. Стеклянный сосуд наполнен до краев жидким маслом при температуре $t_0=0$ °С. При нагревании сосуда с маслом до температуры $t=100$ °С вытекло 6% налитого масла. Найти коэффициент объемного расширения масла β, если коэффициент объемного расширения стекла $\beta'=3\cdot10^{-5}$ К$^{-1}$.

7.31. Какую относительную ошибку мы допустим при нахождении коэффициента объемного расширения масла в условиях предыдущей задачи, если пренебрежем расширением стекла?

7.32. Температура помещения $t=37$ °С, атмосферное давление $p_0=101{,}3$ кПа. Какое давление p покажет ртутный барометр, находящийся в этом помещении? Коэффициент объемного расширения ртути $\beta=1{,}82\cdot10^{-4}$ К$^{-1}$. Расширением стекла пренебречь.

7.33. Какую силу F нужно приложить к горизонтальному алюминиевому кольцу высотой $h=10$ мм, внутренним диаметром $d_1=50$ мм и внешним диаметром $d_2=52$ мм, чтобы оторвать его от поверхности воды? Какую часть найденной силы составляет сила поверхностного натяжения?

7.34. Кольцо внутренним диаметром $d_1=25$ мм и внешним диаметром $d_2=26$ мм подвешено на пружине и соприкасается с поверхностью жидкости. Жесткость пружины $k=9{,}8\cdot10^{-2}$ Н/м. При опускании поверхности жидкости кольцо оторвалось от нее при растяжении пружины на $\Delta l=5{,}3$ мм. Найти поверхностное натяжение α жидкости.

7.35. Рамка $ABCD$ с подвижной медной перекладиной KL затянута мыльной пленкой (рис. 12). Каков должен быть диаметр d перекладины KL, чтобы она находилась в равновесии? Найти длину l перекладины, если известно, что при перемещении перекладины на $\Delta h=1$ см совершается изотермическая работа $A=45$ мкДж. Поверхностное натяжение мыльного раствора $\alpha=0{,}045$ Н/м.

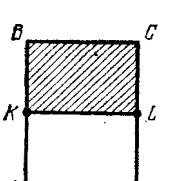


Рис. 12.

7.36. Спирт по каплям вытекает из сосуда через вертикальную трубку внутренним диаметром $d=2$ мм. Капли отрываются через время $\Delta\tau=1$ с одна после другой. Через какое время τ вытечет масса $m=10$ г спирта? Диаметр шейки капли в момент отрыва считать равным внутреннему диаметру трубки.

7.37. Вода по каплям вытекает из сосуда через вертикальную трубку внутренним диаметром $d=3$ мм. При остывании воды от $t_1=100$ °С до $t_2=20$ °С масса каждой капли изменилась на $\Delta m=13{,}5$ мг. Зная поверхностное натяжение α_2 воды при $t_2=20$ °С, найти поверхностное натяжение α_1 воды при $t_1=100$ °С. Диаметр шейки капли в момент отрыва считать равным внутреннему диаметру трубки.

7.38. При плавлении нижнего конца вертикально подвешенной свинцовой проволоки диаметром $d=1$ мм образовалось $N=20$ капель свинца. На сколько укоротилась проволока? Поверхностное натяжение жидкого свинца $\alpha=0{,}47$ Н/м. Диаметр шейки капли в момент отрыва считать равным диаметру проволоки.

7.39. Вода по каплям вытекает из вертикальной трубки внутренним радиусом $r=1$ мм. Найти радиус R капли в момент отрыва. Каплю считать сферической. Диаметр шейки капли в момент отрыва считать равным внутреннему диаметру трубки.

7.40. На сколько нагреется капля ртути, полученная от слияния двух капель радиусом $r=1$ мм каждая?

7.41. Какую работу A против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы разделить сферическую каплю ртути радиусом $R=3$ мм на две одинаковые капли?

7.42. Какую работу A против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы увеличить вдвое объем мыльного пузыря радиусом $r=1$ см? Поверхностное натяжение мыльного раствора $\alpha=0{,}043$ Н/м.

7.43. Какую работу A против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы выдуть мыльный пузырь диаметром $d=4$ см? Поверхностное натяжение мыльного раствора $\alpha=0{,}043$ Н/м.

7.44. Найти давление p воздуха в воздушном пузырьке диаметром $d=0{,}01$ мм, находящемся на глубине $h=20$ см под поверхностью воды. Атмосферное давление $p_0=101{,}7$ кПа.

7.45. Давление воздуха внутри мыльного пузыря на $\Delta p=133{,}3$ Па больше атмосферного. Найти диаметр d пузыря. Поверхностное натяжение мыльного раствора $\alpha=0{,}043$ Н/м.

7.46. На какой глубине h под водой находится пузырек воздуха, если известно, что плотность воздуха в нем $\rho=2$ кг/м^3? Диаметр пузырька $d=15$ мкм, температура $t=20$ °С, атмосферное давление $p_0=101{,}3$ кПа.

7.47. Во сколько раз плотность воздуха в пузырьке, находящемся на глубине $h=5$ м под водой, больше плотности воздуха при атмосферном давлении $p_0=101{,}3$ кПа? Радиус пузырька $r=0{,}5$ мкм.

7.48. В сосуд с ртутью опущен открытый капилляр, внутренний диаметр которого $d=3$ мм. Разность уровней ртути в сосуде и в капилляре $\Delta h=3{,}7$ мм. Найти радиус кривизны R мениска в капилляре.

7.49. В сосуд с водой опущен открытый капилляр, внутренний диаметр которого $d=1$ мм. Разность уровней воды в сосуде и в капилляре $\Delta h=2{,}8$ см. Найти радиус кривизны R мениска в капилляре. Какова была бы разность уровней Δh в сосуде и в капилляре, если бы смачивание было полным?

7.50. На какую высоту h поднимается бензол в капилляре, внутренний диаметр которого $d=1$ мм? Смачивание считать полным.

7.51. Каким должен быть внутренний диаметр d капилляра, чтобы при полном смачивании вода в нем поднималась на $\Delta h=2$ см? Задачу решить, когда капилляр находится: а) на Земле, б) на Луне.

7.52. Найти разность уровней Δh ртути в двух сообщающихся капиллярах, внутренние диаметры которых равны $d_1=1$ мм и $d_2=2$ мм. Несмачивание считать полным.

7.53. Каким должен быть наибольший диаметр d пор в фитиле керосинки, чтобы керосин поднимался от дна керосинки до горелки (высота $h=10$ см)? Считать поры цилиндрическими трубками и смачивание полным.

7.54. Капилляр внутренним радиусом $r=2$ мм опущен в жидкость. Найти поверхностное натяжение α жидкости, если известно, что в капилляр поднялась масса жидкости $m=0{,}09$ г.

7.55. В сосуд с водой опущен капилляр, внутренний радиус которого $r=0{,}16$ мм. Каким должно быть давление p воздуха над жидкостью в капилляре, чтобы уровень воды в капилляре и в сосуде был одинаков? Атмосферное давление $p_0=101{,}3$ кПа. Смачивание считать полным.

7.56. Капиллярная трубка опущена вертикально в сосуд с водой. Верхний конец трубки запаян. Для того чтобы уровень воды в трубке и в широком сосуде был одинаков, трубку пришлось погрузить в воду на 1,5% ее длины.

Найти внутренний радиус r трубки. Атмосферное давление $p_0=100$ кПа. Смачивание считать полным.

7.57. Барометрическая трубка A, заполненная ртутью (рис. 13), имеет внутренний диаметр d, равный: а) 5 мм; б) 1,5 см. Можно ли определять атмосферное давление непосредственно по высоте ртутного столба? Найти высоту ртутного столба в каждом из этих случаев. Атмосферное давление $p_0=758$ мм рт. ст. Несмачивание считать полным.

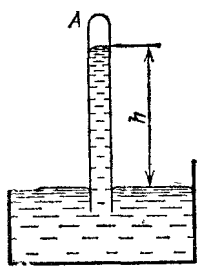


Рис. 13.

7.58. Внутренний диаметр барометрической трубки $d=0{,}75$ см. Какую поправку надо ввести, измеряя атмосферное давление по высоте ртутного столба? Несмачивание считать полным.

7.59. Какую относительную ошибку мы допускаем, вычисляя атмосферное давление $p_0=101{,}3$ кПа по высоте ртутного столба, если внутренний диаметр барометрической трубки d равен: а) 5 мм; б) 10 мм? Несмачивание считать полным.

7.60. На поверхность воды положили жирную (полностью несмачиваемую водой) стальную иголку. Каков наибольший диаметр d иголки, при котором она еще может держаться на воде?

7.61. Будет ли плавать на поверхности воды жирная (полностью несмачиваемая водой) платиновая проволока диаметром $d=1$ мм?

7.62. В дне сосуда с ртутью имеется отверстие. Каким может быть наибольший диаметр d отверстия, чтобы ртуть из сосуда не выливалась при высоте столба ртути $h=3$ см?

7.63. В дне стеклянного сосуда площадью $S=30$ см^2 имеется круглое отверстие диаметром $d=0{,}5$ мм. В сосуд налита ртуть. Какая масса m ртути останется в сосуде?

7.64. Водомерка бегает по поверхности воды. Найти массу m водомерки, если известно, что под каждой из шести лапок насекомого образуется ямка, равная полусфере радиусом $r=0{,}1$ мм.

7.65. Какую силу F надо приложить, чтобы оторвать друг от друга (без сдвига) две смоченные фотопластинки размером $S=9\times12$ см^2? Толщина водяной прослойки между пластинками $d=0{,}05$ мм. Смачивание считать полным.

7.66. Между двумя вертикальными плоскопараллельными стеклянными пластинками, находящимися на расстоянии $d=0{,}25$ мм друг от друга, налита жидкость. Найти

плотность ρ жидкости, если известно, что высота поднятия жидкости между пластинками $h=3{,}1$ см. Поверхностное натяжение жидкости $\alpha=0{,}03$ Н/м. Смачивание считать полным.

7.67. Между двумя горизонтальными плоскопараллельными стеклянными пластинками помещена масса $m=5$ г ртути. Когда на верхнюю пластинку положили груз массой $M=5$ кг, расстояние между пластинками стало равным $d=0{,}087$ мм. Пренебрегая массой пластинки по сравнению с массой груза, найти поверхностное натяжение α ртути. Несмачивание считать полным.

7.68. В открытом капилляре, внутренний диаметр которого $d=1$ мм, находится капля воды. При вертикальном положении капилляра капля образует столбик высотой h, равной: а) 2 см, б) 4 см, в) 2,98 см. Найти радиусы кривизны R_1 и R_2 верхнего и нижнего менисков в каждом из этих случаев. Смачивание считать полным.

7.69. Горизонтальный капилляр, внутренний диаметр которого $d=2$ мм, наполнен водой так, что в нем образовался столбик длиной $h=10$ см. Какая масса m воды вытечет из капилляра, если его поставить вертикально? Смачивание считать полным. У к а з а н и е. Учесть, что предельная длина столбика воды, оставшейся в капилляре, должна соответствовать радиусу кривизны нижнего мениска, равному радиусу капилляра (см. решение 7.68).

7.70. В открытом вертикальном капилляре, внутренний радиус которого $r=0{,}6$ мм, находится столбик спирта. Нижний мениск этого столбика нависает на нижний конец капилляра. Найти высоту h столбика спирта, при которой радиус кривизны R нижнего мениска равен: а) $3r$; б) $2r$; в) r. Смачивание считать полным.

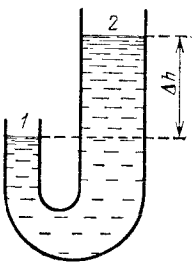


Рис. 14.

7.71. Трубка, изображенная на рис. 14, открыта с обоих концов и наполнена керосином. Внутренние радиусы трубок 1 и 2 равны $r_1=0{,}5$ мм и $r_2=0{,}9$ мм. При какой разности уровней Δh мениск на конце трубки 1 будет: а) вогнутым с радиусом кривизны $R=r_1$; б) плоским; в) выпуклым с радиусом кривизны $R=r_2$; г) выпуклым с радиусом кривизны $R=r_1$? Смачивание считать полным.

7.72. В широкий сосуд с водой опущен капилляр так, что верхний его конец находится выше уровня воды в сосуде на $h=2$ см. Внутренний радиус капилляра $r=0{,}5$ мм. Найти

радиус кривизны R мениска в капилляре. Смачивание считать полным.

7.73. Ареометр плавает в воде, полностью смачивающей его стенки. Диаметр вертикальной цилиндрической трубки ареометра $d=9$ мм. На сколько изменится глубина погружения ареометра, если на поверхность воды налить несколько капель спирта?

7.74. Ареометр плавает в жидкости, полностью смачивающей его стенки. Диаметр вертикальной цилиндрической трубки ареометра $d=9$ мм. Плотность жидкости $\rho=0{,}8\times\times10^3$ кг/м^3, поверхностное натяжение жидкости $\alpha=0{,}03$ Н/м. На сколько изменится глубина погружения ареометра, если вследствие замасливания ареометр стал полностью несмачиваемым этой жидкостью?

7.75. При растворении массы $m=10$ г сахара ($C_{12}H_{22}O_{11}$) в объеме $V=0{,}5$ л воды осмотическое давление раствора $p=$ $=152$ кПа. При какой температуре T находится раствор? Диссоциация молекул сахара отсутствует.

7.76. Осмотическое давление раствора, находящегося при температуре $t=87$ °С, $p=165$ кПа. Какое число N молекул воды приходится на одну молекулу растворенного вещества в этом растворе? Диссоциация молекул вещества отсутствует.

7.77. Масса $m=2$ г поваренной соли растворена в объеме $V=0{,}5$ л воды. Степень диссоциации молекул поваренной соли $\alpha=0{,}75$. Найти осмотическое давление p раствора при температуре $t=17$ °С.

7.78. Степень диссоциации молекул поваренной соли при растворении ее в воде $\alpha=0{,}4$. При этом осмотическое давление раствора, находящегося при температуре $t=27$ °С, $p=118{,}6$ кПа. Какая масса m поваренной соли растворена в объеме $V=1$ л воды?

7.79. Масса $m=2{,}5$ г поваренной соли растворена в объеме $V=1$ л воды. Температура раствора $t=18$ °С. Осмотическое давление раствора $p=160$ кПа. Какова степень диссоциации α молекул поваренной соли в этом случае? Сколько частиц растворенного вещества находится в единице объема раствора?

7.80. Масса $m=40$ г сахара ($C_{12}H_{22}O_{11}$) растворена в объеме $V=0{,}5$ л воды. Температура раствора $t=50$ °С. Найти давление p насыщенного водяного пара над раствором.

7.81. Давление насыщенного пара над раствором при температуре $t_1=30$ °С равно $p_1=4{,}2$ кПа. Найти давление p_2 насыщенного пара над этим раствором при температуре $t_2=60$ °С.

7.82. Давление p насыщенного пара над раствором в 1,02 раза меньше давления p_0 насыщенного пара чистой воды. Какое число N молекул воды приходится на одну молекулу растворенного вещества?

7.83. Масса $m=100$ г нелетучего вещества растворена в объеме $V=1$ л воды. Температура раствора $t=90$ °С. Давление насыщенного пара над раствором $p=68{,}8$ кПа. Найти молярную массу μ растворенного вещества.

7.84. Нелетучее вещество с молярной массой $\mu=0{,}060$ кг/моль растворено в воде. Температура раствора $t=80$ °С. Давление насыщенного пара над раствором $p=47{,}1$ кПа. Найти осмотическое давление p_0 раствора.

§ 8. Твердые тела

Изменение температуры плавления dT при изменении давления на dp дается уравнением Клаузиуса — Клапейрона

$$dT=T\frac{V_{0\text{ж}}-V_{0\text{т}}}{q_0}\,dp,$$

где q_0 — молярная теплота плавления, $V_{0\text{ж}}$ — молярный объем жидкости, $V_{0\text{т}}$ — молярный объем твердого тела, T — термодинамическая температура плавления.

При не очень низких температурах для твердых тел имеет место закон Дюлонга и Пти, согласно которому молярная теплоемкость всех химически простых твердых тел равна приблизительно $3R=25$ Дж/(моль·К).

Количество теплоты Q, переносимое вследствие теплопроводности за время $\Delta\tau$, определяется формулой

$$Q=\lambda\frac{\Delta T}{\Delta x}\Delta S\Delta\tau,$$

где $\Delta T/\Delta x$ — градиент температуры в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS, λ — теплопроводность.

При повышении температуры длина твердых тел возрастает в первом приближении линейно с температурой:

$$l=l_0(1+at),$$

где l — длина тела при температуре t, l_0 — его длина при температуре $t_0=0$ °С, a — температурный коэффициент линейного расширения. Для твердых изотропных тел $a=b/3$, где b — температурный коэффициент объемного расширения.

В случае деформации продольного растяжения (сжатия) стержня относительное изменение длины стержня по закону Гука

$$\frac{\Delta l}{l}=\alpha p_{\text{н}}=\frac{1}{E}p_{\text{н}},$$

где $p_н$ — нормальное напряжение, т. е. $p_н = F/S$, где F — растягивающая (сжимающая) сила, S — площадь поперечного сечения. Величина E [Па] $= 1/\alpha$ называется модулем Юнга.

Относительное изменение диаметра стержня при продольном растяжении (сжатии)

$$\frac{\Delta d}{d} = \beta p_н.$$

Величина $\sigma = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\Delta d/d}{\Delta l/l}$ называется коэффициентом Пуассона.

Для закручивания стержня (проволоки) на некоторый угол φ необходимо приложить момент пары сил (закручивающий момент)

$$M = \frac{\pi N r^4}{2l} \varphi,$$

где l — длина проволоки, r — ее радиус, N [Па] — модуль сдвига материала проволоки.

8.1. Изменение энтропии при плавлении количества $\nu = 1$ кмоль льда $\Delta S = 22{,}2$ кДж/К. На сколько изменяется температура плавления льда при увеличении внешнего давления на $\Delta p = 100$ кПа?

8.2. При давлении $p_1 = 100$ кПа температура плавления олова $t_1 = 231{,}9$ °С, а при давлении $p_2 = 10$ МПа она равна $t_2 = 232{,}2$ °С. Плотность жидкого олова $\rho = 7{,}0 \cdot 10^3$ кг/м^3. Найти изменение энтропии ΔS при плавлении количества $\nu = 1$ кмоль олова.

8.3. Температура плавления железа изменяется на $\Delta T = 0{,}012$ К при изменении давления на $\Delta p = 98$ кПа. На сколько меняется при плавлении объем количества $\nu = 1$ кмоль железа?

8.4. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти удельную теплоемкость c: а) меди; б) железа; в) алюминия.

8.5. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти, из какого материала сделан металлический шарик массой $m = 0{,}025$ кг, если известно, что для его нагревания от $t_1 = 10$ °С до $t_2 = 30$ °С потребовалось затратить количество теплоты $Q = 117$ Дж.

8.6. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти, во сколько раз удельная теплоемкость алюминия больше удельной теплоемкости платины.

8.7. Свинцовая пуля, летящая со скоростью $v = 400$ м/с, ударяется о стенку и входит в нее. Считая, что 10% кинетической энергии пули идет на ее нагревание, найти, на сколько нагрелась пуля. Удельную теплоемкость свинца найти по закону Дюлонга и Пти.

8.8. Пластинки из меди (толщиной $d_1=9$ мм) и железа (толщиной $d_2=3$ мм) сложены вместе. Внешняя поверхность медной пластинки поддерживается при температуре $t_1=50$ °С, внешняя поверхность железной — при температуре $t_2=0$ °С. Найти температуру t поверхности их соприкосновения. Площадь пластинок велика по сравнению с толщиной.

8.9. Наружная поверхность стены имеет температуру $t_1=-20$ °С, внутренняя — температуру $t_2=20$ °С. Толщина стены $d=40$ см. Найти теплопроводность λ материала стены, если через единицу ее поверхности за время $\tau=1$ ч проходит количество теплоты $Q=460{,}5$ кДж/м².

8.10. Какое количество теплоты Q теряет за время $\tau=1$ мин комната с площадью пола $S=20$ м² и высотой $h=3$ м через четыре кирпичные стены? Температура в комнате $t_1=15$ °С, температура наружного воздуха $t_2=-20$ °С. Теплопроводность кирпича $\lambda=0{,}84$ Вт/(м·К). Толщина стен $d=50$ см. Потерями тепла через пол и потолок пренебречь.

8.11. Один конец железного стержня поддерживается при температуре $t_1=100$ °С, другой упирается в лед. Длина стержня $l=14$ см, площадь поперечного сечения $S=2$ см². Найти количество теплоты Q_τ, протекающее в единицу времени вдоль стержня. Какая масса m льда растает за время $\tau=40$ мин? Потерями тепла через стенки пренебречь.

8.12. Площадь поперечного сечения медного стержня $S=10$ см², длина стержня $l=50$ см. Разность температур на концах стержня $\Delta T=15$ К. Какое количество теплоты Q_τ проходит в единицу времени через стержень? Потерями тепла пренебречь.

8.13. На плите стоит алюминиевая кастрюля диаметром $D=15$ см, наполненная водой. Вода кипит, и при этом за время $\tau=1$ мин образуется масса $m=300$ г водяного пара. Найти температуру t внешней поверхности дна кастрюли, если толщина его $d=2$ мм. Потерями тепла пренебречь.

8.14. Металлический цилиндрический сосуд радиусом $R=9$ см наполнен льдом при температуре $t_1=0$ °С. Сосуд теплоизолирован слоем пробки толщиной $d=1$ см. Через какое время τ весь лед, находящийся в сосуде, растает, если температура наружного воздуха $t_2=25$ °С? Считать, что обмен тепла происходит только через боковую поверхность сосуда средним радиусом $R_0=9{,}5$ см.

8.15. Какую силу F надо приложить к концам стального стержня с площадью поперечного сечения $S=10$ см², чтобы не дать ему расшириться при нагревании от $t_0=0$ °С до $t=30$ °С?

8.16. К стальной проволоке радиусом $r=1$ мм подвешен груз. Под действием этого груза проволока получила такое же удлинение, как при нагревании на $\Delta t=20$ °С. Найти массу m груза.

8.17. Медная проволока натянута горячей при температуре $t_1=150$ °С между двумя прочными неподвижными стенками. При какой температуре t_2, остывая, разорвется проволока? Считать, что закон Гука справедлив вплоть до разрыва проволоки.

8.18. При нагревании некоторого металла от $t_0=0$ °С до $t=500$ °С его плотность уменьшается в 1,027 раза. Найти для этого металла коэффициент линейного расширения a, считая его постоянным в данном интервале температур.

8.19. Какую длину l_0 должны иметь при температуре $t_0=0$ °С стальной и медный стержни, чтобы при любой температуре стальной стержень был длиннее медного на $\Delta l=5$ см?

8.20. На нагревание медной болванки массой $m=1$ кг, находящейся при температуре $t_0=0$ °С, затрачено количество теплоты $Q=138{,}2$ кДж. Во сколько раз при этом увеличился ее объем? Удельную теплоемкость меди найти по закону Дюлонга и Пти.

8.21. При растяжении медной проволоки, поперечное сечение которой $S=1{,}5$ мм^2, начало остаточной деформации наблюдалось при нагрузке $F=44{,}1$ Н. Каков предел упругости p материала проволоки?

8.22. Каким должен быть предельный диаметр d стального троса, чтобы он выдержал нагрузку $F=9{,}8$ кН?

8.23. Найти длину l медной проволоки, которая, будучи подвешена вертикально, начинает рваться под действием собственной силы тяжести.

8.24. Решить предыдущую задачу для свинцовой проволоки.

8.25. Для измерения глубины моря с парохода спустили гирю на стальном тросе. Какую наибольшую глубину l можно измерить таким способом? Плотность морской воды $\rho=1\cdot10^3$ кг/м^3. Массой гири по сравнению с массой троса пренебречь.

8.26. С крыши дома свешивается стальная проволока длиной $l=40$ м и диаметром $d=2$ мм. Какую нагрузку F может выдержать эта проволока? На сколько удлинится эта проволока, если на ней повиснет человек массой $m=70$ кг? Будет ли наблюдаться остаточная деформация, когда человек отпустит проволоку? Предел упругости стали $p=294$ МПа.

8.27. К стальной проволоке радиусом $r=1$ мм подвешен груз массой $m=100$ кг. На какой наибольший угол α можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохождении этим грузом положения равновесия?

8.28. К железной проволоке длиной $l=50$ см и диаметром $d=1$ мм привязана гиря массой $m=1$ кг. С какой частотой n можно равномерно вращать в вертикальной плоскости такую проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась?

8.29. Однородный медный стержень длиной $l=1$ м равномерно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов. При какой частоте вращения n стержень разорвется?

8.30. Однородный стержень равномерно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину. Стержень разрывается, когда скорость конца стержня достигает $v=380$ м/с. Найти предел прочности p материала стержня. Плотность материала стержня $\rho=7{,}9\cdot10^3$ кг/м^3.

8.31. К стальной проволоке длиной $l=1$ м и радиусом $r=1$ мм подвесили груз массой $m=100$ кг. Найти работу A растяжения проволоки.

8.32. Из резинового шнура длиной $l=42$ см и радиусом $r=3$ мм сделана рогатка. Мальчик, стреляя из рогатки, растянул резиновый шнур на $\Delta l=20$ см. Найти модуль Юнга для этой резины, если известно, что камень массой $m=0{,}02$ кг, пущенный из рогатки, полетел со скоростью $v=20$ м/с. Изменением сечения шнура при растяжении пренебречь.

8.33. Имеется резиновый шланг длиной $l=50$ см и внутренним диаметром $d_1=1$ см. Шланг натянули так, что его длина стала на $\Delta l=10$ см больше. Найти внутренний диаметр d_2 натянутого шланга, если коэффициент Пуассона для резины $\sigma=0{,}5$.

8.34. На рис. 15 AB — железная проволока, CD — медная проволока такой же длины и с таким же поперечным сечением, BD — стержень длиной $l=80$ см. На стержень подвесили груз массой $m=2$ кг. На каком расстоянии x от точки B надо его подвесить, чтобы стержень остался горизонтальным?

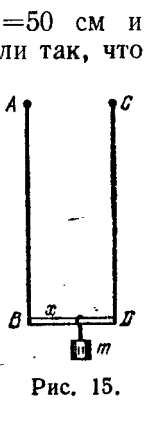


Рис. 15.

8.35. Найти момент пары сил M, необходимый для закручивания проволоки длиной $l=10$ см и радиусом $r=0{,}1$ мм на угол $\varphi=10'$. Модуль сдвига материала проволоки $N=4{,}9\cdot10^{10}$ Па.

8.36. Зеркальце гальванометра подвешено на проволоке длиной $l=10$ см и диаметром $d=0{,}01$ мм. Найти закручивающий момент M, соответствующий отклонению зайчика на величину $a=1$ мм по шкале, удаленной на расстояние $L=1$ м от зеркальца. Модуль сдвига материала проволоки $N=4\cdot10^{10}$ Па.

8.37. Найти потенциальную энергию W проволоки длиной $l=5$ см и диаметром $d=0{,}04$ мм, закрученной на угол $\varphi=10'$. Модуль сдвига материала проволоки $N=5{,}9\times\times10^{10}$ Па.

8.38. При протекании электрического тока через обмотку гальванометра на его рамку с укрепленным на ней зеркальцем действует закручивающий момент $M=2\cdot10^{-13}$ Н·м. Рамка при этом поворачивается на малый угол φ. На это закручивание идет работа $A=8{,}7\cdot10^{-16}$ Дж. На какое расстояние a переместится зайчик от зеркальца по шкале, удаленной на расстояние $L=1$ м от гальванометра?

8.39. Найти коэффициент Пуассона σ, при котором объем проволоки при растяжении не меняется.

8.40. Найти относительное изменение плотности цилиндрического медного стержня при сжатии его давлением $p_н=9{,}8\cdot10^7$ Па. Коэффициент Пуассона для меди $\sigma=0{,}34$.

8.41. Железная проволока длиной $l=5$ м висит вертикально. На сколько изменится объем проволоки, если к ней привязать гирю массой $m=10$ кг? Коэффициент Пуассона для железа $\sigma=0{,}3$.

Глава III

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

ЕДИНИЦЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН

Для получения производных единиц электрических и магнитных величин в системе СИ используются основные единицы: метр (м), килограмм (кг), секунда (с), ампер (А). Производные единицы образуются на основании законов, устанавливающих связь между физическими величинами. Так, единица количества электричества кулон (Кл) определяется из уравнения $q=It$ как количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника за 1 с при силе тока 1 А, т. е.

$$1\ \text{Кл} = 1\ \text{А} \cdot 1\ \text{с}.$$

Единица разности потенциалов вольт (В) определяется из уравнения $P=UI$, где P — мощность тока, т. е.

$$1\ \text{В} = 1\ \text{Вт}/1\ \text{А}.$$

Поступая таким же образом, мы можем найти единицы остальных производных величин (табл. 12).

Применение системы единиц СИ связано с рационализацией формул. Во многие уравнения, относящиеся к теории электрических и магнитных явлений, входит числовой множитель 4π (например, теорема Гаусса, емкость плоского конденсатора, напряженность магнитного поля внутри соленоида и т. д.). Рационализация уравнений ставит своей целью исключение этого множителя из наиболее часто применяемых в электротехнике и радиотехнике формул; при этом, однако, множитель 4π войдет в другие формулы, используемые реже, где его присутствие может быть объяснено геометрическими соображениями. Электрические и магнитные единицы системы СИ устанавливаются для рационализованной формы уравнений электромагнитного поля. В соответствии с этим все уравнения во введениях к параграфам главы III даны в рационализованной форме. Как и в предыдущих главах, будем проводить решение задач только в единицах системы СИ. Для этого числовые данные, приведенные в условиях задач, необходимо переводить в

Таблица 12

Величина	Единица			Размерность величины
	определение	наименование	обозначение	
Количество электричества (электрический заряд)	$q = It$	кулон	Кл	TI
Поток электрического смещения	$N_D = \Sigma q$	кулон	Кл	TI
Линейная плотность электрического заряда	$\tau = q/l$	кулон на метр	Кл/м	$L^{-1}TI$
Поверхностная плотность электрического заряда	$\sigma = q/S$	кулон на квадратный метр	Кл/м^2	$L^{-2}TI$
Электрическое смещение	$D = \sigma$	кулон на квадратный метр	Кл/м^2	$L^{-2}TI$
Объемная плотность электрического заряда	$\delta = q/V$	кулон на кубический метр	Кл/м^3	$L^{-3}TI$
Разность потенциалов; электродвижущая сила	$U = A/q$	вольт	В	$L^2MT^{-3}I^{-1}$
Напряженность электрического поля	$E = U/l$	вольт на метр	В/м	$LMT^{-3}I^{-1}$
Электрическое сопротивление	$R = U/I$	ом	Ом	$L^2MT^{-3}I^{-2}$
Электрическая проводимость	$G = 1/R$	сименс	См	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$
Удельное электрическое сопротивление	$\rho = RS/l$	ом-метр	Ом·м	$L^3MT^{-3}I^{-2}$
Удельная электрическая проводимость	$\sigma = 1/\rho$	сименс на метр	См/м	$L^{-3}M^{-1}T^3I^2$
Электрическая емкость	$C = q/U$	фарад	Ф	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$
Плотность тока	$j = I/S$	ампер на квадратный метр	А/м^2	$L^{-2}I$
Магнитный поток	$\lvert d\Phi \rvert = \mathcal{E}\, dt$	вебер	Вб	$L^2MT^{-2}I^{-1}$
Магнитная индукция	$B = \Phi/S$	тесла	Тл	$MT^{-2}I^{-1}$
Индуктивность	$\lvert L \rvert = \dfrac{\mathcal{E}}{dI/dt}$	генри	Гн	$L^2MT^{-2}I^{-2}$
Напряженность магнитного поля	$H = I/2\pi r$	ампер на метр	А/м	$L^{-1}I$
Магнитный момент	$p = IS$	ампер-квадратный метр	А·м^2	L^2I

единицы системы СИ. В табл. 13 приведены соотношения между некоторыми единицами систем СГС и СИ.

Так как в системе СГС большинство единиц не имеет наименований, то единицу какой-либо физической величины мы будем обозначать символом этой системы с соответствующим индексом. Так, например, единицу силы тока — символом $СГС_I$, единицу емкости — $СГС_C$ и т. д.

Приведенные в табл. 13 соотношения даны между единицами системы СГС для нерационализованной формы уравнений и единицами системы СИ для рационализованной формы уравнений электромагнитного поля. О связи между нерационализованными и рационализованными уравнениями см. в табл. I.

Введем относительную диэлектрическую проницаемость среды $\varepsilon=\varepsilon'/\varepsilon_0$, где ε' — абсолютная диэлектрическая проницаемость среды, числовое значение которой зависит как от свойств среды, так и от выбора системы единиц. Величина ε_0 называется электрической постоянной, ее числовое значение зависит только от выбора системы единиц. Тогда во всех уравнениях вместо ε' мы можем брать численно равную ей величину $\varepsilon_0\varepsilon$, где ε_0 — электрическая постоянная и ε — диэлектрическая проницаемость среды относительно вакуума, т. е. обычное табличное значение диэлектрической проницаемости. В системе СГС $\varepsilon_0=1$ и $\varepsilon'=\varepsilon$; в системе СИ

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi c^2}\cdot 10^7\ \text{Ф/м} = 8{,}85418782\cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м} \quad (c \approx 3\cdot 10^{10}\ \text{см/с}).$$

Аналогично вместо абсолютной магнитной проницаемости среды μ' мы будем брать численно равную ей величину $\mu_0\mu$, где μ_0 — магнитная постоянная и μ — магнитная проницаемость среды относительно вакуума, т. е. обычное табличное значение магнитной проницаемости. В системе СГС $\mu_0=1$ и $\mu'=\mu$; в системе СИ

$$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\ \text{Гн/м} = 12{,}5663706144\cdot 10^{-7}\ \text{Гн/м}.$$

Примеры решения задач

З а д а ч а 1. Найти радиус шарика, находящегося в воздухе, если известно, что при заряжении его до потенциала 4 $СГС_\varphi$ поверхностная плотность заряда равна 0,138 $СГС_\sigma/см^2$.

Таблица 13

Величина	Единица и ее связь с единицами СИ
Ток	$1\ \text{СГС}_I = \frac{10}{c}\ \text{А} = \frac{1}{3}\cdot 10^{-9}\ \text{А}$
Количество электричества	$1\ \text{СГС}_q = \frac{10}{c}\ \text{Кл} = \frac{1}{3}\cdot 10^{-9}\ \text{Кл}$
Поток электрического смещения	$1\ \text{СГС}_{N_D} = \frac{10}{4\pi c}\ \text{Кл} = \frac{1}{4\pi\cdot 3}\cdot 10^{-9}\ \text{Кл}$
Электрическое смещение	$1\ \text{СГС}_D = \frac{10^5}{4\pi c}\ \text{Кл/м}^2 = \frac{1}{4\pi\cdot 3}\cdot 10^{-5}\ \text{Кл/м}^2$
Поверхностная плотность электрического заряда	$1\ \text{СГС}_\sigma = 1\ \text{СГС}_q/\text{см}^2 = \frac{10^5}{c}\ \text{Кл/м}^2 = \frac{1}{3}\cdot 10^{-5}\ \text{Кл/м}^2$
Разность потенциалов; электродвижущая сила	$1\ \text{СГС}_U = c\cdot 10^{-8}\ \text{В} = 3\cdot 10^2\ \text{В}$
Напряженность электрического поля	$1\ \text{СГС}_E = c\cdot 10^{-6}\ \text{В/м} = 3\cdot 10^4\ \text{В/м}$
Электрическое сопротивление	$1\ \text{СГС}_r = c^2\cdot 10^{-9}\ \text{Ом} = 9\cdot 10^{11}\ \text{Ом}$
Удельное электрическое сопротивление	$1\ \text{СГС}_\rho = c^2\cdot 10^{-11}\ \text{Ом}\cdot\text{м} = 9\cdot 10^9\ \text{Ом}\cdot\text{м}$
Электрическая емкость	$1\ \text{СГС}_C = \frac{1}{c^2}\cdot 10^9\ \Phi = \frac{1}{9}\cdot 10^{-11}\ \Phi$
Плотность тока	$1\ \text{СГС}_j = \frac{10^5}{c}\ \text{А/м}^2 = \frac{1}{3}\cdot 10^{-5}\ \text{А/м}^2$
Магнитный поток	$1\ \text{СГС}_\Phi = 1\ \text{Мкс} = 10^{-8}\ \text{Вб}$
Магнитная индукция	$1\ \text{СГС}_B = 1\ \text{Гс} = 10^{-4}\ \text{Тл}$
Индуктивность	$1\ \text{СГС}_L = 1\ \text{см} = 10^{-9}\ \text{Гн}$
Напряженность магнитного поля	$1\ \text{СГС}_H = 1\ \text{Э} = \frac{1}{4\pi}\cdot 10^3\ \text{А/м}$

Примечание. В этой таблице числовое значение скорости света в вакууме выражено в сантиметрах в секунду, т. е. $c = 3\cdot 10^{10}$ см/с.

Решение. Заряд шара q, его емкость C и потенциал φ связаны соотношением

$$C=\frac{q}{\varphi}, \tag{1}$$

где

$$q=\sigma\cdot 4\pi r^2. \tag{2}$$

Кроме того, емкость шара

$$C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon r. \tag{3}$$

Из (1) — (3) имеем

$$r=\frac{\varepsilon_0\varepsilon\varphi}{\sigma}. \tag{4}$$

Подставляя числовые данные $\varepsilon_0=8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м, $\varepsilon=1$, $\varphi=4$ СГС$_\varphi=12\cdot 10^2$ В, $\sigma=0{,}138$ СГС$_q$/см$^2=\frac{0{,}138}{3}\cdot 10^{-5}$ Кл/м^2, получим

$$r=\frac{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 12\cdot 10^2\cdot 3}{0{,}138\cdot 10^{-5}}\text{ м}=2{,}3\text{ см}.$$

З а д а ч а 2. Электрическое смещение в плоском конденсаторе равно 10^{-5} Кл/м^2. Найти поверхностную плотность зарядов на пластинах конденсатора.

Решение. Имеем $D=\varepsilon_0\varepsilon E$, но $E=\sigma/\varepsilon_0\varepsilon$; поэтому

$$D=\varepsilon_0\varepsilon\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}=\sigma, \tag{1}$$

т. е. электрическое смещение численно равно поверхностной плотности зарядов на пластинах конденсатора. У нас $D=10^{-5}$ Кл/м^2; следовательно, и $\sigma=10^{-5}$ Кл/м^2.

Выразим теперь значения D и σ в единицах системы СГС. Так как

$$1\text{ СГС}_D=\frac{10^5}{4\pi c}\text{ Кл/м}^2,\quad\text{или}\quad 1\text{ Кл/м}^2=\frac{4\pi c}{10^5}\text{ СГС}_D, \tag{2}$$

то

$$D=10^{-5}\text{ Кл/м}^2=10^{-5}\frac{4\pi c}{10^5}\text{ СГС}_D=37{,}7\text{ СГС}_D. \tag{3}$$

Учитывая, что 1 Кл$=c/10$ СГС$_q$ и 1 м$=10^2$ см, имеем

$$1\text{ Кл/м}^2=\frac{c}{10\cdot 10^4}\text{ СГС}_q/\text{см}^2=3\cdot 10^5\text{ СГС}_q/\text{см}^2, \tag{4}$$

так что

$$\sigma=10^{-5}\text{ Кл/м}^2=10^{-5}\cdot 3\cdot 10^5\text{ СГС}_q/\text{см}^2=3\text{ СГС}_q/\text{см}^2. \tag{5}$$

Таким образом, величины D и σ численно равны только в рационализованной системе СИ. В нерационализованной системе СГС их числовые значения уже не совпадают. Поэтому при переводе в систему СГС единицы «кулон на квадратный метр» необходимо учитывать, у какой величины стоит это наименование, так как, согласно (2) и (4), имеем

$$1\ \text{Кл/м}^2 = \frac{4\pi c}{10^5}\ \text{СГС}_D, \quad 1\ \text{Кл/м}^2 = 3\cdot 10^5\ \text{СГС}_q/\text{см}^2.$$

З а д а ч а 3. При пропускании тока 4 А через обмотку длинной катушки без сердечника магнитный поток через эту катушку был равен 250 Мкс. Площадь поперечного сечения катушки равна 5 см^2. Какое число витков на единицу длины имеет эта катушка?

Решение. Магнитный поток через соленоид определяется формулой $\Phi = \mu_0 \mu I n S$; отсюда

$$n = \frac{\Phi}{\mu_0 \mu I S}. \qquad (1)$$

Подставляя числовые данные $\Phi = 250$ Мкс $= 250\cdot 10^{-8}$ Вб, $\mu_0 = 12{,}57\cdot 10^{-7}$ Гн/м, $\mu = 1$, $I = 4$ А, $S = 5$ см$^2 = 5\cdot 10^{-4}$ м^2, получим

$$n = \frac{250\cdot 10^{-8}}{12{,}57\cdot 10^{-7}\cdot 4\cdot 5\cdot 10^{-4}}\ \text{м}^{-1} = 1000\ \text{м}^{-1}.$$

З а д а ч а 4. Плоский конденсатор периодически заряжается от батареи аккумуляторов до разности потенциалов 80 В и разряжается через соленоид (без сердечника). Переключение конденсатора происходит с частотой 100 с$^{-1}$. Площадь пластин конденсатора равна 100 см^2, расстояние между пластинами равно 4,7 мм. Пространство между пластинами заполнено парафином ($\varepsilon = 2{,}1$). Соленоид длиной 25 см имеет 250 витков. Найти среднюю магнитную индукцию в соленоиде.

Решение. При каждом разряде конденсатора через соленоид пройдет количество электричества $q = CU$, где $C = \varepsilon_0 \varepsilon S/d$ — емкость конденсатора. Средняя сила тока, идущего через соленоид, $I = qn$, где n — частота разрядов конденсатора. Напряженность магнитного поля внутри соленоида $H = IN/l$. Магнитная индукция в соленоиде $B = \mu_0 \mu H$. Из этих уравнений получим окончательно

$$B = \frac{\mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon S U n N}{ld}. \qquad (1)$$

Подставляя числовые данные $\mu_0 = 12{,}57 \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $\mu = 1$, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, $\varepsilon = 2{,}1$, $S = 100$ см^2 $= 100 \cdot 10^{-4}$ м^2, $U = 80$ В, $n = 100$ с$^{-1}$, $N = 250$, $l = 25$ см $= 0{,}25$ м и $d = 4{,}7 \times \times 10^{-3}$ м, получим

$$B = \frac{12{,}57 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 2{,}1 \cdot 10^{-2} \cdot 80 \cdot 10^2 \cdot 250}{0{,}25 \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-3}} \text{ Тл} = 397 \text{ пТл}.$$

§ 9. Электростатика

По закону Кулона сила электростатического взаимодействия между двумя заряженными телами, размеры которых малы по сравнению с расстоянием r между ними, определяется формулой

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2},$$

где q_1 и q_2 — электрические заряды тел, ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды, $\varepsilon_0 = 8{,}85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная.

Напряженность электрического поля определяется формулой

$$E = \frac{F}{q},$$

где F — сила, действующая на заряд q. Напряженность поля точечного заряда

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}.$$

Напряженность электрического поля нескольких зарядов (например, поле диполя) находится по правилу векторного сложения.

По теореме Гаусса поток напряженности сквозь любую замкнутую поверхность

$$N_E = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \sum q_i,$$

где $\sum q_i$ — алгебраическая сумма зарядов, находящихся внутри этой поверхности. Соответственно поток электрического смещения сквозь любую замкнутую поверхность

$$N_D = \sum q_i.$$

При помощи теоремы Гаусса можно найти напряженность электрического поля, образованного различными заряженными телами.

Напряженность поля, образованного заряженной бесконечно длинной нитью,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon a},$$

где τ — линейная плотность заряда на нити, a — расстояние от нити. Если нить имеет конечную длину, то напряженность поля в точке,

находящейся на перпендикуляре, восставленном из середины нити на расстоянии a от нее,

$$E=\frac{\tau \sin \theta}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a},$$

где θ — угол между направлением нормали к нити и радиус-вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концу нити.

Напряженность поля, образованного заряженной бесконечно протяженной плоскостью,

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon},$$

где σ — поверхностная плотность заряда на плоскости. Если плоскость представляет собой диск радиусом R, то напряженность поля в точке, находящейся на перпендикуляре, восставленном из центра диска на расстоянии a от него,

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(1-\frac{a}{\sqrt{R^2+a^2}}\right).$$

Напряженность поля, образованного разноименно заряженными параллельными бесконечными плоскостями (поля плоского конденсатора),

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Напряженность поля, образованного заряженным шаром,

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2},$$

где q — заряд шара радиусом R и r — расстояние от центра шара, причем $r>R$.

Электрическое смещение D определяется соотношением

$$D=\varepsilon_0\varepsilon E=\sigma.$$

Разность потенциалов между двумя точками электрического поля определяется работой, которую надо совершить, чтобы единицу положительного заряда перенести из одной точки в другую:

$$U=\varphi_1-\varphi_2=\frac{A}{q}.$$

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r},$$

где r — расстояние от заряда.

Напряженность электрического поля и потенциал связаны соотношением

$$E=-\frac{d\varphi}{dr}.$$

В случае однородного поля плоского конденсатора напряженность

$$E=\frac{U}{d},$$

где U — разность потенциалов между пластинами конденсатора, d — расстояние между ними.

Потенциал уединенного проводника и его заряд связаны соотношением

$$q=C\varphi,$$

где C — емкость уединенного проводника.

Емкость плоского конденсатора

$$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d},$$

где S — площадь каждой пластины конденсатора.

Емкость сферического конденсатора

$$C=\frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon rR}{R-r},$$

где r и R — радиусы внутренней и внешней сфер. В частном случае, когда $R=\infty$,

$$C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon r$$

— емкость уединенного шара.

Емкость цилиндрического конденсатора

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon L}{\ln(R/r)},$$

где L — высота коаксиальных цилиндров, r и R — радиусы внутреннего и внешнего цилиндров.

Емкость системы конденсаторов:

при параллельном соединении конденсаторов

$$C=C_1+C_2+C_3+\ldots,$$

при последовательном соединении

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\ldots$$

Энергия уединенного заряженного проводника может быть найдена по одной из следующих формул:

$$W=\frac{qU}{2},\quad W=\frac{CU^2}{2},\quad W=\frac{q^2}{2C}.$$

В случае плоского конденсатора энергия

$$W=\frac{\varepsilon_0\varepsilon SU^2}{2d}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2Sd}{2}=\frac{\sigma^2Sd}{2\varepsilon_0\varepsilon},$$

где S — площадь каждой пластины конденсатора, σ — поверхностная плотность заряда на пластинах, U — разность потенциалов между пластинами, d — расстояние между ними. Величина

$$W_0 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}$$

называется объемной плотностью энергии электрического поля.

Сила притяжения между пластинами плоского конденсатора

$$F = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d^2} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

9.1. Найти силу F притяжения между ядром атома водорода и электроном. Радиус атома водорода $r = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ м; заряд ядра равен по модулю и противоположен по знаку заряду электрона.

9.2. Два точечных заряда, находясь в воздухе ($\varepsilon = 1$) на расстоянии $r_1 = 20$ см друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой. На каком расстоянии r_2 нужно поместить эти заряды в масле, чтобы получить ту же силу взаимодействия?

9.3. Построить график зависимости силы F взаимодействия между двумя точечными зарядами от расстояния r между ними в интервале $2 \leqslant r \leqslant 10$ см через каждые 2 см. Заряды $q_1 = 20$ нКл и $q_2 = 30$ нКл.

9.4. Во сколько раз сила гравитационного притяжения между двумя протонами меньше силы их электростатического отталкивания? Заряд протона равен по модулю и противоположен по знаку заряду электрона.

9.5. Найти силу F электростатического отталкивания между ядром атома натрия и бомбардирующим его протоном, считая, что протон подошел к ядру атома натрия на расстояние $r = 6 \cdot 10^{-14}$ м. Заряд ядра натрия в 11 раз больше заряда протона. Влиянием электронной оболочки атома натрия пренебречь.

9.6. Два металлических одинаково заряженных шарика массой $m = 0{,}2$ кг каждый находятся на некотором расстоянии друг от друга. Найти заряд q шариков, если известно, что на этом расстоянии энергия $W_{эл}$ их электростатического взаимодействия в миллион раз больше энергии $W_{гр}$ их гравитационного взаимодействия.

9.7. Во сколько раз энергия $W_{эл}$ электростатического взаимодействия двух частиц с зарядом q и массой m каждая больше энергии $W_{гр}$ их гравитационного взаимодействия? Задачу решить для: а) электронов; б) протонов.

9.8. Построить график зависимости энергии $W_{эл}$ электростатического взаимодействия двух точечных зарядов от расстояния r между ними в интервале $2 \leqslant r \leqslant 10$ см через каждые 2 см. Заряды $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = 3$ нКл; $\varepsilon = 1$. График построить для: а) одноименных зарядов; б) разноименных зарядов.

9.9. Найти напряженность E электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами $q_1 = 8$ нКл и $q_2 = -6$ нКл. Расстояние между зарядами $r = 10$ см; $\varepsilon = 1$.

9.10. В центр квадрата, в каждой вершине которого находится заряд $q = 2{,}33$ нКл, помещен отрицательный заряд q_0. Найти этот заряд, если на каждый заряд q действует результирующая сила $F = 0$.

9.11. В вершинах правильного шестиугольника расположены три положительных и три отрицательных заряда. Найти напряженность E электрического поля в центре шестиугольника при различных комбинациях в расположении этих зарядов. Каждый заряд $q = 1{,}5$ нКл; сторона шестиугольника $a = 3$ см.

9.12. Решить предыдущую задачу при условии, что все шесть зарядов, расположенных в вершинах шестиугольника, положительны.

9.13. Два точечных заряда $q_1 = 7{,}5$ нКл и $q_2 = -14{,}7$ нКл расположены на расстоянии $r = 5$ см. Найти напряженность E электрического поля в точке, находящейся на расстояниях $a = 3$ см от положительного заряда и $b = 4$ см от отрицательного заряда.

9.14. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $q_0 = 0{,}4$ мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол $2\alpha = 60°$. Найти массу m каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса $l = 20$ см.

9.15. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд q нужно сообщить шарикам, чтобы сила натяжения нитей стала равной $T = 98$ мН? Расстояние от центра шарика до точки подвеса $l = 10$ см; масса каждого шарика $m = 5$ г.

9.16. Найти плотность ρ материала шариков задачи 9.14, если известно, что при погружении этих шариков в керосин угол расхождения нитей стал равным $2\alpha_к = 54°$.

9.17. Два заряженных шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины и опущены

в жидкий диэлектрик, плотность которого равна ρ и диэлектрическая проницаемость равна ε. Какова должна быть плотность ρ_0 материала шариков, чтобы углы расхождения нитей в воздухе и в диэлектрике были одинаковыми?

9.18. На рис. 16 AA — заряженная бесконечная плоскость с поверхностной плотностью заряда $\sigma=40$ мкКл/м^2 и B — одноименно заряженный шарик с массой $m=1$ г и зарядом $q=1$ нКл. Какой угол α с плоскостью AA образует нить, на которой висит шарик?

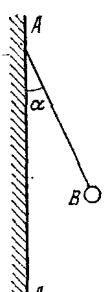


Рис. 16.

9.19. На рис. 16 AA — заряженная бесконечная плоскость и B — одноименно заряженный шарик с массой $m=0{,}4$ мг и зарядом $q=667$ пКл. Сила натяжения нити, на которой висит шарик, $T=0{,}49$ мН. Найти поверхностную плотность заряда σ на плоскости AA.

9.20. Найти силу F, действующую на заряд $q=2$ СГС$_q$, если заряд помещен: а) на расстоянии $r=2$ см от заряженной нити с линейной плотностью заряда $\tau=0{,}2$ мкКл/м; б) в поле заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma=20$ мкКл/м^2; в) на расстоянии $r=2$ см от поверхности заряженного шара с радиусом $R=2$ см и поверхностной плотностью заряда $\sigma=20$ мкКл/м^2. Диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon=6$.

9.21. Построить на одном графике кривые зависимости напряженности E электрического поля от расстояния r в интервале $1\leqslant r\leqslant 5$ см через каждый 1 см, если поле образовано: а) точечным зарядом $q=33{,}3$ нКл; б) бесконечно длинной заряженной нитью с линейной плотностью заряда $\tau=1{,}67$ мкКл/м, в) бесконечно протяженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда $\sigma=25$ мкКл/м^2.

9.22. Найтн напряженность E электрического поля на расстоянии $r=0{,}2$ нм от одновалентного иона. Заряд иона считать точечным.

9.23. С какой силой F_l электрическое поле заряженной бесконечной плоскости действует на единицу длины заряженной бесконечно длинной нити, помещенной в это поле? Линейная плотность заряда на нити $\tau=3$ мкКл/м и поверхностная плотность заряда на плоскости $\sigma=20$ мкКл/м^2.

9.24. С какой силой F_l на единицу длины отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно длинные нити с одинаковой линейной плотностью заряда $\tau=3$ мкКл/м, находящиеся на расстоянии $r_1=2$ см друг от друга? Какую

работу A_l на единицу длины надо совершить, чтобы сдвинуть эти нити до расстояния $r_2=1$ см?

9.25. Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии $r=10$ см друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях $\tau_1=\tau_2=10$ мкКл/м. Найти модуль и направление напряженности $\boldsymbol{E}$ результирующего электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $a=10$ см от каждой нити.

9.26. С какой силой F_S на единицу площади отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости? Поверхностная плотность заряда на плоскостях $\sigma=0{,}3$ мКл/м^2.

9.27. Медный шар радиусом $R=0{,}5$ см помещен в масло. Плотность масла $\rho_м=0{,}8\cdot10^3$ кг/м^3. Найти заряд q шара, если в однородном электрическом поле шар оказался взвешенным в масле. Электрическое поле направлено вертикально вверх и его напряженность $E=3{,}6$ МВ/м.

9.28. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе заряженная капелька ртути находится в равновесии при напряженности электрического поля $E=60$ кВ/м. Заряд капли $q=2{,}4\cdot10^{-9}$ СГС$_q$. Найти радиус R капли.

9.29. Показать, что электрическое поле, образованное заряженной нитью конечной длины, в предельных случаях переходит в электрическое поле: а) бесконечно длинной заряженной нити; б) точечного заряда.

9.30. Длина заряженной нити $l=25$ см. При каком предельном расстоянии a от нити по нормали к середине нити электрическое поле можно рассматривать как поле бесконечно длинной заряженной нити? Ошибка при таком допущении не должна превышать $\delta=0{,}05$. Указание. Допускаемая ошибка $\delta=(E_2-E_1)/E_2$, где E_2 — напряженность электрического поля бесконечно длинной нити, E_1 — напряженность поля нити конечной длины.

9.31. В точке A, расположенной на расстоянии $a=5$ см от бесконечно длинной заряженной нити, напряженность электрического поля $E=150$ кВ/м. При какой предельной длине l нити найденное значение напряженности будет верным с точностью до 2%, если точка A расположена на нормали к середине нити? Какова напряженность E электрического поля в точке A, если длина нити $l=20$ см? Линейную плотность заряда на нити конечной длины считать равной линейной плотности заряда на бесконечно длинной нити. Найти линейную плотность заряда τ на нити.

9.32. Кольцо из проволоки радиусом $R=10$ см имеет отрицательный заряд $q=-5$ нКл. Найти напряженности E

электрического поля на оси кольца в точках, расположенных от центра кольца на расстояниях L, равных 0, 5, 8, 10 и 15 см. Построить график $E=f(L)$. На каком расстоянии L от центра кольца напряженность E электрического поля будет иметь максимальное значение?

9.33. Напряженность электрического поля на оси заряженного кольца имеет максимальное значение на расстоянии L от центра кольца. Во сколько раз напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии $0{,}5L$ от центра кольца, будет меньше максимального значения напряженности?

9.34. Показать, что электрическое поле, образованное заряженным диском, в предельных случаях переходит в электрическое поле: а) бесконечно протяженной плоскости; б) точечного заряда.

9.35. Диаметр заряженного диска $D=25$ см. При каком предельном расстоянии a от диска по нормали к его центру электрическое поле можно рассматривать как поле бесконечно протяженной плоскости? Ошибка при таком допущении не должна превышать $\delta=0{,}05$. Указание. Допускаемая ошибка $\delta=(E_2-E_1)/E_2$, где E_2 — напряженность поля бесконечно протяженной плоскости, E_1 — напряженность поля диска.

9.36. Требуется найти напряженность E электрического поля в точке A, расположенной на расстоянии $a=5$ см от заряженного диска по нормали к его центру. При каком предельном радиусе R диска поле в точке A не будет отличаться более чем на 2% от поля бесконечно протяженной плоскости? Какова напряженность E поля в точке A, если радиус диска $R=10a$? Во сколько раз найденная напряженность в этой точке меньше напряженности поля бесконечно протяженной плоскости?

9.37. Два параллельных разноименно заряженных диска с одинаковой поверхностной плотностью заряда на них расположены на расстоянии $d=1$ см друг от друга. Какой предельный радиус R могут иметь диски, чтобы между центрами дисков поле отличалось от поля плоского конденсатора не более чем на 5%? Какую ошибку δ мы допускаем, принимая для этих точек напряженность поля равной напряженности поля плоского конденсатора при $R/d=10$?

9.38. Шарик массой $m=40$ мг, имеющий положительный заряд $q=1$ нКл, движется со скоростью $v=10$ см/с. На какое расстояние r может приблизиться шарик к положительному точечному заряду $q_0=1{,}33$ нКл?

9.39. До какого расстояния r могут сблизиться два электрона, если они движутся навстречу друг другу с относительной скоростью $v_0=10^6$ м/с?

9.40. Протон (ядро атома водорода) движется со скоростью $v=7{,}7\cdot10^6$ м/с. На какое наименьшее расстояние r может приблизиться протон к ядру атома алюминия? Заряд ядра атома алюминия $q=Ze$, где Z — порядковый номер атома в таблице Менделеева и e — заряд протона, равный по модулю заряду электрона. Массу протона считать равной массе атома водорода. Протон и ядро атома алюминия считать точечными зарядами. Влиянием электронной оболочки атома алюминия пренебречь.

9.41. При бомбардировке неподвижного ядра натрия α-частицей сила отталкивания между ними достигла значения $F=140$ Н. На какое наименьшее расстояние r приблизилась α-частица к ядру атома натрия? Какую скорость v имела α-частица? Влиянием электронной оболочки атома натрия пренебречь.

9.42. Два шарика с зарядами $q_1=6{,}66$ нКл и $q_2=13{,}33$ нКл находятся на расстоянии $r_1=40$ см. Какую работу A надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния $r_2=25$ см?

9.43. Шар радиусом $R=1$ см, имеющий заряд $q=40$ нКл, помещен в масло. Построить график зависимости $U=f(L)$ для точек поля, расположенных от поверхности шара на расстояниях L, равных 1, 2, 3, 4 и 5 см.

9.44. Найти потенциал φ точки поля, находящейся на расстоянии $r=10$ см от центра заряженного шара радиусом $R=1$ см. Задачу решить, если: а) задана поверхностная плотность заряда на шаре $\sigma=0{,}1$ мкКл/м^2; б) задан потенциал шара $\varphi_0=300$ В.

9.45. Какая работа A совершается при перенесении точечного заряда $q=20$ нКл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $r=1$ см от поверхности шара радиусом $R=1$ см с поверхностной плотностью заряда $\sigma=10$ мкКл/м^2?

9.46. Шарик с массой $m=1$ г и зарядом $q=10$ нКл перемещается из точки 1, потенциал которой $\varphi_1=600$ В, в точку 2, потенциал которой $\varphi_2=0$. Найти его скорость в точке 1, если в точке 2 она стала равной $v_2=20$ см/с.

9.47. Найти скорость v электрона, прошедшего разность потенциалов U, равную: 1, 5, 10, 100, 1000 В.

9.48. При радиоактивном распаде из ядра атома полония вылетает α-частица со скоростью $v=1{,}6\cdot10^7$ м/с. Найти кинетическую энергию $W_к$ α-частицы и разность потенциалов

U поля, в котором можно разогнать покоящуюся α-частицу до такой же скорости.

9.49. На расстоянии $r_1=4$ см от бесконечно длинной заряженной нити находится точечный заряд $q=0{,}66$ нКл. Под действием поля заряд приближается к нити до расстояния $r_2=2$ см; при этом совершается работа $A=50$ эрг. Найти линейную плотность заряда τ на нити.

9.50. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью. Двигаясь под действием этого поля от точки, находящейся на расстоянии $r_1=1$ см от нити, до точки $r_2=4$ см, α-частица изменила свою скорость от $v_1=2\cdot10^5$ м/с до $v_2=3\cdot10^6$ м/с. Найти линейную плотность заряда τ на нити.

9.51. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью с линейной плотностью заряда $\tau=0{,}2$ мкКл/м. Какую скорость v получит электрон под действием поля, приблизившись к нити с расстояния $r_1=1$ см до расстояния $r_2=0{,}5$ см?

9.52. Около заряженной бесконечно протяженной плоскости находится точечный заряд $q=0{,}66$ нКл. Заряд перемещается по линии напряженности поля на расстояние $\Delta r=2$ см; при этом совершается работа $A=50$ эрг. Найти поверхностную плотность заряда σ на плоскости.

9.53. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора $U=90$ В. Площадь каждой пластины $S=60$ см^2, ее заряд $q=1$ нКл. На каком расстоянии d друг от друга находятся пластины?

9.54. Плоский конденсатор можно применить в качестве чувствительных микровесов. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого $d=3{,}84$ мм, находится заряженная частица с зарядом $q=1{,}44\cdot10^{-9}$ СГС$_q$. Для того чтобы частица находилась в равновесии, между пластинами конденсатора нужно было приложить разность потенциалов $U=40$ В. Найти массу m частицы.

9.55. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого $d=1$ см, находится заряженная капелька массой $m=5\cdot10^{-11}$ г. В отсутствие электрического поля капелька вследствие сопротивления воздуха падает с некоторой постоянной скоростью. Если к пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U=600$ В, то капелька падает вдвое медленнее. Найти заряд q капельки.

9.56. Между двумя вертикальными пластинами на одинаковом расстоянии от них падает пылинка. Вследствие

сопротивления воздуха пылинка падает с постоянной скоростью $v_1=2$ см/с. Через какое время t после подачи на пластины разности потенциалов $U=3$ кВ пылинка достигнет одной из пластин? Какое расстояние l по вертикали пылинка пролетит до попадания на пластину? Расстояние между пластинами $d=2$ см, масса пылинки $m=2\cdot10^{-9}$ г, ее заряд $q=6{,}5\cdot10^{-17}$ Кл.

9.57. Решить предыдущую задачу в отсутствие силы сопротивления воздуха (вакуумный конденсатор).

9.58. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого $d=1$ см, находится заряженная капелька масла. В отсутствие электрического поля капелька падает с постоянной скоростью $v_1=0{,}11$ мм/с. Если на пластины подать разность потенциалов $U=150$ В, то капелька падает со скоростью $v_2=0{,}43$ мм/с. Найти радиус r капельки и ее заряд q. Динамическая вязкость воздуха $\eta=1{,}82\cdot10^{-5}$ Па·с; плотность масла больше плотности газа, в котором падает капелька, на $\Delta\rho=0{,}9\cdot10^3$ кг/м^3.

9.59. Между двумя вертикальными пластинами, находящимися на расстоянии $d=1$ см друг от друга, на нити висит заряженный бузиновый шарик массой $m=0{,}1$ г. После подачи на пластины разности потенциалов $U=1$ кВ нить с шариком отклонилась на угол $\alpha=10°$. Найти заряд q шарика.

9.60. Мыльный пузырь с зарядом $q=222$ пКл находится в равновесии в поле плоского горизонтально расположенного коиденсатора. Найти разность потенциалов U между пластинами конденсатора, если масса пузыря $m=0{,}01$ г и расстояние между пластинами $d=5$ см.

9.61. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d=4$ см. Электрон начинает двигаться от отрицательной пластины в тот момент, когда от положительной пластины начиинает двигаться протон. На каком расстоянии l от положительной пластины встретятся электрон и протон?

9.62. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d=1$ см. От одной из пластин одновременно начинают двигаться протон и α-частица. Какое расстояние l пройдет α-частица за то время, в течение которого протон пройдет весь путь от одной пластины до другой?

9.63. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобретает скорость $v=10^6$ м/с. Расстояние между пластинами $d=5{,}3$ мм. Найти разность потенциалов U между пластинами, напряженность E элек-

трического поля внутри конденсатора и поверхностную плотность заряда σ на пластинах.

9.64. Электрическое поле образовано двумя параллельными пластинами, находящимися на расстоянии $d=2$ см друг от друга. К пластинам приложена разность потенциалов $U=120$ В. Какую скорость v получит электрон под действием поля, пройдя по линии напряженности расстояние $\Delta r=3$ мм?

9.65. Электрон в однородном электрическом поле получает ускорение $a=10^{12}$ м/с^2. Найти напряженность E электрического поля, скорость v, которую получит электрон за время $t=1$ мкс своего движения, работу A сил электрического поля за это время и разность потенциалов U, пройденную при этом электроном. Начальная скорость электрона $v_0=0$.

9.66. Электрон летит от одной пластины плоского конденсатора до другой. Разность потенциалов между пластинами $U=3$ кВ; расстояние между пластинами $d=5$ мм. Найти силу F, действующую на электрон, ускорение a электрона, скорость v, с которой электрон приходит ко второй пластине, и поверхностную плотность заряда σ на пластинах.

9.67. Электрон с некоторой начальной скоростью v_0 влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Разность потенциалов между пластинами конденсатора $U=300$ В; расстояние между пластинами $d=2$ см; длина конденсатора $l=10$ см. Какова должна быть предельная начальная скорость v_0 электрона, чтобы электрон не вылетел из конденсатора? Решить эту же задачу для α-частицы.

9.68. Электрон с некоторой скоростью влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Напряженность поля в конденсаторе $E=100$ В/м; расстояние между пластинами $d=4$ см. Через какое время t после того, как электрон влетел в конденсатор, он попадет на одну из пластин? На каком расстоянии s от начала конденсатора электрон попадет на пластину, если он ускорен разностью потенциалов $U=60$ В?

9.69. Электрон влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам со скоростью $v_0=9\cdot10^6$ м/с. Разность потенциалов между пластинами $U=100$ В; расстояние между пластинами $d=1$ см. Найти полное a, нормальное a_n и тангенциальное a_τ уско-

рения электрона через время $t=10$ нс после начала его движения в конденсаторе.

9.70. Протон и α-частица, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в плоский конденсатор параллельно пластинам. Во сколько раз отклонение протона полем конденсатора будет больше отклонения α-частицы?

9.71. Протон и α-частица, ускоренные одной и той же разностью потенциалов, влетают в плоский конденсатор параллельно пластинам. Во сколько раз отклонение протона полем конденсатора будет больше отклонения α-частицы?

9.72. Электрон влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $v_0=10^7$ м/с. Напряженность поля в конденсаторе $E=10$ кВ/м; длина конденсатора $l=5$ см. Найти модуль и направление скорости v электрона при вылете его из конденсатора.

9.73. Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов $U_0=300$ В, при прохождении через незаряженный плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно его пластинам дает светящееся пятно на флуоресцирующем экране, расположенном на расстоянии $x=12$ см от конца конденсатора. При зарядке конденсатора пятно на экране смещается на расстояние $y=3$ см. Расстояние между пластинами $d=1{,}4$ см; длина конденсатора $l=6$ см. Найти разность потенциалов U, приложенную к пластинам конденсатора.

9.74. Электрон движется в плоском горизонтально расположенном конденсаторе параллельно его пластинам со скоростью $v=3{,}6\cdot10^7$ м/с. Напряженность поля внутри конденсатора $E=3{,}7$ кВ/м; длина пластин конденсатора $l=20$ см. На какое расстояние y сместится электрон в вертикальном направлении под действием электрического поля за время его движения в конденсаторе?

9.75. Протон влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $v_0=1{,}2\cdot10^5$ м/с. Напряженность поля внутри конденсатора $E=3$ кВ/м; длина пластин конденсатора $l=10$ см. Во сколько раз скорость протона v при вылете из конденсатора будет больше его начальной скорости v_0?

9.76. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии $d_1=5$ мм друг от друга, приложена разность потенциалов $U=150$ В. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная пластинка фарфора толщиной $d_2=3$ мм. Найти напряженности E_1 и E_2 электрического поля в воздухе и фарфоре.

9.77. Найти емкость C земного шара. Считать радиус земного шара $R=6400$ км. На сколько изменится потенциал φ земного шара, если ему сообщить заряд $q=1$ Кл?

9.78. Шарик радиусом $R=2$ см заряжается отрицательно до потенциала $\varphi=2$ кВ. Найти массу m всех электронов, составляющих заряд, сообщенный шарику.

9.79. Восемь заряженных водяных капель радиусом $r=1$ мм и зарядом $q=0{,}1$ нКл каждая сливаются в одну общую водяную каплю. Найти потенциал φ большой капли.

9.80. Два шарика одинаковых радиуса $R=1$ см и массы $m=40$ мг подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Когда шарики зарядили, нити разошлись на некоторый угол и сила натяжения нитей стала равной $T=490$ мкН. Найти потенциал φ заряженных шариков, если известно, что расстояние от центра каждого шарика до точки подвеса $l=10$ см.

9.81. Шарик, заряженный до потенциала $\varphi=792$ В, имеет поверхностную плотность заряда $\sigma=333$ нКл/м^2. Найти радиус r шарика.

9.82. Найти соотношение между радиусом шара R и максимальным потенциалом φ, до которого он может быть заряжен в воздухе, если при нормальном давлении разряд в воздухе наступает при напряженности электрического поля $E_0=3$ МВ/м. Каким будет максимальный потенциал φ шара диаметром $D=1$ м?

9.83. Два шарика одинаковых радиуса $R=1$ см и массы $m=0{,}15$ кг заряжены до одинакового потенциала $\varphi=3$ кВ и находятся на некотором расстоянии r_1 друг от друга. При этом их энергия гравитационного взаимодействия $W_{гр}=10^{-11}$ Дж. Шарики сближаются до расстояния r_2. Работа, необходимая для сближения шариков, $A=2\cdot10^{-6}$ Дж. Найти энергию $W_{эл}$ электростатического взаимодействия шариков после их сближения.

9.84. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S=1$ м^2, расстояние между ними $d=1{,}5$ мм. Найти емкость C этого конденсатора.

9.85. Конденсатор предыдущей задачи заряжен до разности потенциалов $U=300$ В. Найти поверхностную плотность заряда σ на его пластинах.

9.86. Требуется изготовить конденсатор емкостью $C=250$ пФ. Для этого на парафинированную бумагу толщиной $d=0{,}05$ мм наклеивают с обеих сторон кружки станиоля. Каким должен быть диаметр D кружков станиоля?

9.87. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S=0{,}01$ м², расстояние между ними $d=5$ мм. К пластинам приложена разность потенциалов $U_1=300$ В. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполняется эбонитом. Какова будет разность потенциалов U_2 между пластинами после заполнения? Найти емкости конденсатора C_1 и C_2 и поверхностные плотности заряда σ_1 и σ_2 на пластинах до и после заполнения.

9.88. Решить предыдущую задачу для случая, когда заполнение пространства между пластинами изолятором производится при включенном источнике напряжения.

9.89. Площадь пластин плоского конденсатора $S=0{,}01$ м², расстояние между ними $d=1$ см. К пластинам приложена разность потенциалов $U=300$ В. В пространстве между пластинами находятся плоскопараллельная пластинка стекла толщиной $d_1=0{,}5$ см и плоскопараллельная пластинка парафина толщиной $d_2=0{,}5$ см. Найти напряженности E_1 и E_2 электрического поля и падения потенциала U_1 и U_2 в каждом слое. Каковы будут при этом емкость C конденсатора и поверхностная плотность заряда σ на пластинах?

9.90. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии $d=1$ см друг от друга, приложена разность потенциалов $U=100$ В. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная пластинка кристаллического бромистого таллия ($\varepsilon=173$) толщиной $d_0=9{,}5$ мм. После отключения конденсатора от источника напряжения пластинку кристалла вынимают. Какова будет после этого разность потенциалов U между пластинами конденсатора?

9.91. Коаксиальный электрический кабель состоит из центральной жилы и концентрической цилиндрической оболочки, между которыми находится диэлектрик ($\varepsilon=3{,}2$). Найти емкость C_l единицы длины такого кабеля, если радиус жилы $r=1{,}3$ см, радиус оболочки $R=3{,}0$ см.

9.92. Радиус центральной жилы коаксиального кабеля $r=1{,}5$ см, радиус оболочки $R=3{,}5$ см. Между центральной жилой и оболочкой приложена разность потенциалов $U=2{,}3$ кВ. Найти напряженность E электрического поля на расстоянии $x=2$ см от оси кабеля.

9.93. Вакуумный цилиндрический конденсатор имеет радиус внутреннего цилиндра $r=1{,}5$ см и радиус внешнего цилиндра $R=3{,}5$ см. Между цилиндрами приложена разность потенциалов $U=2{,}3$ кВ. Какую скорость v получит электрон под действием поля этого конденсатора, двигаясь

с расстояния $l_1=2{,}5$ см до расстояния $l_2=2$ см от оси цилиндра?

9.94. Цилиндрический конденсатор состоит из внутреннего цилиндра радиусом $r=3$ мм, двух слоев диэлектрика и внешнего цилиндра радиусом $R=1$ см. Первый слой диэлектрика толщиной $d_1=3$ мм примыкает к внутреннему цилиндру. Найти отношение падений потенциала U_1/U_2 в этих слоях.

9.95. При изучении фотоэлектрических явлений используется сферический конденсатор, состоящий из металлического шарика диаметром $d=1{,}5$ см (катода) и внутренней поверхности посеребренной изнутри сферической колбы диаметром $D=11$ см (анода). Воздух из колбы откачивается. Найти емкость C такого конденсатора.

9.96. Каким будет потенциал φ шара радиусом $r=3$ см, если: а) сообщить ему заряд $q=1$ нКл, б) окружить его концентрическим шаром радиусом $R=4$ см, соединенным с землей?

9.97. Найти емкость C сферического конденсатора, состоящего из двух концентрических сфер с радиусами $r=10$ см и $R=10{,}5$ см. Пространство между сферами заполнено маслом. Какой радиус R_0 должен иметь шар, помещенный в масло, чтобы иметь такую же емкость?

9.98. Радиус внутреннего шара воздушного сферического конденсатора $r=1$ см, радиус внешнего шара $R=4$ см. Между шарами приложена разность потенциалов $U=3$ кВ. Найти напряженность E электрического поля на расстоянии $x=3$ см от центра шаров.

9.99. Радиус внутреннего шара вакуумного сферического конденсатора $r=1$ см, радиус внешнего шара $R=4$ см. Между шарами приложена разность потенциалов $U=3$ кВ. Какую скорость v получит электрон, приблизившись к центру шаров с расстояния $x_1=3$ см до расстояния $x_2=2$ см?

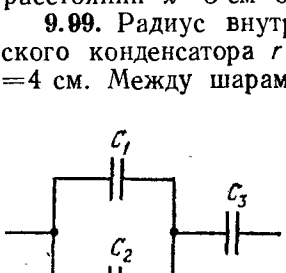


Рис. 17.

9.100. Найти емкость C системы конденсаторов, изображенной на рис. 17. Емкость каждого конденсатора $C_i=0{,}5$ мкФ.

9.101. При помощи электрометра сравнивали между собой емкости двух конденсаторов. Для этого заряжали их до разностей потенциалов $U_1=300$ В и $U_2=100$ В и соединяли оба конденсатора параллельно. Измеренная при этом электрометром разность потенциалов между обкладками

конденсатора оказалась равной $U=250$ В. Найти отношение емкостей C_1/C_2.

9.102. Разность потенциалов между точками A и B (рис. 18) $U=6$ В. Емкость первого конденсатора $C_1=2$ мкФ и емкость второго конденсатора $C_2=4$ мкФ. Найти заряды q_1 и q_2 и разности потенциалов U_1 и U_2 на обкладках каждого конденсатора.

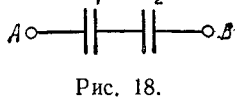


Рис. 18.

9.103. В каких пределах может меняться емкость C системы, состоящей из двух конденсаторов, если емкость одного из конденсаторов постоянна и равна $C_1=3{,}33$ нФ, а емкость C_2 другого изменяется от 22,2 до 555,5 пФ?

9.104. В каких пределах может изменяться емкость C системы, состоящей из двух конденсаторов переменной емкости, если емкость C_i каждого из них изменяется от 10 до 450 пФ?

9.105. Конденсатор емкостью $C=20$ мкФ заряжен до разности потенциалов $U=100$ В. Найти энергию W этого конденсатора.

9.106. Шар радиусом $R=1$ м заряжен до потенциала $\varphi=30$ кВ. Найти энергию W заряженного шара.

9.107. Шар, погруженный в керосин, имеет потенциал $\varphi=4{,}5$ кВ и поверхностную плотность заряда $\sigma=11{,}3$ мкКл/м^2. Найти радиус R, заряд q, емкость C и энергию W шара.

9.108. Шар 1 радиусом $R_1=10$ см, заряженный до потенциала $\varphi_1=3$ кВ, после отключения от источника напряжения соединяется проволочкой (емкостью которой можно пренебречь) сначала с удаленным незаряженным шаром 2, а затем после отсоединения от шара 2 с удаленным незаряженным шаром 3. Шары 2 и 3 имеют радиусы $R_2=R_3=10$ см. Найти: а) первоначальную энергию W_1 шара 1; б) энергии W_1' и W_2' шаров 1 и 2 после соединения и работу A разряда при соединении; в) энергии W_1' и W_3' шаров 1 и 3 после соединения и работу A разряда при соединении.

9.109. Два металлических шарика, первый с зарядом $q_1=10$ нКл и радиусом $R_1=3$ см и второй с потенциалом $\varphi_2=9$ кВ и радиусом $R_2=2$ см, соединены проволочкой, емкостью которой можно пренебречь. Найти: а) потенциал φ_1 первого шарика до разряда; б) заряд q_2 второго шарика до разряда; в) энергии W_1 и W_2 каждого шарика до разряда; г) заряд q_1' и потенциал φ_1' первого шарика после разряда; д) заряд q_2' и потенциал φ_2' второго шарика после

разряда; е) энергию W соединенных проводником шариков; ж) работу A разряда.

9.110. Заряженный шар 1 радиусом $R_1=2$ см приводится в соприкосновение с незаряженным шаром 2, радиус которого $R_2=3$ см. После того как шары разъединили, энергия шара 2 оказалась равной $W_2=0{,}4$ Дж. Какой заряд q_1 был на шаре 1 до соприкосновения с шаром 2?

9.111. Пластины плоского конденсатора площадью $S=0{,}01$ м^2 каждая притягиваются друг к другу с силой $F=30$ мН. Пространство между пластинами заполнено слюдой. Найти заряды q, находящиеся на пластинах, напряженность E поля между пластинами и объемную плотность энергии W_0 поля.

9.112. Между пластинами плоского конденсатора вложена тонкая слюдяная пластинка. Какое давление p испытывает эта пластинка при напряженности электрического поля $E=1$ МВ/м?

9.113. Абсолютный электрометр представляет собой плоский конденсатор, нижняя пластина которого неподвижна, а верхняя подвешена к коромыслу весов. При незаряженном конденсаторе расстояние между пластинами $d=1$ см. Какую разность потенциалов U приложили между пластинами, если для сохранения того же расстояния $d=1$ см на другую чашку весов пришлось положить груз массой $m=5{,}1$ г? Площадь пластин конденсатора $S=50$ см^2.

9.114. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора $U=280$ В. Площадь пластин конденсатора $S=0{,}01$ м^2; поверхностная плотность заряда на пластинах $\sigma=495$ нКл/м^2. Найти: а) напряженность E поля внутри конденсатора; б) расстояние d между пластинами; в) скорость v, которую получит электрон, пройдя в конденсаторе путь от одной пластины до другой; г) энергию W конденсатора; д) емкость C конденсатора; е) силу притяжения F пластин конденсатора.

9.115. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S=0{,}01$ м^2, расстояние между ними $d=5$ мм. Какая разность потенциалов U была приложена к пластинам конденсатора, если известно, что при разряде конденсатора выделилось $Q=4{,}19$ мДж тепла?

9.116. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S=0{,}01$ м^2, расстояние между ними $d_1=2$ см. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U=3$ кВ. Какова будет напряженность E поля конденсатора, если, не отключая его от источника напряжения, пластины

раздвинуть до расстояния $d_2=5$ см? Найти энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин.

9.117. Решить предыдущую задачу при условии, что сначала конденсатор отключается от источника напряжения, а затем раздвигаются пластины конденсатора.

9.118. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S=0{,}01$ м², расстояние между ними $d_1=1$ мм. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U=0{,}1$ кВ. Пластины раздвигаются до расстояния $d_2=25$ мм. Найти энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением: а) не отключается; б) отключается.

9.119. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Его энергия при этом $W=20$ мкДж. После того как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора. Работа, которую надо было совершить против сил электрического поля, чтобы вынуть диэлектрик, $A=70$ мкДж. Найти диэлектрическую проницаемость ε диэлектрика.

9.120. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S=12{,}5$ см², расстояние между ними $d_1=5$ мм. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U=6$ кВ. Пластины конденсатора раздвигаются до расстояния $d_2=1$ см. Найти изменения емкости конденсатора ΔC, потока напряженности ΔN_E сквозь площадь электродов и объемной плотности энергии ΔW_0 электрического поля, если источник напряжения перед раздвижением: а) не отключается; б) отключается.

9.121. Найти объемную плотность энергии W_0 электрического поля в точке, находящейся: а) на расстоянии $x=2$ см от поверхности заряженного шара радиусом $R=1$ см, б) вблизи бесконечно протяженной заряженной плоскости, в) на расстоянии $x=2$ см от бесконечно длинной заряженной нити. Поверхностная плотность заряда на шаре и плоскости $\sigma=16{,}7$ мкКл/м², линейная плотность заряда на нити $\tau=167$ нКл/м. Диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon=2$.

9.122. На пластины плоского конденсатора, расстояние между которыми $d=3$ см, подана разность потенциалов $U=1$ кВ. Пространство между пластинами заполняется диэлектриком ($\varepsilon=7$). Найти поверхностную плотность связанных (поляризационных) зарядов $\sigma_{св}$. Насколько изменяется поверхностная плотность заряда на пластинах при заполнении конденсатора диэлектриком? Задачу решить,

если заполнение конденсатора диэлектриком производится: а) до отключения конденсатора от источника напряжения; б) после отключения конденсатора от источника напряжения.

9.123. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком, диэлектрическая восприимчивость которого $\varkappa=0{,}08$. Расстояние между пластинами $d=5$ мм. На пластины конденсатора подана разность потенциалов $U=4$ кВ. Найти поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св}$ на диэлектрике и поверхностную плотность заряда $\sigma_д$ на пластинах конденсатора.

9.124. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом. Расстояние между пластинами $d=4$ мм. На пластины конденсатора подана разность потенциалов $U=1{,}2$ кВ. Найти: а) напряженность E поля в стекле; б) поверхностную плотность заряда $\sigma_д$ на пластинах конденсатора; в) поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св}$ на стекле; г) диэлектрическую восприимчивость $\varkappa$ стекла.

9.125. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено маслом. Расстояние между пластинами $d=1$ см. Какую разность потенциалов U надо подать на пластины конденсатора, чтобы поверхностная плотность связанных зарядов на масле была равна $\sigma_{св}=6{,}2$ мкКл/м^2?

9.126. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом. Площадь пластин конденсатора $S=0{,}01$ м^2. Пластины конденсатора притягиваются друг к другу с силой $F=4{,}9$ мН. Найти поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св}$ на стекле.

9.127. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено парафином. При присоединении пластин к источнику напряжения давление пластин на парафин стало равным $p=5$ Па. Найти: а) напряженность E электрического поля и электрическое смещение D в парафине; б) поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св}$ на парафине; в) поверхностную плотность заряда $\sigma_д$ на пластинах конденсатора; г) объемную плотность энергии W_0 электрического поля в парафине; д) диэлектрическую восприимчивость $\varkappa$ парафина.

9.128. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком. Расстояние между пластинами $d=2$ мм. На пластины конденсатора подана разность потенциалов $U_1=0{,}6$ кВ. Если, отключив источник напряжения, вынуть диэлектрик из конденсатора, то разность потенциалов на пластинах конденсатора возрастет

до $U_2=1{,}8$ кВ. Найти поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св}$ на диэлектрике и диэлектрическую восприимчивость $\varkappa$ диэлектрика.

9.129. Пространство между пластинами плоского конденсатора объемом $V=20$ см^3 заполнено диэлектриком ($\varepsilon=5$). Пластины конденсатора присоединены к источнику напряжения. При этом поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрике $\sigma_{св}=8{,}35$ мкКл/м^2. Какую работу A надо совершить против сил электрического поля, чтобы удалить диэлектрик из конденсатора? Задачу решить, если удаление диэлектрика производится: а) до отключения источника напряжения; б) после отключения источника напряжения.

§ 10. Электрический ток

Сила тока (ток) I численно равна количеству электричества, проходящему через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I=\frac{dq}{dt}.$$

Если сила тока $I=\text{const}$, то

$$I=\frac{q}{t}.$$

Плотность электрического тока

$$j=\frac{I}{S},$$

где S — площадь поперечного сечения проводника.

Ток, текущий по участку однородного проводника, подчиняется закону Ома

$$I=\frac{U}{R},$$

где U — разность потенциалов на концах участка, R — сопротивление этого участка.

Сопротивление проводника

$$R=\rho\frac{l}{S}=\frac{l}{\sigma S},$$

где ρ — удельное сопротивление, σ — удельная проводимость, l — длина и S — площадь поперечного сечения проводника.

Удельное сопротивление металлов зависит от температуры следующим образом:

$$\rho_t=\rho_0(1+\alpha t),$$

где ρ_0 — удельное сопротивление при $t_0=0$ °С, α — температурный коэффициент сопротивления.

Работа электрического тока на участке цепи определяется формулой

$$A=IUt=I^2Rt=\frac{U^2}{R}t.$$

Для замкнутой цепи закон Ома имеет вид

$$I=\frac{\mathscr{E}}{R+r},$$

где $\mathscr{E}$ — э. д. с. генератора, R — внешнее сопротивление, r — внутреннее сопротивление генератора.

Полная мощность, выделяемая в цепи,

$$P=\mathscr{E}I.$$

Для разветвленных цепей имеют место два закона Кирхгофа:

первый закон Кирхгофа — алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum I_i=0;$$

второй закон Кирхгофа — в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма падений потенциала на отдельных участках цепи равна алгебраической сумме э. д. с., встречающихся в этом контуре:

$$\sum I_iR_i=\sum \mathscr{E}_i.$$

При применении законов Кирхгофа надо руководствоваться следующими правилами.

На схеме произвольно указываются стрелками направления токов у соответствующих сопротивлений. Обходя контур в произвольном направлении, будем считать положительными те токи, направления которых совпадают с направлением обхода, и отрицательными те, направления которых противоположны направлению обхода.

Положительными э. д. с. будем считать те э. д. с., которые повышают потенциал в направлении обхода, т. е. э. д. с. будет положительной, если при обходе придется идти от минуса к плюсу внутри генератора.

В результате решения составленных уравнений определяемые величины могут получиться отрицательными. Отрицательное значение тока указывает на то, что фактическое направление тока на данном участке цепи обратно принятому.

Для электрического тока имеют место два закона Фарадея:

первый закон Фарадея — масса вещества, выделившегося при электролизе,

$$m=KIt=Kq,$$

где q — количество электричества, прошедшего через электролит, K — электрохимический эквивалент;

второй закон Фарадея — электрохимический эквивалент пропорционален химическому эквиваленту:

$$K=\frac{1}{F}\frac{A}{Z},$$

где A — молярная масса, Z — валентность, $F=96{,}48456\cdot10^3$ Кл/моль — постоянная Фарадея.

Удельная проводимость электролита определяется формулой

$$\sigma=\frac{1}{\rho}=\alpha CZF(u_+ + u_-),$$

где α — степень диссоциации, C [моль/м^3] — молярная концентрация, Z — валентность, F — постоянная Фарадея, u_+ и u_- [м^2/(В·с)] — подвижности ионов. При этом $\alpha=n_д/n$ — отношению числа диссоциированных молекул в единице объема к числу всех молекул растворенного вещества в этом объеме. Величина $\eta=CZ$ [моль/м^3] называется эквивалентной концентрацией, а величина $\Lambda=\sigma/\eta$ [м^2/(Ом·моль)] — эквивалентной проводимостью.

При небольших плотностях тока, текущего в газе, имеет место закон Ома

$$j=qn(u_+ + u_-)E=\sigma E,$$

где E — напряженность поля, σ — удельная проводимость газа, q — заряд иона, u_+ и u_- — подвижности ионов, n [м$^{-3}$] — число ионов каждого знака (число пар ионов), находящихся в единице объема газа. При этом $n=\sqrt{N/\gamma}$, где N [м$^{-3}\cdot$с$^{-1}$] — число пар ионов, создаваемых ионизирующим агентом в единице объема в единицу времени, γ [м^3/с] — коэффициент рекомбинации.

Плотность тока насыщения в газе определяется формулой

$$j_н=Nqd,$$

где d — расстояние между электродами.

Чтобы вырваться из металла наружу, электрон должен обладать кинетической энергией

$$\frac{mv^2}{2}\geqslant A,$$

где A — работа выхода электрона из данного металла.

Плотность тока насыщения при термоэлектронной эмиссии определяется формулой

$$j_н=BT^2\exp\left(-\frac{A}{kT}\right),$$

где T — термодинамическая температура катода, A — работа выхода, $k=1{,}380662\cdot10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана, B [А/(м$^2\cdot$К^2)] — эмиссионная постоянная, разная для различных металлов.

10.1. Ток I в проводнике меняется со временем t по уравнению $I=4+2t$, где I — в амперах и t — в секундах. Какое количество электричества q проходит через поперечное сечение проводника за время от $t_1=2$ с до $t_2=6$ с? При каком постоянном токе I_0 через поперечное сечение проводника за то же время проходит такое же количество электричества?

10.2. Ламповый реостат состоит из пяти электрических лампочек сопротивлением $r=350$ Ом, включенных параллельно. Найти сопротивление R реостата, когда: а) горят все лампочки; б) вывинчиваются одна, две, три, четыре лампочки.

10.3. Сколько витков нихромовой проволоки диаметром $d=1$ мм надо навить на фарфоровый цилиндр радиусом $a=2{,}5$ см, чтобы получить печь сопротивлением $R=40$ Ом?

10.4. Катушка из медной проволоки имеет сопротивление $R=10{,}8$ Ом. Масса медной проволоки $m=3{,}41$ кг. Какой длины l и какого диаметра d проволока намотана на катушке?

10.5. Найти сопротивление R железного стержня диаметром $d=1$ см, если масса стержня $m=1$ кг.

10.6. Медная и алюминиевая проволоки имеют одинаковую длину l и одинаковое сопротивление R. Во сколько раз медная проволока тяжелее алюминиевой?

10.7. Вольфрамовая нить электрической лампочки при $t_1=20$ °С имеет сопротивление $R_1=35{,}8$ Ом. Какова будет температура t_2 нити лампочки, если при включении в сеть напряжением $U=120$ В по нити идет ток $I=0{,}33$ А? Температурный коэффициент сопротивления вольфрама $\alpha=4{,}6\cdot10^{-3}$ К$^{-1}$.

10.8 *). Реостат из железной проволоки, амперметр и генератор включены последовательно. При $t_0=0$ °С сопротивление реостата $R_0=120$ Ом, сопротивление амперметра $R_{A0}=20$ Ом. Амперметр показывает ток $I_0=22$ мА. Какой ток I будет показывать амперметр, если реостат нагреется на $\Delta T=50$ К? Температурный коэффициент сопротивления железа $\alpha=6\cdot10^{-3}$ К$^{-1}$.

10.9. Обмотка катушки из медной проволоки при $t_1=14$ °С имеет сопротивление $R_1=10$ Ом. После пропускания тока сопротивление обмотки стало равным $R_2=12{,}2$ Ом. До какой температуры t_2 нагрелась обмотка? Температурный коэффициент сопротивления меди $\alpha=4{,}15\cdot10^{-3}$ К$^{-1}$.

*) Здесь и далее сопротивлением амперметра R_A и внутренним сопротивлением r генератора следует пренебречь, если они не заданы в условии.

10.10. Найти падение потенциала U на медном проводе длиной l=500 м и диаметром d=2 мм, если ток в нем I=2 А.

10.11. Найти падения потенциала U в сопротивлениях R_1=4 Ом, R_2=2 Ом и R_3=4 Ом (рис. 19), если амперметр показывает ток I_1=3 А. Найти токи I_2 и I_3 в сопротивлениях R_2 и R_3.

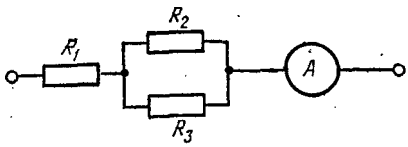


Рис. 19.

10.12. Элемент, имеющий э. д. с. $\mathscr{E}$=1,1 В и внутреннее сопротивление r=1 Ом, замкнут на внешнее сопротивление R=9 Ом. Найти ток I в цепи, падение потенциала U во внешней цепи и падение потенциала U_r внутри элемента. С каким к. п. д. η работает элемент?

10.13. Построить график зависимости падения потенциала U во внешней цепи от внешнего сопротивления R для цепи предыдущей задачи. Сопротивление R взять в пределах $0 \leqslant R \leqslant 10$ Ом через каждые 2 Ом.

10.14. Элемент с э. д. с. $\mathscr{E}$=2 В имеет внутреннее сопротивление r=0,5 Ом. Найти падение потенциала U_r внутри элемента при токе в цепи I=0,25 А. Каково внешнее сопротивление R цепи при этих условиях?

10.15. Элемент с э.д.с. $\mathscr{E}$=1,6 В имеет внутреннее сопротивление r=0,5 Ом. Найти к.п.д. η элемента при токе в цепи I=2,4 А.

10.16. Э.д.с. элемента $\mathscr{E}$=6 В. При внешнем сопротивлении R=1,1 Ом ток в цепи I=3 А. Найти падение потенциала U_r внутри элемента и его сопротивление r.

10.17. Какую долю э.д.с. элемента $\mathscr{E}$ составляет разность потенциалов U на его зажимах, если сопротивление элемента r в n раз меньше внешнего сопротивления R? Задачу решить для: а) n=0,1; б) n=1; в) n=10.

10.18. Элемент, сопротивление и амперметр соединены последовательно. Элемент имеет э.д.с. $\mathscr{E}$=2 В и внутреннее сопротивление r=0,4 Ом. Амперметр показывает ток I=1 А. С каким к.п.д. η работает элемент?

10.19. Имеются два одинаковых элемента с э.д.с. $\mathscr{E}$=2 В и внутренним сопротивлением r=0,3 Ом. Как надо соединить эти элементы (последовательно или параллельно), чтобы получить бо́льший ток, если внешнее сопротивление: а) R=0,2 Ом; б) R=16 Ом? Найти ток I в каждом из этих случаев.

10.20. Считая сопротивление вольтметра R_V бесконечно большим, определяют сопротивление R по показаниям амперметра и вольтметра (рис. 20). Найти относительную погрешность $\Delta R/R$ найденного сопротивления, если в действительности сопротивление вольтметра равно R_V. Задачу решить для $R_V=1000$ Ом и сопротивления: а) $R=10$ Ом; б) $R=100$ Ом; в) $R=1000$ Ом.

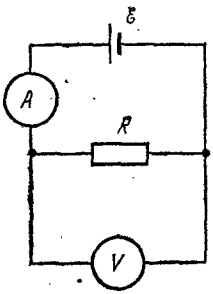


Рис. 20.

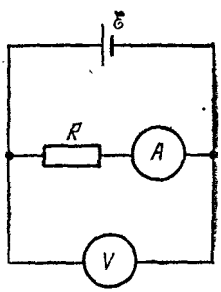


Рис. 21.

10.21. Считая сопротивление амперметра R_A бесконечно малым, определяют сопротивление R по показаниям амперметра и вольтметра (рис. 21). Найти относительную погрешность $\Delta R/R$ найденного сопротивления, если в действительности сопротивление амперметра равно R_A. Решить задачу для $R_A=0{,}2$ Ом и сопротивления: а) $R=1$ Ом; б) $R=10$ Ом; в) $R=100$ Ом.

10.22. Два параллельно соединенных элемента с одинаковыми э.д.с. $\mathscr{E}_1=\mathscr{E}_2=2$ В и внутренними сопротивления-

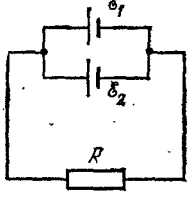


Рис. 22.

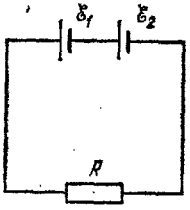


Рис. 23.

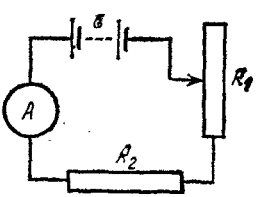


Рис. 24.

ми $r_1=1$ Ом и $r_2=1{,}5$ Ом замкнуты на внешнее сопротивление $R=1{,}4$ Ом (рис. 22). Найти ток I в каждом из элементов и во всей цепи.

10.23. Два последовательно соединенных элемента с одинаковыми э.д.с. $\mathscr{E}_1=\mathscr{E}_2=2$ В и внутренними сопротивлениями $r_1=1$ Ом и $r_2=1{,}5$ Ом замкнуты на внешнее

сопротивление $R=0{,}5$ Ом (рис. 23). Найти разность потенциалов U на зажимах каждого элемента.

10.24. Батарея с э.д.с. $\mathscr{E}=20$ В, амперметр и реостаты с сопротивлениями R_1 и R_2 соединены последовательно (рис. 24). При выведенном реостате R_1 амперметр показывает ток $I=8$ А, при введенном реостате R_1 — ток $I=5$ А. Найти сопротивления R_1 и R_2 реостатов и падения потенциала U_1 и U_2 на них, когда реостат R_1 полностью включен.

10.25. Элемент, амперметр и некоторое сопротивление соединены последовательно. Если взять сопротивление из медной проволоки длиной $l=100$ м и поперечным сечением $S=2$ мм^2, то амперметр показывает ток $I_1=1{,}43$ А. Если же взять сопротивление из алюминиевой проволоки длиной $l=57{,}3$ м и поперечным сечением $S=1$ мм^2, то амперметр показывает ток $I_2=1$ А. Сопротивление амперметра $R_A=0{,}05$ Ом. Найти э.д.с. $\mathscr{E}$ элемента и его внутреннее сопротивление r.

10.26. Напряжение на зажимах элемента в замкнутой цепи $U=2{,}1$ В, сопротивления $R_1=5$ Ом, $R_2=6$ Ом и $R_3=3$ Ом (рис. 25). Какой ток I показывает амперметр?

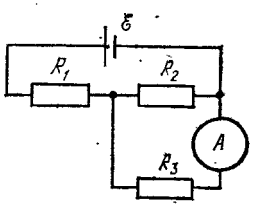


Рис. 25.

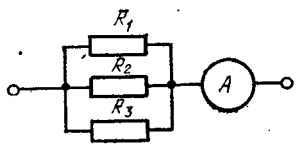


Рис. 26.

10.27. Сопротивления $R_2=20$ Ом и $R_3=15$ Ом (рис. 26). Через сопротивление R_2 течет ток $I_2=0{,}3$ А. Амперметр показывает ток $I=0{,}8$ А. Найти сопротивление R_1.

10.28. Э.д.с. батареи $\mathscr{E}=100$ В, сопротивления $R_1=R_3=40$ Ом, $R_2=80$ Ом и $R_4=34$ Ом (рис. 27). Найти ток I_2, текущий через сопротивление R_2, и падение потенциала U_2 на нем.

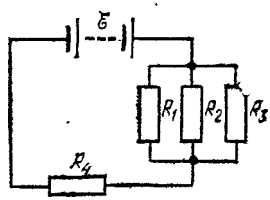


Рис. 27.

10.29. Э.д.с. батареи $\mathscr{E}=120$ В, сопротивления $R_3=20$ Ом и $R_4=25$ Ом (рис. 28). Падение потенциала на сопротивлении R_1 равно $U_1=40$ В. Амперметр показывает ток $I=2$ А. Найти сопротивление R_2.

10.30. Батарея с э.д.с. $\mathcal{E}=10$ В и внутренним сопротивлением $r=1$ Ом имеет к.п.д. $\eta=0{,}8$ (рис. 28). Падения потенциала на сопротивлениях R_1 и R_4 равны $U_1=4$ В и $U_4=2$ В. Какой ток I показывает амперметр? Найти падение потенциала U_2 на сопротивлении R_2.

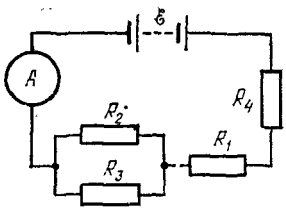


Рис. 28.

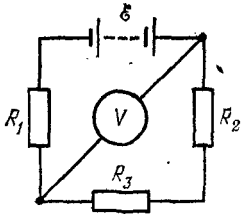


Рис. 29.

10.31. Э.д.с. батареи $\mathcal{E}=100$ В, сопротивления $R_1=100$ Ом, $R_2=200$ Ом и $R_3=300$ Ом, сопротивление вольтметра $R_V=2$ кОм (рис. 29). Какую разность потенциалов U показывает вольтметр?

10.32. Сопротивления $R_1=R_2=R_3=200$ Ом, сопротивление вольтметра $R_V=1$ кОм (рис. 29). Вольтметр показывает разность потенциалов $U=100$ В. Найти э.д.с. $\mathcal{E}$ батареи.

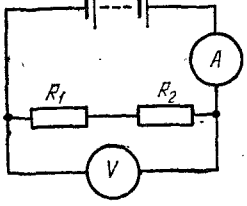


Рис. 30.

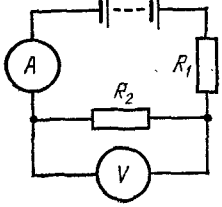


Рис. 31.

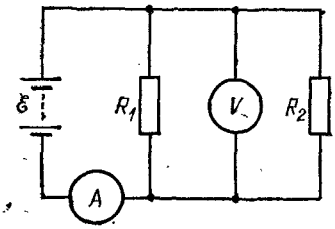


Рис. 32.

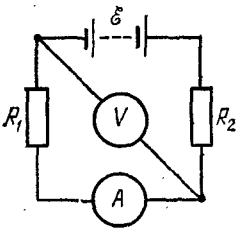


Рис. 33.

10.33. Найти показания амперметра и вольтметра в схемах, изображенных на рис. 30—33. Э.д.с. батареи $\mathcal{E}=$

=110 В, сопротивления R_1=400 Ом и R_2=600 Ом, сопротивление вольтметра R_V=1 кОм.

10.34. Амперметр с сопротивлением R_A=0,16 Ом зашунтирован сопротивлением R=0,04 Ом. Амперметр показывает ток I_0=8 А. Найти ток I в цепи.

10.35. Имеется предназначенный для измерения токов до I=10 А амперметр с сопротивлением R_A=0,18 Ом, шкала которого разделена на 100 делений. Какое сопротивление R надо взять и как его включить, чтобы этим амперметром можно было измерять ток до I_0=100 А? Как изменится при этом цена деления амперметра?

10.36. Имеется предназначенный для измерения разности потенциалов до U=30 В вольтметр с сопротивлением R_V=2 кОм, шкала которого разделена на 150 делений. Какое сопротивление R надо взять и как его включить, чтобы этим вольтметром можно было измерять разности потенциалов до U_0=75 В? Как изменится при этом цена деления вольтметра?

10.37. Имеется предназначенный для измерения токов до I=15 мА амперметр с сопротивлением R_A=5 Ом. Какое сопротивление R надо взять и как его включить, чтобы этим прибором можно было измерять: а) ток до I_0=150 мА; б) разность потенциалов до U_0=150 В?

10.38. Имеется 120-вольтовая электрическая лампочка мощностью P=40 Вт. Какое добавочное сопротивление R надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении в сети U_0=220 В? Какую длину l нихромовой проволоки диаметром d=0,3 мм надо взять, чтобы получить такое сопротивление?

10.39. Имеются три 110-вольтовых электрических лампочки, мощности которых $P_1=P_2$=40 Вт и P_3=80 Вт. Как надо включить эти лампочки, чтобы они давали нормальный накал при напряжении в сети U_0=220 В? Начертить схему. Найти токи I_1, I_2 и I_3, текущие через лампочки при нормальном накале.

10.40. В лаборатории, удаленной от генератора на расстояние l=100 м, включили электрический нагревательный прибор, потребляющий ток I=10 А. На сколько понизилось напряжение U на зажимах электрической лампочки, горящей в этой лаборатории, если сечение медных подводящих проводов S=5 мм²?

10.41. От батареи с э.д.с. $\mathcal{E}$=500 В требуется передать энергию на расстояние l=2,5 км. Потребляемая мощность P=10 кВт. Найти минимальные потери мощности ΔP

в сети, если диаметр медных подводящих проводов $d=1{,}5$ см.

10.42. От генератора с э.д.с. $\mathscr{E}=110$ В требуется передать энергию на расстояние $l=250$ м. Потребляемая мощность $P=1$ кВт. Найти минимальное сечение S медных подводящих проводов, если потери мощности в сети не должны превышать 1%.

10.43. В цепь включены последовательно медная и стальная проволоки одинаковых длины и диаметра. Найти: а) отношение количеств теплоты, выделяющихся в этих проволоках; б) отношение падений напряжения на этих проволоках.

10.44. Решить предыдущую задачу для случая, когда проволоки включены параллельно.

10.45. Элемент с э.д.с. $\mathscr{E}=6$ В дает максимальный ток $I=3$ А. Найти наибольшее количество теплоты Q_τ, которое может быть выделено во внешнем сопротивлении в единицу времени.

10.46. Батарея с э.д.с. $\mathscr{E}=240$ В и внутренним сопротивлением $r=1$ Ом замкнута на внешнее сопротивление $R=23$ Ом. Найти полную мощность P_0, полезную мощность P и к.п.д. η батареи.

10.47. Найти внутреннее сопротивление r генератора, если известно, что мощность P, выделяющаяся во внешней цепи, одинакова при внешних сопротивлениях $R_1=5$ Ом и $R_2=0{,}2$ Ом. Найти к.п.д. η генератора в каждом из этих случаев.

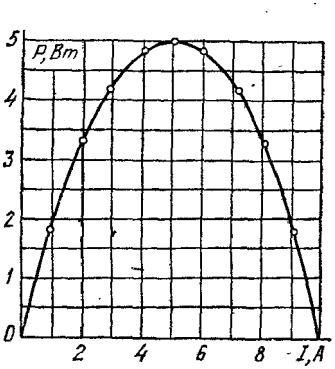


Рис. 34.

10.48. На рис. 34 дана зависимость полезной мощности P от тока I в цепи. По данным этой кривой найти внутреннее сопротивление r и э.д.с. $\mathscr{E}$ элемента. Построить график зависимости от тока I в цепи к.п.д. η элемента и падения потенциала U во внешней цепи.

10.49. По данным кривой, изображенной на рис. 34, построить график зависимости от внешнего сопротивления R цепи: к.п.д. η элемента, полной мощности P_0 и полезной мощности P. Кривые построить для значений внешнего сопротивления R, равных: 0, r, $2r$, $3r$, $4r$ и $5r$, где r — внутреннее сопротивление элемента.

10.50. Элемент замыкают сначала на внешнее сопротивление $R_1=2$ Ом, а затем на внешнее сопротивление $R_2=0{,}5$ Ом. Найти э.д.с. $\mathscr{E}$ элемента и его внутреннее сопротивление r, если известно, что в каждом из этих случаев мощность, выделяющаяся во внешней цепи, одинакова и равна $P=2{,}54$ Вт.

10.51. Элемент с э.д.с. $\mathscr{E}=2$ В и внутренним сопротивлением $r=0{,}5$ Ом замкнут на внешнее сопротивление R. Построить график зависимости от сопротивления R: тока I в цепи, падения потенциала U во внешней цепи, полезной мощности P и полной мощности P_0. Сопротивление R взять в пределах $0 \leqslant R \leqslant 4$ Ом через каждые 0,5 Ом.

10.52. Элемент с э.д.с. $\mathscr{E}$ и внутренним сопротивлением r замкнут на внешнее сопротивление R. Наибольшая мощность, выделяющаяся во внешней цепи, $P=9$ Вт. При этом в цепи течет ток $I=3$ А. Найти э.д.с. $\mathscr{E}$ и внутреннее сопротивление r элемента.

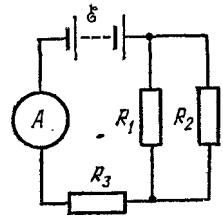


Рис. 35.

10.53. Э.д.с. батареи $\mathscr{E}=120$ В, сопротивления $R_3=30$ Ом, $R_2=60$ Ом (рис. 35). Амперметр показывает ток $I=2$ А. Найти мощность P, выделяющуюся в сопротивлении R_1.

10.54. Э.д.с. батареи $\mathscr{E}=100$ В, ее внутреннее сопротивление $r=2$ Ом, сопротивления $R_1=25$ Ом и $R_2=78$ Ом (рис. 35). На сопротивлении R_1 выделяется мощность $P_1=16$ Вт. Какой ток I показывает амперметр?

10.55. Э.д.с. батареи $\mathscr{E}=120$ В, сопротивления $R_1=25$ Ом, $R_2=R_3=100$ Ом (рис. 36). Найти мощность P_1, выделяющуюся на сопротивлении R_1.

10.56. К.п.д. батареи $\eta=80\%$, сопротивление $R_1=100$ Ом (рис. 36). На сопротивлении R_1 выделяется мощность $P_1=16$ Вт. Найти э.д.с. $\mathscr{E}$ батареи, если известно, что падение потенциала на сопротивлении R_3 равно $U_3=40$ В.

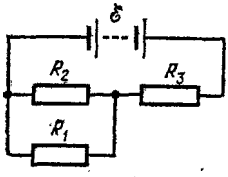


Рис. 36.

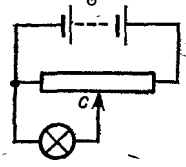


Рис. 37.

10.57. Э.д.с. батареи $\mathscr{E}=120$ В, полное сопротивление потенциометра $R_0=120$ Ом (рис. 37). Сопротивление R

лампочки меняется при нагревании от 30 до 300 Ом. На сколько меняется при этом разность потенциалов U на лампочке, если подвижный контакт c стоит на середине потенциометра? На сколько меняется при этом мощность P, потребляемая лампочкой?

10.58. Разность потенциалов между точками A и B равна $U=9$ В. Имеются два проводника с сопротивлениями $R_1=5$ Ом и $R_2=3$ Ом. Найти количество теплоты Q_τ, выделяющееся в каждом проводнике в единицу времени, если проводники между точками A и B соединены: а) последовательно; б) параллельно.

10.59. Две электрические лампочки с сопротивлениями $R_1=360$ Ом и $R_2=240$ Ом включены в сеть параллельно. Какая из лампочек потребляет бо́льшую мощность? Во сколько раз?

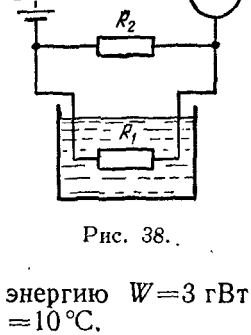


Рис. 38.

10.60. Калориметр имеет спираль сопротивлением $R_1=60$ Ом, которая включена в цепь, как показано на рис. 38. Сопротивление $R_2=300$ Ом. Амперметр показывает ток $I=6$ А. На сколько нагревается масса $m=480$ г воды, налитой в калориметр, за время $\tau=5$ мин пропускания тока?

10.61. Какой объем V воды можно вскипятить, затратив электрическую энергию $W=3$ гВт·ч? Начальная температура воды $t_0=10$ °С.

10.62. Какую мощность P потребляет нагреватель электрического чайника, если объем $V=1$ л воды закипает через время $\tau=5$ мин? Каково сопротивление R нагревателя, если напряжение в сети $U=120$ В? Начальная температура воды $t_0=13{,}5$ °С.

10.63. На плитке мощностью $P=0{,}5$ кВт стоит чайник, в который налит объем $V=1$ л воды при $t_0=16$ °С. Вода в чайнике закипела через время $\tau=20$ мин после включения плитки. Какое количество теплоты Q потеряно при этом на нагревание самого чайника, на излучение и т. д.?

10.64. Нагреватель электрической кастрюли имеет две одинаковые секции с сопротивлением $R=20$ Ом каждая. Через какое время τ закипит объем $V=2{,}2$ л воды, если: а) включена одна секция; б) обе секции включены последовательно; в) обе секции включены параллельно? Начальная температура воды $t_0=16$ °С, напряжение в сети $U=110$ В, к.п.д. нагревателя $\eta=85\%$.

10.65. Нагреватель электрического чайника имеет две секции. При включении одной из них вода в чайнике закипит через время $\tau_1=15$ мин, при включении другой — через время $\tau_2=30$ мин. Через какое время τ закипит вода в чайнике, если включить обе секции: а) последовательно; б) параллельно?

10.66. Нагреватель электрического чайника сопротивлением R_1 включен в цепь, как показано на рис. 39. Э.д.с. батареи $\mathscr{E}=120$ В, сопротивление $R_2=10$ Ом. Амперметр показывает ток $I=2$ А. Через какое время τ закипит объем $V=0{,}5$ л воды? Начальная температура воды $t_0=4$ °С. К.п.д. нагревателя $\eta=76\%$.

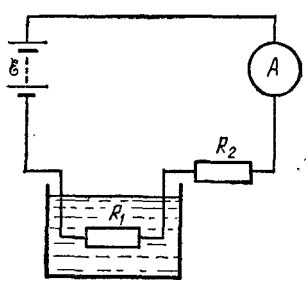


Рис. 39.

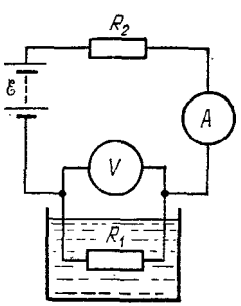


Рис. 40.

10.67. Калориметр имеет спираль сопротивлением R_1, которая включена в цепь, как показано на рис. 40. Э.д.с. батареи $\mathscr{E}=110$ В, к.п.д. спирали $\eta=80\%$. В калориметр налита масса $m=500$ г керосина. Амперметр показывает ток $I=2$ А, вольтметр показывает напряжение $U=10{,}8$ В. Каково сопротивление R_1 спирали? Найти удельную теплоемкость c керосина, если за время $\tau=5$ мин пропускания тока керосин нагрелся на $\Delta t=5$ °С. Каково сопротивление R_2? Сопротивление вольтметра считать бесконечно большим.

10.68. Объем $V=4{,}5$ л воды можно вскипятить, затратив электрическую энергию $W=0{,}5$ кВт·ч. Начальная температура воды $t_0=23$ °С. Найти к.п.д. η нагревателя.

10.69. Для отопления комнаты пользуются электрической печью, включенной в сеть напряжением $U=120$ В. Комната теряет в единицу времени количество теплоты $Q_\tau=87{,}08$ МДж/сут. Требуется поддерживать температуру комнаты постоянной. Найти: а) сопротивление R печи;

б) длину l нихромовой проволоки диаметром $d=1$ мм, необходимой для обмотки такой печи; в) мощность P печи.

10.70. Температура водяного термостата объемом $V=1$ л поддерживается постоянной при помощи нагревателя мощностью $P=26$ Вт. На нагревание воды тратится 80% этой мощности. На сколько понизится температура воды в термостате за время $\tau=10$ мин, если нагреватель выключить?

10.71. Сколько надо заплатить за пользование электрической энергией в месяц (30 дней), если ежедневно в течение времени $\tau=6$ ч горят две 120-вольтовых лампочки, потребляющие ток $I=0{,}5$ А? Кроме того, ежедневно кипятится объем $V=3$ л воды. Начальная температура воды $t_0=10$ °С. Стоимость 1 кВт·ч энергии принять равной 4 коп. К.п.д. нагревателя $\eta=80\%$.

10.72. Электрический чайник, содержащий объем $V=600$ см³ воды при $t_0=9$ °С, забыли выключить. Сопротивление нагревателя чайника $R=16$ Ом. Через какое время τ после включения вода в чайнике выкипит? Напряжение в сети $U=120$ В, к.п.д. нагревателя $\eta=60\%$.

10.73. В ртутном диффузионном насосе в единицу времени испаряется масса $m_\tau=100$ г/мин ртути. Каково должно быть сопротивление R нагревателя насоса, если он включается в сеть напряжением $U=127$ В? Удельная теплота парообразования ртути $q=296$ кДж/кг.

10.74. В цепь, состоящую из медного провода площадью поперечного сечения $S_1=3$ мм², включен свинцовый предохранитель площадью поперечного сечения $S_2=1$ мм². На какое повышение температуры Δt_1 медного провода при коротком замыкании цепи рассчитан предохранитель? Считать, что при коротком замыкании вследствие кратковременности процесса все выделившееся тепло идет на нагревание цепи. Начальная температура предохранителя $t_0=17$ °С.

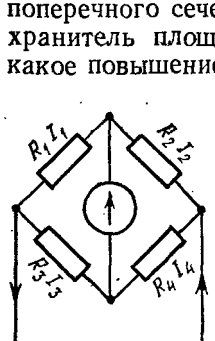


Рис. 41.

10.75. Найти количество теплоты Q_τ, выделяющееся в единицу времени в единице объема медного провода при плотности тока $j=300$ кА/м².

10.76. Найти токи I_i в отдельных ветвях мостика Уитстона (рис. 41) при условии, что через гальванометр идет ток $I_г=0$. Э.д.с. элемента $\mathscr{E}=2$ В, сопротивления $R_1=30$ Ом, $R_2=45$ Ом и $R_3=200$ Ом.

10.77. Э.д.с. элементов $\mathscr{E}_1=2{,}1$ В и $\mathscr{E}_2=1{,}9$ В, сопротивления $R_1=45$ Ом, $R_2=10$ Ом и $R_3=10$ Ом (рис. 42). Найти токи I_i во всех участках цепи.

10.78. Какая разность потенциалов U получается на зажимах двух элементов, включенных параллельно, если их э.д.с. $\mathscr{E}_1=1{,}4$ В и $\mathscr{E}_2=1{,}2$ В и внутренние сопротивления $r_1=0{,}6$ Ом и $r_2=0{,}4$ Ом?

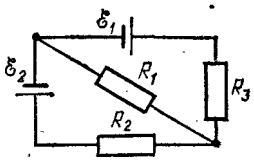


Рис. 42.

10.79. Два элемента с одинаковыми э.д.с. $\mathscr{E}_1=\mathscr{E}_2=2$ В и внутренними сопротивлениями $r_1=1$ Ом и $r_2=2$ Ом замкнуты на внешнее сопротивление R (рис. 43). Через элемент с э.д.с. $\mathscr{E}_1$ течет ток $I_1=1$ А. Найти сопротивление R и ток I_2, текущий через элемент с э.д.с. $\mathscr{E}_2$. Какой ток I течет через сопротивление R?

10.80. Решить предыдущую задачу, если $\mathscr{E}_1=\mathscr{E}_2=4$ В, $r_1=r_2=0{,}5$ Ом и $I_1=2$ А.

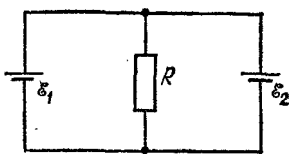


Рис. 43.

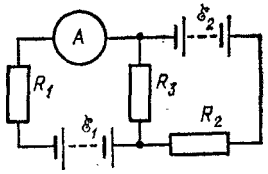


Рис. 44.

10.81. Батареи имеют э. д. с. $\mathscr{E}_1=110$ В и $\mathscr{E}_2=220$ В, сопротивления $R_1=R_2=100$ Ом, $R_3=500$ Ом (рис. 44). Найти показание амперметра.

10.82. Батареи имеют э.д.с. $\mathscr{E}_1=2$ В и $\mathscr{E}_2=4$ В, сопротивление $R_1=0{,}5$ Ом (рис. 44). Падение потенциала на сопротивлении R_2 равно $U_2=1$ В (ток через R_2 направлен справа налево). Найти показание амперметра.

10.83. Батареи имеют э.д.с. $\mathscr{E}_1=30$ В и $\mathscr{E}_2=5$ В, сопротивления $R_2=10$ Ом, $R_3=20$ Ом (рис. 44). Через амперметр течет ток $I=1$ А, направленный от R_3 к R_1. Найти сопротивление R_1.

10.84. Батареи имеют э.д.с. $\mathscr{E}_1=2$ В и $\mathscr{E}_2=1$ В, сопротивления $R_1=1$ кОм, $R_2=0{,}5$ кОм и $R_3=0{,}2$ кОм, сопротивление амперметра $R_A=0{,}2$ кОм (рис. 45). Найти показание амперметра.

10.85. Батареи имеют э.д.с. $\mathscr{E}_1=2$ В и $\mathscr{E}_2=3$ В, сопротивление $R_3=1{,}5$ кОм, сопротивление амперметра

R_A=0,5 кОм (рис. 45). Падение потенциала на сопротивлении R_2 равно U_2=1 В (ток через R_2 направлен сверху вниз). Найти показание амперметра.

10.86. Батареи имеют э.д.с. $\mathscr{E}_1$=2 В, $\mathscr{E}_2$=4 В и $\mathscr{E}_3$==6 В, сопротивления R_1=4 Ом, R_2=6 Ом и R_3=8 Ом (рис. 46). Найти токи I_i во всех участках цепи.

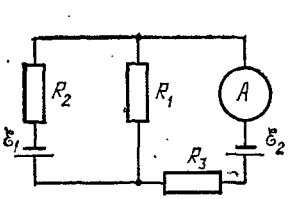


Рис. 45.

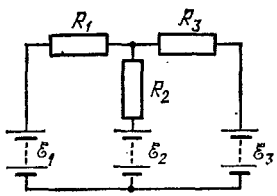


Рис. 46.

10.87. Батареи имеют э.д.с. $\mathscr{E}_1=\mathscr{E}_2=\mathscr{E}_3$=6 В, сопротивления R_1=20 Ом, R_2=12 Ом (рис. 46). При коротком замыкании верхнего узла схемы с отрицательным зажимом батарей через замыкающий провод течет ток I=1,6 А. Найти токи I_i во всех участках цепи и сопротивление R_3.

10.88. В схеме, изображенной на рис. 46, токи I_1 и I_3 направлены справа налево, ток I_2 — сверху вниз. Падения потенциала на сопротивлениях R_1, R_2 и R_3 равны U_1==U_3=2U_2=10 В. Найти э.д.с. $\mathscr{E}_2$ и $\mathscr{E}_3$, если э.д.с. $\mathscr{E}_1$==25 В.

10.89. Батареи имеют э.д.с. $\mathscr{E}_1=\mathscr{E}_2$=100 В, сопротивления R_1=20 Ом, R_2=10 Ом, R_3=40 Ом и R_4=30 Ом (рис. 47). Найти показание амперметра.

10.90. Батареи имеют э.д.с. $\mathscr{E}_1$=2$\mathscr{E}_2$, сопротивления $R_1=R_3$=20 Ом, R_2=15 Ом и R_4=30 Ом (рис. 47). Через

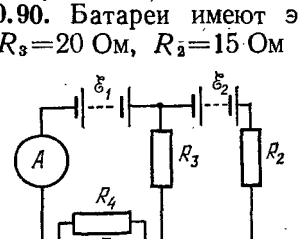


Рис. 47.

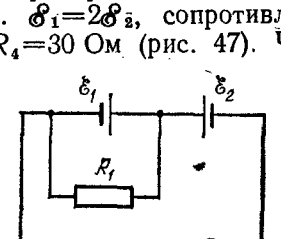


Рис. 48.

амперметр течет ток I=1,5 А, направленный снизу вверх. Найти э.д.с. $\mathscr{E}_1$ и $\mathscr{E}_2$, а также токи I_2 и I_3, текущие через сопротивления R_2 и R_3.

10.91. Два одинаковых элемента имеют э.д.с. $\mathscr{E}_1=\mathscr{E}_2$==2 В и внутренние сопротивления $r_1=r_2$=0,5 Ом (рис. 48).

Найти токи I_1 и I_2, текущие через сопротивления R_1=0,5 Ом и R_2=1,5 Ом, а также ток I через элемент с э.д.с. $\mathscr{E}_1$.

10.92. Батареи имеют э.д.с. $\mathscr{E}_1=\mathscr{E}_2$, сопротивления $R_2=2R_1$ (рис. 49). Во сколько раз ток, текущий через вольтметр, больше тока, текущего через сопротивление R_2?

10.93. Батареи имеют э.д.с. $\mathscr{E}_1=\mathscr{E}_2$=110 В, сопротивления $R_1=R_2$=0,2 кОм, сопротивление вольтметра R_V= =1 кОм (рис. 49). Найти показание вольтметра.

10.94. Батареи имеют э.д.с. $\mathscr{E}_1=\mathscr{E}_2$, сопротивления $R_1=R_2$=100 Ом, сопротивление вольтметра R_V=150 Ом (рис. 49). Показание вольтметра U=150 В. Найти э.д.с. $\mathscr{E}_1$ и $\mathscr{E}_2$ батарей.

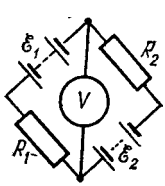


Рис. 49.

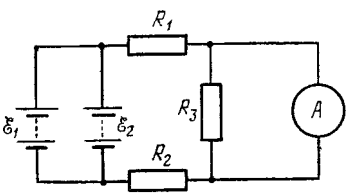


Рис. 50.

10.95. Элементы имеют э.д.с. $\mathscr{E}_1=\mathscr{E}_2$=1,5 В и внутренние сопротивления $r_1=r_2$=0,5 Ом, сопротивления $R_1=R_2$= =2 Ом и R_3=1 Ом, сопротивление амперметра R_A=3 Ом (рис. 50). Найти показание амперметра.

10.96. Элемент имеет э. д. с. $\mathscr{E}$=200 В, сопротивления R_1=2 кОм и R_2=3 кОм, сопротивления вольтметров R_{V1}= =3 кОм и R_{V2}=2 кОм (рис. 51). Найти показания вольтметров V_1 и V_2, если ключ K: а) разомкнут, б) замкнут. Задачу решить, применяя законы Кирхгофа.

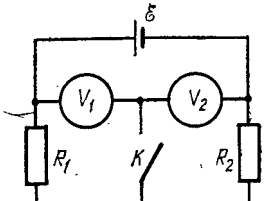


Рис. 51.

10.97. За какое время τ при электролизе водного раствора хлорной меди ($CuCl_2$) на катоде выделится масса m=4,74 г меди, если ток I= =2 А?

10.98. За какое время τ при электролизе медного купороса масса медной пластинки (катода) увеличится на Δm=99 мг? Площадь пластинки S=25 см^2, плотность тока j=200 А/м^2. Найти толщину d слоя меди, образовавшегося на пластинке.

10.99. При электролизе медного купороса за время τ= =1 ч выделилась масса m=0,5 г меди. Площадь каждого электрода S=75 см^2. Найти плотность тока j.

10.100. Найти электрохимический эквивалент K водорода.

10.101. Амперметр, включенный последовательно с электролитической ванной с раствором $AgNO_3$, показывает ток $I=0{,}90$ А. Верен ли амперметр, если за время $\tau=5$ мин прохождения тока выделилась масса $m=316$ мг серебра?

10.102. Две электролитические ванны с растворами $AgNO_3$ и $CuSO_4$ соединены последовательно. Какая масса m_2 меди выделится за время, в течение которого выделилась масса $m_1=180$ мг серебра?

10.103. При получении алюминия электролизом раствора Al_2O_3 в расплавленном криолите проходил ток $I=20$ кА при разности потенциалов на электродах $U=5$ В. За какое время τ выделится масса $m=1$ т алюминия? Какая электрическая энергия W при этом будет затрачена?

10.104. Какую электрическую энергию W надо затратить, чтобы при электролизе раствора $AgNO_3$ выделилась масса $m=500$ мг серебра? Разность потенциалов на электродах $U=4$ В.

10.105. Реакция образования воды из водорода и кислорода происходит с выделением тепла:

$$2H_2+O_2=2H_2O+5{,}75\cdot10^5 \text{ Дж}.$$

Найти наименьшую разность потенциалов U, при которой будет происходить разложение воды электролизом.

10.106. Найти эквивалентную проводимость Λ_∞ для очень слабого раствора азотной кислоты.

10.107. Через раствор азотной кислоты пропускается ток $I=2$ А. Какое количество электричества q переносится за время $\tau=1$ мин ионами каждого знака?

10.108. Эквивалентная проводимость раствора KCl при некоторой концентрации $\Lambda=12{,}2\cdot10^{-3}$ м^2/(Ом·моль), удельная проводимость при той же концентрации $\sigma=0{,}122$ См/м, эквивалентная проводимость при бесконечном разведении $\Lambda_\infty=13\cdot10^{-3}$ м^2/(Ом·моль). Найти: а) степень диссоциации α раствора KCl при данной концентрации; б) эквивалентную концентрацию η раствора; в) сумму подвижностей u_++u_- ионов K^+ и Cl^-.

10.109. Найти сопротивление R раствора $AgNO_3$, заполняющего трубку длиной $l=84$ см и площадью поперечного сечения $S=5$ мм^2. Эквивалентная концентрация раствора $\eta=0{,}1$ моль/л, степень диссоциации $\alpha=81\%$.

10.110. Найти сопротивление R раствора KNO_3, заполняющего трубку длиной $l=2$ см и площадью поперечного

сечения $S=7$ см^2. Эквивалентная концентрация раствора $\eta=0{,}05$ моль/л, эквивалентная проводимость $\Lambda=1{,}1\cdot10^{-6}$ м^2/(Ом·моль).

10.111. Трубка длиной $l=3$ см и площадью поперечного сечения $S=10$ см^2 заполнена раствором $CuSO_4$. Эквивалентная концентрация раствора $\eta=0{,}1$ моль/л, сопротивление $R=38$ Ом. Найти эквивалентную проводимость Λ раствора.

10.112. Удельная проводимость децинормального раствора соляной кислоты $\sigma=3{,}5$ См/м. Найти степень диссоциации α.

10.113. Найти число ионов n каждого знака, находящихся в единице объема раствора предыдущей задачи.

10.114. При освещении сосуда с газом рентгеновскими лучами в единице объема в единицу времени ионизуется число молекул $N=10^{16}$ м$^{-3}\cdot$с$^{-1}$. В результате рекомбинации в сосуде установилось равновесие, причем в единице объема газа находится число ионов каждого знака $n=10^{14}$ м$^{-3}$. Найти коэффициент рекомбинации γ.

10.115. К электродам разрядной трубы приложена разность потенциалов $U=5$ В, расстояние между ними $d=10$ см. Газ, находящийся в трубке, однократно ионизован. Число ионов каждого знака в единице объема газа $n=10^8$ м$^{-3}$; подвижности ионов $u_+=3\cdot10^{-2}$ м^2/(В·с) и $u_-=3\cdot10^2$ м^2/(В·с). Найти плотность тока j в трубке. Какая часть полного тока переносится положительными ионами?

10.116. Площадь каждого электрода ионизационной камеры $S=0{,}01$ м^2, расстояние между ними $d=6{,}2$ см. Найти ток насыщения $I_н$ в такой камере, если в единице объема в единицу времени образуется число однозарядных ионов каждого знака $N=10^{15}$ м$^{-3}\cdot$с$^{-1}$.

10.117. Найти наибольшее возможное число ионов n каждого знака, находящихся в единице объема камеры предыдущей задачи, если коэффициент рекомбинации $\gamma=10^{-12}$ м^3/с.

10.118. Найти сопротивление R трубки длиной $l=84$ см и площадью поперечного сечения $S=5$ мм^2, если она заполнена воздухом, ионизованным так, что в единице объема при равновесии находится $n=10^{13}$ м$^{-3}$ однозарядных ионов каждого знака. Подвижности ионов $u_+=1{,}3\cdot10^{-4}$ м^2/(В·с) и $u_-=1{,}8\cdot10^{-4}$ м^2/(В·с).

10.119. Какой ток I пойдет между электродами ионизационной камеры задачи 10.116, если к электродам приложена разность потенциалов $U=20$ В? Подвижности ионов $u_+=u_-=10^{-4}$ м^2/(В·с), коэффициент рекомбинации

$\gamma = 10^{-12}$ м³/с. Какую долю тока насыщения составляет найденный ток?

10.120. Какой наименьшей скоростью v должен обладать электрон для того, чтобы ионизовать атом водорода? Потенциал ионизации атома водорода $U = 13{,}5$ В.

10.121. При какой температуре T атомы ртути имеют кинетическую энергию поступательного движения, достаточную для ионизации? Потенциал ионизации атома ртути $U = 10{,}4$ В.

10.122. Потенциал ионизации атома гелия $U = 24{,}5$ В. Найти работу ионизации A.

10.123. Какой наименьшей скоростью v должны обладать свободные электроны в цезии и платине для того, чтобы они смогли покинуть металл?

10.124. Во сколько раз изменится удельная термоэлектронная эмиссия вольфрама, находящегося при температуре $T_1 = 2400$ К, если повысить температуру вольфрама на $\Delta T = 100$ К?

10.125. Во сколько раз катод из торированного вольфрама при температуре $T = 1800$ К дает бо́льшую удельную эмиссию, чем катод из чистого вольфрама при той же температуре? Эмиссионная постоянная для чистого вольфрама $B_1 = 0{,}6 \cdot 10^6$ А/(м² · К²), для торированного вольфрама $B_2 = 0{,}3 \cdot 10^7$ А/(м² · К²).

10.126. При какой температуре T_2 торированный вольфрам будет давать такую же удельную эмиссию, какую дает чистый вольфрам при $T_1 = 2500$ К? Необходимые данные взять из предыдущей задачи.

§ 11. Электромагнетизм

По закону Био — Савара — Лапласа элемент контура dl, по которому течет ток I, создает в некоторой точке A пространства магнитное поле напряженностью

$$dH = \frac{I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl,$$

где r — расстояние от точки A до элемента тока dl, α — угол между радиус-вектором $\boldsymbol{r}$ и элементом тока dl.

Применим закон Био — Савара — Лапласа к контурам различного вида.

Напряженность магнитного поля в центре кругового тока

$$H = \frac{I}{2R},$$

где R — радиус кругового контура с током.

Напряженность магнитного поля, созданного бесконечно длинным прямолинейным проводником,

$$H=\frac{I}{2\pi a};$$

здесь a — расстояние от точки, где ищется напряженность, до проводника с током.

Напряженность магнитного поля на оси кругового тока

$$H=\frac{R^2 I}{2\,(R^2+a^2)^{3/2}};$$

здесь R — радиус кругового контура с током, a — расстояние от точки, где ищется напряженность, до плоскости контура.

Напряженность магнитного поля внутри тороида и бесконечно длинного соленоида

$$H=In,$$

где n — число витков на единицу длины соленоида (тороида).

Напряженность магнитного поля на оси соленоида конечной длины

$$H=\frac{In}{2}(\cos\beta_1-\cos\beta_2),$$

где β_1 и β_2 — углы между осью соленоида и радиус-вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концам соленоида.

Магнитная индукция B связана с напряженностью H магнитного поля соотношением

$$B=\mu_0\mu H,$$

где μ — относительная магнитная проницаемость среды, $\mu_0=4\pi\times\times10^{-7}$ Гн/м$=12{,}5663706144\cdot10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная.

Для ферромагнитных тел $\mu=\varphi(H)$, а следовательно, и $B=f(H)$. При решении задач, где требуется знать зависимость $B=f(H)$, необходимо пользоваться графиком, приведенным в приложении II.

Объемная плотность энергии магнитного поля

$$W_0=\frac{HB}{2}.$$

Магнитный поток (поток магнитной индукции) сквозь контур

$$\Phi=BS\cos\varphi,$$

где S — площадь поперечного сечения контура, φ — угол между нормалью к плоскости контура и направлением магнитного поля.

Магнитный поток сквозь тороид

$$\Phi=\frac{\mu_0\mu INS}{l},$$

где N — общее число витков тороида, l — его длина, S — площадь его поперечного сечения, μ — относительная магнитная проница-

емость материала сердечника, μ_0 — магнитная постоянная. Если тороид имеет воздушный зазор, то

$$\Phi = \frac{IN}{l_1/S\mu_0\mu_1 + l_2/S\mu_0\mu_2},$$

где l_1 — длина железного сердечника, μ_1 — его магнитная проницаемость, l_2 — длина воздушного зазора, μ_2 — магнитная проницаемость воздуха.

На элемент dl проводника с током, находящийся в магнитном поле, действует сила Ампера

$$dF = BI \sin \alpha \, dl,$$

где α — угол между направлениями тока и магнитного поля.

На замкнутый контур с током, а также на магнитную стрелку в магнитном поле действует пара сил с вращающим моментом

$$M = pB \sin \alpha,$$

где p — магнитный момент контура с током (или магнитной стрелки), α — угол между направлением магнитного поля и нормалью к плоскости контура (или осью стрелки).

Магнитный момент контура с током

$$p = IS,$$

где S — площадь контура, так что

$$M = BIS \sin \alpha.$$

Два параллельных бесконечно длинных прямолинейных проводника с токами I_1 и I_2 взаимодействуют между собой с силой

$$F = \mu_0\mu \frac{I_1 I_2 l}{2\pi d},$$

где l — длина участка проводников, d — расстояние между ними.

Работа перемещения проводника с током в магнитном поле

$$dA = I \, d\Phi,$$

где $d\Phi$ — магнитный поток, пересеченный проводником при его движении.

Сила, действующая на заряженную частицу, движущуюся со скоростью v в магнитном поле, определяется формулой Лоренца

$$F = qBv \sin \alpha,$$

где q — заряд частицы, α — угол между направлениями скорости частицы и магнитного поля.

При протекании тока I вдоль проводящей пластины, помещенной перпендикулярно к магнитному полю, возникает поперечная разность потенциалов

$$U = K\frac{IB}{a} = \frac{IB}{nea},$$

где a — толщина пластины, B — индукция магнитного поля, $K=1/ne$ — постоянная Холла, обратная концентрации n носителей тока и их заряду e. Зная постоянную Холла K и удельную проводимость материала $\sigma=1/\rho=ne u$, можно найти подвижность носителей тока u.

Явление электромагнитной индукции заключается в появлении в контуре э. д. с. индукции при всяком изменении магнитного потока Φ сквозь поверхность, охватываемую контуром. Э. д. с. индукции определяется уравнением

$$\mathcal{E}=-\frac{d\Phi}{dt}.$$

Изменение магнитного потока может достигаться изменением тока в самом контуре (явление самоиндукции). При этом э. д. с. самоиндукции определяется формулой

$$\mathcal{E}=-L\frac{dI}{dt},$$

где L — индуктивность контура.

Индуктивность соленоида

$$L=\mu_0\mu n^2 lS,$$

где l — длина соленоида, S — площадь его поперечного сечения, n — число витков на единицу его длины.

Вследствие явления самоиндукции при выключении э. д. с. ток в цепи спадает по закону

$$I=I_0\exp\left(-\frac{R}{L}t\right),$$

а при включении э. д. с. ток нарастает по закону

$$I=I_0\left[1-\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right],$$

где R — сопротивление цепи.

Магнитная энергия контура с током

$$W=\frac{LI^2}{2}.$$

Изменение магнитного потока может достигаться также изменением тока в соседнем контуре (явление взаимной индукции). При этом индуцируемая э. д. с.

$$\mathcal{E}=-L_{12}\frac{dI}{dt},$$

где L_{12} — взаимная индуктивность контуров. Взаимная индуктивность двух соленоидов, пронизываемых общим магнитным потоком,

$$L_{12}=\mu_0\mu n_1 n_2 Sl,$$

где n_1 и n_2 — числа витков на единицу длины этих соленоидов.

Количество электричества, прошедшего через поперечное сечение проводника при возникновении в нем индукционного тока,

$$dq = -\frac{1}{R}\,d\Phi.$$

11.1. Найти напряженность H магнитного поля в точке, отстоящей на расстоянии $a=2$ м от бесконечно длинного проводника, по которому течет ток $I=5$ А.

11.2. Найти напряженность H магнитного поля в центре кругового проволочного витка радиусом $R=1$ см, по которому течет ток $I=1$ А.

11.3. На рис. 52 изображены сечения двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояние

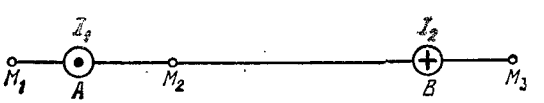


Рис. 52.

между проводниками $AB=10$ см, токи $I_1=20$ А и $I_2=30$ А. Найти напряженности H магнитного поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1, M_2 и M_3. Расстояния $M_1A=2$ см, $AM_2=4$ см и $BM_3=3$ см.

11.4. Решить предыдущую задачу при условии, что токи текут в одном направлении.

11.5. На рис. 53 изображены сечения трех прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояния $AB=BC=5$ см, токи $I_1=I_2=I$ и $I_3=2I$. Найти точку

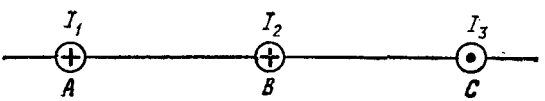


Рис. 53.

на прямой AC, в которой напряженность магнитного поля, вызванного токами I_1, I_2 и I_3, равна нулю.

11.6. Решить предыдущую задачу при условии, что токи текут в одном направлении.

11.7. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся в одной плоскости (рис. 54). Найти напряженности H_1 и H_2 магнитного поля в точках M_1 и M_2, если токи $I_1=2$ А и $I_2=3$ А. Расстояния $AM_1=AM_2=1$ см и $BM_1=CM_2=2$ см.

11.8. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся во взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 55). Найти напряженности H_1 и H_2 магнитного поля в точках M_1 и M_2, если токи $I_1=2$ А и $I_2=3$ А. Расстояния $AM_1=AM_2=1$ см и $AB=2$ см.

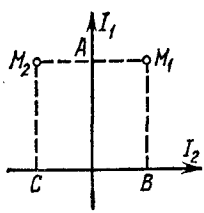


Рис. 54.

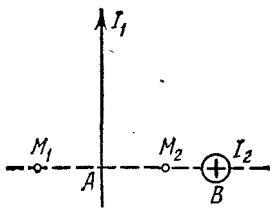


Рис. 55.

11.9. Два прямолинейных длинных проводника расположены параллельно на расстоянии $d=10$ см друг от друга. По проводникам текут токи $I_1=I_2=5$ А в противоположных направлениях. Найти модуль и направление напряженности $\boldsymbol{H}$ магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $a=10$ см от каждого проводника.

11.10. По длинному вертикальному проводнику сверху вниз идет ток $I=8$ А. На каком расстоянии a от него напряженность поля, получающегося от сложения земного магнитного поля и поля тока, направлена вертикально вверх? Горизонтальная составляющая напряженности земного поля $H_г=16$ А/м.

11.11. Найти напряженность H магнитного поля, создаваемого отрезком AB прямолинейного проводника с током, в точке C, расположенной на перпендикуляре к середине этого отрезка на расстоянии $a=5$ см от него. По проводнику течет ток $I=20$ А. Отрезок AB проводника виден из точки C под углом 60°.

11.12. Решить предыдущую задачу при условии, что ток в проводнике $I=30$ А и отрезок проводника виден из точки C под углом 90°. Точка C расположена на расстоянии $a=6$ см от проводника.

11.13. Отрезок прямолинейного проводника с током имеет длину $l=30$ см. При каком предельном расстоянии a от него для точек, лежащих на перпендикуляре к его середине, магнитное поле можно рассматривать как поле бесконечно длинного прямолинейного тока? Ошибка при таком допущении не должна превышать 5%. Указание. Допускаемая ошибка $\delta=(H_2-H_1)/H_2$, где H_1 — напряженность

поля от отрезка проводника с током и H_2 — напряженность поля от бесконечно длинного прямолинейного тока.

11.14. В точке C, расположенной на расстоянии $a=5$ см от бесконечно длинного прямолинейного проводника с током, напряженность магнитного поля $H=400$ А/м. При какой предельной длине l проводника это значение напряженности будет верным с точностью до 2%? Найти напряженность H магнитного поля в точке C, если проводник с током имеет длину $l=20$ см и точка C расположена на перпендикуляре к середине этого проводника.

11.15. Ток $I=20$ А идет по длинному проводнику, согнутому под прямым углом. Найти напряженность H магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии $a=10$ см.

11.16. Ток $I=20$ А, протекая по кольцу из медной проволоки сечением $S=1{,}0$ мм^2, создает в центре кольца напряженность магнитного поля $H=178$ А/м. Какая разность потенциалов U приложена к концам проволоки, образующей кольцо?

11.17. Найти напряженность H магнитного поля на оси кругового контура на расстоянии $a=3$ см от его плоскости. Радиус контура $R=4$ см, ток в контуре $I=2$ А.

11.18. Напряженность магнитного поля в центре кругового витка $H_0=0{,}8$ Э. Радиус витка $R=11$ см. Найти напряженность H магнитного поля на оси витка на расстоянии $a=10$ см от его плоскости.

11.19. Два круговых витка радиусом $R=4$ см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии $d=10$ см друг от друга. По виткам текут токи $I_1=I_2=2$ А. Найти напряженность H магнитного поля на оси витков в точке, находящейся на равном расстоянии от них. Задачу решить, когда: а) токи в витках текут в одном направлении; б) токи в витках текут в противоположных направлениях.

11.20. Два круговых витка радиусом $R=4$ см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии $d=5$ см друг от друга. По виткам текут токи $I_1=I_2=4$ А. Найти напряженность H магнитного поля в центре одного из витков. Задачу решить, когда: а) токи в витках текут в одном направлении; б) токи в витках текут в противоположных направлениях.

11.21. Найти распределение напряженности H магнитного поля вдоль оси кругового витка диаметром $D=10$ см, по которому течет ток $I=10$ А. Составить таблицу значений H и построить график для значений x в интервале $0\leqslant x\leqslant 10$ см через каждые 2 см.

11.22. Два круговых витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают. Радиус каждого витка $R=2$ см, токи в витках $I_1=I_2=5$ А. Найти напряженность H магнитного поля в центре этих витков.

11.23. Из проволоки длиной $l=1$ м сделана квадратная рамка. По рамке течет ток $I=10$ А. Найти напряженность H магнитного поля в центре рамки.

11.24. В центре кругового проволочного витка создается магнитное поле напряженностью H при разности потенциалов U_1 на концах витка. Какую надо приложить разность потенциалов U_2, чтобы получить такую же напряженность магнитного поля в центре витка вдвое большего радиуса, сделанного из той же проволоки?

11.25. По проволочной рамке, имеющей форму правильного шестиугольника, идет ток $I=2$ А. При этом в центре рамки образуется магнитное поле напряженностью $H=33$ А/м. Найти длину l проволоки, из которой сделана рамка.

11.26. Бесконечно длинный провод образует круговой виток, касательный к проводу. По проводу идет ток $I=5$ А. Найти радиус R витка, если напряженность магнитного поля в центре витка $H=41$ А/м.

11.27. Катушка длиной $l=30$ см имеет $N=1000$ витков. Найти напряженность H магнитного поля внутри катушки, если по катушке проходит ток $I=2$ А. Диаметр катушки считать малым по сравнению с ее длиной.

11.28. Обмотка катушки сделана из проволоки диаметром $d=0{,}8$ мм. Витки плотно прилегают друг к другу. Считая катушку достаточно длинной, найти напряженность H магнитного поля внутри катушки при токе $I=1$ А.

11.29. Из проволоки диаметром $d=1$ мм надо намотать соленоид, внутри которого должна быть напряженность магнитного поля $H=24$ кА/м. По проволоке можно пропускать предельный ток $I=6$ А. Из какого числа слоев будет состоять обмотка соленоида, если витки наматывать плотно друг к другу? Диаметр катушки считать малым по сравнению с ее длиной.

11.30. Требуется получить напряженность магнитного поля $H=1$ кА/м в соленоиде длиной $l=20$ см и диаметром $D=5$ см. Найти число ампер-витков IN, необходимое для этого соленоида, и разность потенциалов U, которую надо приложить к концам обмотки из медной проволоки диаметром $d=0{,}5$ мм. Считать поле соленоида однородным.

11.31. Каким должно быть отношение длины l катушки к ее диаметру D, чтобы напряженность магнитного поля в центре катушки можно было найти по формуле для напряженности поля бесконечно длинного соленоида? Ошибка при таком допущении не должна превышать $\delta=5\%$. У к а з а н и е. Допускаемая ошибка $\delta=(H_2-H_1)/H_2$, где H_1 — напряженность поля внутри катушки конечной длины и H_2 — напряженность поля внутри бесконечно длинной катушки.

11.32. Какую ошибку δ мы допускаем при нахождении напряженности магнитного поля в центре соленоида, принимая соленоид задачи 11.30 за бесконечно длинный?

11.33. Найти распределение напряженности H магнитного поля вдоль оси соленоида, длина которого $l=3$ см и диаметр $D=2$ см. По соленоиду течет ток $I=2$ А. Катушка имеет $N=100$ витков. Составить таблицу значений H и построить график для значений x в интервале $0\leqslant x\leqslant 3$ см через каждые 0,5 см.

11.34. Конденсатор емкостью $C=10$ мкФ периодически заряжается от батареи с э. д. с. $\mathscr{E}=100$ В и разряжается через катушку в форме кольца диаметром $D=20$ см, причем плоскость кольца совпадает с плоскостью магнитного меридиана. Катушка имеет $N=32$ витка. Помещенная в центре катушки горизонтальная магнитная стрелка отклоняется на угол $\alpha=45°$. Переключение конденсатора происходит с частотой $n=100$ с$^{-1}$. Найти из данных этого опыта горизонтальную составляющую H_τ напряженности магнитного поля Земли.

11.35. Конденсатор емкостью $C=10$ мкФ периодически заряжается от батареи с э. д. с. $\mathscr{E}=120$ В и разряжается через соленоид длиной $l=10$ см. Соленоид имеет $N=200$ витков. Среднее значение напряженности магнитного поля внутри соленоида $H=240$ А/м. С какой частотой n происходит переключение конденсатора? Диаметр соленоида считать малым по сравнению с его длиной.

11.36. В однородном магнитном поле напряженностью $H=79{,}6$ кА/м помещена квадратная рамка, плоскость которой составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha=45°$. Сторона рамки $a=4$ см. Найти магнитный поток Ф, пронизывающий рамку.

11.37. В магнитном поле, индукция которого $B=0{,}05$ Тл, вращается стержень длиной $l=1$ м. Ось вращения, проходящая через один из концов стержня, параллельна направлению магнитного поля. Найти магнитный поток Ф, пересекаемый стержнем при каждом обороте.

11.38. Рамка, площадь которой $S=16$ см^2, вращается в однородном магнитном поле с частотой $n=2$ с$^{-1}$. Ось вращения находится в плоскости рамки и перпендикулярна к направлению магнитного поля. Напряженность магнитного поля $H=79{,}6$ кА/м. Найти зависимость магнитного потока Ф, пронизывающего рамку, от времени t и наибольшее значение Φ_{max} магнитного потока.

11.39. Железный образец помещен в магнитное поле напряженностью $H=796$ А/м. Найти магнитную проницаемость μ железа.

11.40. Сколько ампер-витков потребуется для того, чтобы внутри соленоида малого диаметра и длиной $l=30$ см объемная плотность энергии магнитного поля была равна $W_0=1{,}75$ Дж/м^3?

11.41. Сколько ампер-витков потребуется для создания магнитного потока $\Phi=0{,}42$ мВб в соленоиде с железным сердечником длиной $l=120$ см и площадью поперечного сечения $S=3$ см^2?

11.42. Длина железного сердечника тороида $l_1=2{,}5$ м, длина воздушного зазора $l_2=1$ см. Число витков в обмотке тороида $N=1000$. При токе $I=20$ А индукция магнитного поля в воздушном зазоре $B=1{,}6$ Тл. Найти магнитную проницаемость μ железного сердечника при этих условиях. (Зависимость B от H для железа неизвестна.)

11.43. Длина железного сердечника тороида $l_1=1$ м, длина воздушного зазора $l_2=1$ см. Площадь поперечного сечения сердечника $S=25$ см^2. Сколько ампер-витков потребуется для создания магнитного потока $\Phi=1{,}4$ мВб, если магнитная проницаемость материала сердечника $\mu=800$? (Зависимость B от H для железа неизвестна.)

11.44. Найти магнитную индукцию B в замкнутом железном сердечнике тороида длиной $l=20{,}9$ см, если число ампер-витков обмотки тороида $IN=1500$ А·в. Какова магнитная проницаемость μ материала сердечника при этих условиях?

11.45. Длина железного сердечника тороида $l_1=1$ м, длина воздушного зазора $l_2=3$ мм. Число витков в обмотке тороида $N=2000$. Найти напряженность магнитного поля H_2 в воздушном зазоре при токе $I=1$ А в обмотке тороида.

11.46. Длина железного сердечника $l_1=50$ см, длина воздушного зазора $l_2=2$ мм. Число ампер-витков в обмотке тороида $IN=2000$ А·в. Во сколько раз уменьшится напряженность магнитного поля в воздушном зазоре, если при том же числе ампер-витков увеличить длину воздушного зазора вдвое?

11.47. Внутри соленоида длиной $l=25{,}1$ см и диаметром $D=2$ см помещен железный сердечник. Соленоид имеет $N=200$ витков. Построить для соленоида с сердечником график зависимости магнитного потока Φ от тока I в интервале $0 \leqslant I \leqslant 5$ А через каждый 1 А. По оси ординат откладывать Φ (в 10^{-4} Вб).

11.48. Магнитный поток сквозь соленоид (без сердечника) $\Phi=5$ мкВб. Найти магнитный момент p соленоида, если его длина $l=25$ см.

11.49. Через центр железного кольца перпендикулярно к его плоскости проходит длинный прямолинейный провод, по которому течет ток $I=25$ А. Кольцо имеет четырехугольное сечение (рис. 56), размеры которого $l_1=18$ мм, $l_2=22$ мм и $h=5$ мм. Считая приближенно, что в любой точке сечения кольца индукция одинакова и равна индукции на средней линии кольца, найти магнитный поток Φ, пронизывающий площадь сечения кольца.

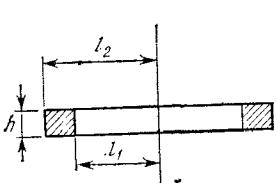


Рис. 56.

11.50. Найти магнитный поток Φ, пронизывающий площадь сечения кольца предыдущей задачи, учитывая, что магнитное поле в различных точках сечения кольца различно. Значение μ считать постоянным и найти его по графику кривой $B=f(H)$ для значения H на средней линии кольца.

11.51. Замкнутый железный сердечник длиной $l=50$ см имеет обмотку из $N=1000$ витков. По обмотке течет ток $I_1=1$ А. Какой ток I_2 надо пустить через обмотку, чтобы при удалении сердечника индукция осталась прежней?

11.52. Железный сердечник длиной $l_1=50{,}2$ см с воздушным зазором длиной $l_2=0{,}1$ см имеет обмотку из $N=20$ витков. Какой ток I должен протекать по этой обмотке, чтобы в зазоре получить индукцию $B_2=1{,}2$ Тл?

11.53. Железное кольцо диаметром $D=11{,}4$ см имеет обмотку из $N=200$ витков, по которой течет ток $I_1=15$ А. Какой ток I_2 должен проходить через обмотку, чтобы индукция в сердечнике осталась прежней, если в кольце сделать зазор шириной $b=1$ мм? Найти магнитную проницаемость μ материала сердечника при этих условиях.

11.54. Между полюсами электромагнита требуется создать магнитное поле с индукцией $B=1{,}4$ Тл. Длина железного сердечника $l_1=40$ см, длина межполюсного про-

странства $l_2=1$ см, диаметр сердечника $D=5$ см. Какую э. д. с. $\mathscr{E}$ надо взять для питания обмотки электромагнита, чтобы получить требуемое магнитное поле, используя медную проволоку площадью поперечного сечения $S=1$ мм^2? Какая будет при этом наименьшая толщина b намотки, если считать, что предельно допустимая плотность тока $I=3$ МА/м^2?

11.55. Между полюсами электромагнита создается однородное магнитное поле с индукцией $B=0{,}1$ Тл. По проводу длиной $l=70$ см, помещенному перпендикулярно к направлению магнитного поля, течет ток $I=70$ А. Найти силу F, действующую на провод.

11.56. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии $d_1=10$ см друг от друга. По проводникам в одном направлении текут токи $I_1=20$ А и $I_2=30$ А. Какую работу A_l надо совершить (на единицу длины проводников), чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния $d_2=20$ см?

11.57. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на некотором расстоянии друг от друга. По проводникам текут одинаковые токи в одном направлении. Найти токи I_1 и I_2, текущие по каждому из проводников, если известно, что для того, чтобы раздвинуть эти проводники на вдвое большее расстояние, пришлось совершить работу (на единицу длины проводников) $A_l=55$ мкДж/м.

11.58. Из проволоки длиной $l=20$ см сделаны квадратный и круговой контуры. Найти вращающие моменты сил M_1 и M_2, действующие на каждый контур, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией $B=0{,}1$ Тл. По контурам течет ток $I=2$ А. Плоскость каждого контура составляет угол $\alpha=45°$ с направлением поля.

11.59. Алюминиевый провод площадью поперечного сечения $S=1$ мм^2 подвешен в горизонтальной плоскости перпендикулярно к магнитному меридиану, и по нему течет ток (с запада на восток) $I=1{,}6$ А. Какую долю от силы тяжести, действующей на провод, составляет сила, действующая на него со стороны земного магнитного поля? На сколько уменьшится сила тяжести, действующая на единицу длины провода, вследствие этой силы? Горизонтальная составляющая напряженности земного магнитного поля $H_г=15$ А/м.

11.60. Катушка гальванометра, состоящая из $N=400$ витков тонкой проволоки, намотанной на прямоугольный каркас длиной $l=3$ см и шириной $b=2$ см, подвешена на

нити в магнитном поле с индукцией $B=0{,}1$ Тл. По катушке течет ток $I=0{,}1$ мкА. Найти вращающий момент M, действующий на катушку гальванометра, если плоскость катушки: а) параллельна направлению магнитного поля; б) составляет угол $\alpha=60°$ с направлением магнитного поля.

11.61. На расстоянии $a=20$ см от длинного прямолинейного вертикального провода на нити длиной $l=0{,}1$ м и диаметром $d=0{,}1$ мм висит короткая магнитная стрелка, магнитный момент которой $p=0{,}01$ А·м². Стрелка находится в плоскости, проходящей через провод и нить. На какой угол φ повернется стрелка, если по проводу пустить ток $I=30$ А? Модуль сдвига материала нити $G=5{,}9$ ГПа. Система экранирована от магнитного поля Земли.

11.62. Катушка гальванометра, состоящая из $N=600$ витков проволоки, подвешена на нити длиной $l=10$ см и диаметром $d=0{,}1$ мм в магнитном поле напряженностью $H=160$ кА/м так, что ее плоскость параллельна направлению магнитного поля. Длина рамки катушки $a=2{,}2$ см и ширина $b=1{,}9$ см. Какой ток I течет по обмотке катушки, если катушка повернулась на угол $\varphi=0{,}5°$? Модуль сдвига материала нити $G=5{,}9$ ГПа.

11.63. Квадратная рамка подвешена на проволоке так, что направление магнитного поля составляет угол $\alpha=90°$ с нормалью к плоскости рамки. Сторона рамки $a=1$ см. Магнитная индукция поля $B=13{,}7$ мТл. Если по рамке пропустить ток $I=1$ А, то она поворачивается на угол $\varphi=1°$. Найти модуль сдвига G материала проволоки. Длина проволоки $l=10$ см, радиус нити $r=0{,}1$ мм.

11.64. Круговой контур помещен в однородное магнитное поле так, что плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. Напряженность магнитного поля $H=150$ кА/м. По контуру течет ток $I=2$ А. Радиус контура $R=2$ см. Какую работу A надо совершить, чтобы повернуть контур на угол $\varphi=90°$ вокруг оси, совпадающей с диаметром контура?

11.65. В однородном магнитном поле с индукцией $B=0{,}5$ Тл движется равномерно проводник длиной $l=10$ см. По проводнику течет ток $I=2$ А. Скорость движения проводника $v=20$ см/с и направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля. Найти работу A перемещения проводника за время $t=10$ с и мощность P, затраченную на это перемещение.

11.66. Однородный медный диск A радиусом $R=5$ см помещен в магнитное поле с индукцией $B=0{,}2$ Тл так, что

плоскость диска перпендикулярна к направлению магнитного поля (рис. 57). Ток $I=5$ А проходит по радиусу диска ab (a и b — скользящие контакты). Диск вращается с частотой $n=3$ с$^{-1}$. Найти: а) мощность P такого двигателя; б) направление вращения диска при условии, что магнитное поле направлено от чертежа к нам; в) вращающий момент M, действующий на диск.

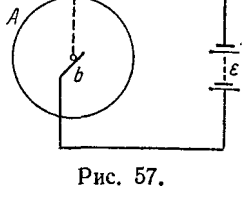


Рис. 57.

11.67. Однородный медный диск A массой $m=0{,}35$ кг помещен в магнитное поле с индукцией $B=24$ мТл так, что плоскость диска перпендикулярна к направлению магнитного поля (рис. 57). При замыкании цепи aba диск начинает вращаться и через время $t=30$ с после начала вращения достигает частоты вращения $n=5$ с$^{-1}$. Найти ток I в цепи.

11.68. Найти магнитный поток Ф, пересекаемый радиусом ab диска A (рис. 57) за время $t=1$ мин вращения. Радиус диска $R=10$ см. Индукция магнитного поля $B=0{,}1$ Тл. Диск вращается с частотой $n=5{,}3$ с$^{-1}$.

11.69. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U=1$ кВ, влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению его движения. Индукция магнитного поля $B=1{,}19$ мТл. Найти радиус R окружности, по которой движется электрон, период обращения T и момент импульса M электрона.

11.70. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U=300$ В, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии $a=4$ мм от него. Какая сила F действует на электрон, если по проводнику пустить ток $I=5$ А?

11.71. Поток α-частиц (ядер атома гелия), ускоренных разностью потенциалов $U=1$ МВ, влетает в однородное магнитное поле напряженностью $H=1{,}2$ кА/м. Скорость каждой частицы направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля. Найти силу F, действующую на каждую частицу.

11.72. Электрон влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению его движения. Скорость электрона $v=4\cdot10^7$ м/с. Индукция магнитного поля $B=1$ мТл. Найти тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения электрона в магнитном поле.

11.73. Найти кинетическую энергию W (в электронвольтах) протона, движущегося по дуге окружности радиусом $R=60$ см в магнитном поле с индукцией $B=1$ Тл.

11.74. Протон и электрон, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны R_1 траектории протона больше радиуса кривизны R_2 траектории электрона?

11.75. Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны R_1 траектории протона больше радиуса кривизны R_2 траектории электрона?

11.76. На фотографии, полученной в камере Вильсона, траектория электрона в однородном магнитном поле представляет собой дугу окружности радиусом $R=10$ см. Индукция магнитного поля $B=10$ мТл. Найти энергию электрона W (в электронвольтах).

11.77. Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью $v=10^6$ м/с. Индукция магнитного поля $B=0{,}3$ Тл. Радиус окружности $R=4$ см. Найти заряд q частицы, если известно, что ее энергия $W=12$ кэВ.

11.78. Протон и α-частица влетают в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению их движения. Во сколько раз период обращения T_1 протона в магнитном поле больше периода обращения T_2 α-частицы?

11.79. α-частица, кинетическая энергия которой $W=500$ эВ, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное к направлению ее движения. Индукция магнитного поля $B=0{,}1$ Тл. Найти силу F, действующую на α-частицу, радиус R окружности, по которой движется α-частица, и период обращения T α-частицы.

11.80. α-частица, момент импульса которой $M=1{,}33\cdot10^{-22}$ кг·м²/с, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное к направлению ее движения. Индукция магнитного поля $B=25$ мТл. Найти кинетическую энергию W α-частицы.

11.81. Однозарядные ионы изотопов калия с относительными атомными массами 39 и 41 ускоряются разностью потенциалов $U=300$ В; затем они попадают в однородное магнитное поле, перпендикулярное направлению их движения. Индукция магнитного поля $B=0{,}08$ Тл. Найти радиусы кривизны R_1 и R_2 траекторий этих ионов.

11.82. Найти отношение q/m для заряженной частицы, если она, влетая со скоростью $v=10^6$ м/с в однородное

магнитное поле напряженностью $H=200$ кА/м, движется по дуге окружности радиусом $R=8{,}3$ см. Направление скорости движения частицы перпендикулярно к направлению магнитного поля. Сравнить найденное значение со значением q/m для электрона, протона и α-частицы.

11.83. Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов $U=300$ В, влетает в однородное магнитное поле, направленное от чертежа к нам (рис. 58). Ширина поля $b=2{,}5$ см. В отсутствие магнитного поля пучок электронов дает пятно в точке A флуоресцирующего экрана, расположенного на расстоянии $l=5$ см от края полюсов магнита. При включении магнитного поля пятно смещается в точку B. Найти смещение $x=AB$ пучка электронов, если известно, что индукция магнитного поля $B=14{,}6$ мкТл.

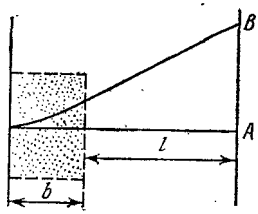


Рис. 58.

11.84. Магнитное поле напряженностью $H=8$ кА/м и электрическое поле напряженностью $E=1$ кВ/м направлены одинаково. Электрон влетает в электромагнитное поле со скоростью $v=10^5$ м/с. Найти нормальное a_n, тангенциальное a_τ и полное a ускорения электрона. Задачу решить, если скорость электрона направлена: а) параллельно направлению электрического поля; б) перпендикулярно к направлению электрического поля.

11.85. Магнитное поле, индукция которого $B=0{,}5$ мТл, направлено перпендикулярно к электрическому полю, напряженность которого $E=1$ кВ/м. Пучок электронов влетает в электромагнитное поле, причем скорость $\boldsymbol{v}$ электронов перпендикулярна к плоскости, в которой лежат векторы $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$. Найти скорость электронов v, если при одновременном действии обоих полей пучок электронов не испытывает отклонения. Каким будет радиус R траектории движения электронов при условии включения одного магнитного поля?

11.86. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U=6$ кВ, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha=30°$ к направлению поля и движется по винтовой траектории. Индукция магнитного поля $B=13$ мТл. Найти радиус R и шаг h винтовой траектории.

11.87. Протон влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha=30°$ к направлению поля и движется по винтовой линии радиусом $R=1{,}5$ см. Индукция магнитного поля $B=0{,}1$ Тл. Найти кинетическую энергию W протона.

11.88. Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $v = 10^7$ м/с. Длина конденсатора $l = 5$ см. Напряженность электрического поля конденсатора $E = 10$ кВ/м. При вылете из конденсатора электрон попадает в магнитное поле, перпендикулярное к электрическому полю. Индукция магнитного поля $B = 10$ мТл. Найти радиус R и шаг h винтовой траектории электрона в магнитном поле.

11.89. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 3$ кВ, влетает в магнитное поле соленоида под углом $\alpha = 30°$ к его оси. Число ампер-витков соленоида $IN = 5000$ А·в. Длина соленоида $l = 25$ см. Найти шаг h винтовой траектории электрона в магнитном поле.

11.90. Через сечение $S = ab$ медной пластинки толщиной $a = 0{,}5$ мм и высотой $b = 10$ мм пропускается ток $I = 20$ А. При помещении пластинки в магнитное поле, перпендикулярное к ребру b и направлению тока, возникает поперечная разность потенциалов $U = 3{,}1$ мкВ. Индукция магнитного поля $B = 1$ Тл. Найти концентрацию n электронов проводимости в меди и их скорость v при этих условиях.

11.91. Через сечение $S = ab$ алюминиевой пластинки (a — толщина и b — высота) пропускается ток $I = 5$ А. Пластинка помещена в магнитное поле, перпендикулярное к ребру b и направлению тока. Найти возникающую при этом поперечную разность потенциалов U. Индукция магнитного поля $B = 0{,}5$ Тл. Толщина пластинки $a = 0{,}1$ мм. Концентрацию электронов проводимости считать равной концентрации атомов.

11.92. Пластинка полупроводника толщиной $a = 0{,}2$ мм помещена в магнитное поле, перпендикулярное к пластинке. Удельное сопротивление полупроводника $\rho = 10$ мкОм·м. Индукция магнитного поля $B = 1$ Тл. Перпендикулярно к направлению поля вдоль пластинки пропускается ток $I = 0{,}1$ А. При этом возникает поперечная разность потенциалов $U = 3{,}25$ мВ. Найти подвижность u носителей тока в полупроводнике.

11.93. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл движется проводник длиной $l = 10$ см. Скорость движения проводника $v = 15$ м/с и направлена перпендикулярно к магнитному полю. Найти индуцированную в проводнике э. д. с. $\mathscr{E}$.

11.94. Катушка диаметром $D = 10$ см, состоящая из $N = 500$ витков проволоки, находится в магнитном поле. Найти среднюю э. д. с. индукции $\mathscr{E}_{ср}$, возникающую в этой

катушке, если индукция магнитного поля B увеличивается в течение времени t=0,1 с от 0 до 2 Тл.

11.95. Скорость самолета с реактивным двигателем v= =950 км/ч. Найти э. д. с. индукции $\mathscr{E}$, возникающую на концах крыльев такого самолета, если вертикальная составляющая напряженности земного магнитного поля $H_в$= =39,8 А/м и размах крыльев самолета l=12,5 м.

11.96. В магнитном поле, индукция которого B=0,05 Тл, вращается стержень длиной l=1 м с угловой скоростью ω=20 рад/с. Ось вращения проходит через конец стержня и параллельна магнитному полю. Найти э. д. с. индукции $\mathscr{E}$, возникающую на концах стержня.

11.97. Схема, поясняющая принцип действия электромагнитного расходомера жидкости, изображена на рис. 59.

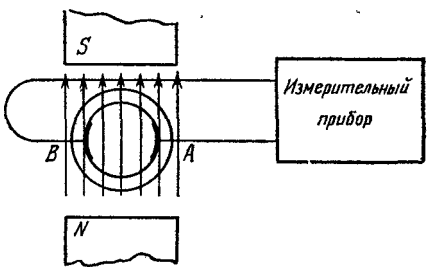


Рис. 59.

Трубопровод с протекающей в нем проводящей жидкостью помещен в магнитное поле. На электродах A и B возникает э. д. с. индукции. Найти скорость v течения жидкости в трубопроводе, если индукция магнитного поля B=0,01 Тл, расстояние между электродами (внутренний диаметр трубопровода) d=50 мм и возникающая при этом э. д. с. $\mathscr{E}$= =0,25 мВ.

11.98. Круговой проволочный виток площадью S= =0,01 м^2 находится в однородном магнитном поле, индукция которого B=1 Тл. Плоскость витка перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найти среднюю э. д. с. индукции $\mathscr{E}_{ср}$, возникающую в витке при выключении поля в течение времени t=10 мс.

11.99. В однородном магнитном поле, индукция которого B=0,1 Тл, равномерно вращается катушка, состоящая из N=100 витков проволоки. Частота вращения катушки n=5 с$^{-1}$; площадь поперечного сечения катушки

$S=0{,}01$ м². Ось вращения перпендикулярна к оси катушки и направлению магнитного поля. Найти максимальную э. д. с. индукции $\mathscr{E}_{max}$ во вращающейся катушке.

11.100. В однородном магнитном поле, индукция которого $B=0{,}8$ Тл, равномерно вращается рамка с угловой скоростью $\omega=15$ рад/с. Площадь рамки $S=150$ см². Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол $\alpha=30°$ с направлением магнитного поля. Найти максимальную э. д. с. индукции $\mathscr{E}_{max}$ во вращающейся рамке.

11.101. Однородный медный диск A радиусом $R=5$ см помещен в магнитное поле с индукцией $B=0{,}2$ Тл так, что плоскость диска перпендикулярна к направлению магнитного поля (рис. 60). По цепи aba может идти ток (a и b — скользящие контакты). Диск вращается с частотой $n=3\,с^{-1}$. Найти э. д. с. $\mathscr{E}$ такого генератора. Указать направление электрического тока, если магнитное поле направлено от нас к чертежу, а диск вращается против часовой стрелки.



Рис. 60.

11.102. Горизонтальный стержень длиной $l=1$ м вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов. Ось вращения параллельна магнитному полю, индукция которого $B=50$ мкТл. При какой частоте вращения n стержня разность потенциалов на концах этого стержня $U=1$ мВ?

11.103. На соленоид длиной $l=20$ см и площадью поперечного сечения $S=30$ см² надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N=320$ витков, и по нему идет ток $I=3$ А. Какая средняя э. д. с. $\mathscr{E}_{ср}$ индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $t=1$ мс?

11.104. Какая средняя э. д. с. $\mathscr{E}_{ср}$ индуцируется в витке, если соленоид, рассмотренный в предыдущей задаче, имеет железный сердечник?

11.105. На соленоид длиной $l=144$ см и диаметром $D=5$ см надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N=2000$ витков, и по ней течет ток $I=2$ А. Соленоид имеет железный сердечник. Какая средняя э. д. с. $\mathscr{E}_{ср}$ индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $t=2$ мс?

11.106. В однородном магнитном поле, индукция которого $B=0{,}1$ Тл, вращается катушка, состоящая из $N=200$ витков. Ось вращения катушки перпендикулярна к ее

оси и к направлению магнитного поля. Период обращения катушки $T=0{,}2$ с; площадь поперечного сечения $S=4$ см^2. Найти максимальную э. д. с. индукции $\mathscr{E}_{max}$ во вращающейся катушке.

11.107. Катушка длиной $l=20$ см имеет $N=400$ витков. Площадь поперечного сечения катушки $S=9$ см^2. Найти индуктивность L_1 катушки. Какова будет индуктивность L_2 катушки, если внутрь катушки введен железный сердечник? Магнитная проницаемость материала сердечника $\mu=400$.

11.108. Обмотка соленоида состоит из N витков медной проволоки, поперечное сечение которой $S=1$ мм^2. Длина соленоида $l=25$ см; его сопротивление $R=0{,}2$ Ом. Найти индуктивность L соленоида.

11.109. Катушка длиной $l=20$ см и диаметром $D=3$ см имеет $N=400$ витков. По катушке идет ток $I=2$ А. Найти индуктивность L катушки и магнитный поток Φ, пронизывающий площадь ее поперечного сечения.

11.110. Сколько витков проволоки диаметром $d=0{,}6$ мм имеет однослойная обмотка катушки, индуктивность которой $L=1$ мГн и диаметр $D=4$ см? Витки плотно прилегают друг к другу.

11.111. Катушка с железным сердечником имеет площадь поперечного сечения $S=20$ см^2 и число витков $N=500$. Индуктивность катушки с сердечником $L=0{,}28$ Гн при токе через обмотку $I=5$ А. Найти магнитную проницаемость μ железного сердечника.

11.112. Соленоид длиной $l=50$ см и площадью поперечного сечения $S=2$ см^2 имеет индуктивность $L=0{,}2$ мкГн. При каком токе I объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида $W_0=1$ мДж/м^3?

11.113. Сколько витков имеет катушка, индуктивность которой $L=1$ мГн, если при токе $I=1$ А магнитный поток сквозь катушку $\Phi=2$ мкВб?

11.114. Площадь поперечного сечения соленоида с железным сердечником $S=10$ см^2; длина соленоида $l=1$ м. Найти магнитную проницаемость μ материала сердечника, если магнитный поток, пронизывающий поперечное сечение соленоида, $\Phi=1{,}4$ мВб. Какому току I, текущему через соленоид, соответствует этот магнитный поток, если известно, что индуктивность соленоида при этих условиях $L=0{,}44$ Гн?

11.115. В соленоид длиной $l=50$ см вставлен сердечник из такого сорта железа, для которого зависимость $B=f(H)$ неизвестна. Число витков на единицу длины соленоида

$N_1=400$ см$^{-1}$; площадь поперечного сечения соленоида $S=10$ см^2. Найти магнитную проницаемость μ материала сердечника при токе через обмотку соленоида $I=5$ А, если известно, что магнитный поток, пронизывающий поперечное сечение соленоида с сердечником, $\Phi=1{,}6$ мВб. Какова индуктивность L соленоида при этих условиях?

11.116. Имеется соленоид с железным сердечником длиной $l=50$ см, площадью поперечного сечения $S=10$ см^2 и числом витков $N=1000$. Найти индуктивность L этого соленоида, если по обмотке соленоида течет ток: а) $I=0{,}1$ А; б) $I=0{,}2$ А; в) $I=2$ А.

11.117. Две катушки намотаны на один общий сердечник. Индуктивность первой катушки $L_1=0{,}2$ Гн, второй — $L_2=0{,}8$ Гн; сопротивление второй катушки $R_2=600$ Ом. Какой ток I_2 потечет во второй катушке, если ток $I_1=0{,}3$ А, текущий в первой катушке, выключить в течение времени $t=1$ мс?

11.118. В магнитном поле, индукция которого $B=0{,}1$ Тл, помещена квадратная рамка из медной проволоки. Площадь поперечного сечения проволоки $s=1$ мм^2, площадь рамки $S=25$ см^2. Нормаль к плоскости рамки параллельна магнитному полю. Какое количество электричества q пройдет по контуру рамки при исчезновении магнитного поля?

11.119. В магнитном поле, индукция которого $B=0{,}05$ Тл, помещена катушка, состоящая из $N=200$ витков проволоки. Сопротивление катушки $R=40$ Ом; площадь поперечного сечения $S=12$ см^2. Катушка помещена так, что ее ось составляет угол $\alpha=60°$ с направлением магнитного поля. Какое количество электричества q пройдет по катушке при исчезновении магнитного поля?

11.120. Круговой контур радиусом $r=2$ см помещен в однородное магнитное поле, индукция которого $B=0{,}2$ Тл. Плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. Сопротивление контура $R=1$ Ом. Какое количество электричества q пройдет через катушку при повороте ее на угол $\alpha=90°$?

11.121. На соленоид длиной $l=21$ см и площадью поперечного сечения $S=10$ см^2 надета катушка, состоящая из $N_1=50$ витков. Катушка соединена с баллистическим гальванометром, сопротивление которого $R=1$ кОм. По обмотке соленоида, состоящей из $N_2=200$ витков, идет ток $I=5$ А. Найти баллистическую постоянную C гальванометра, если известно, что при выключении тока в соленоиде гальванометр дает отброс, равный 30 делениям шка-

лы *). Сопротивлением катушки по сравнению с сопротивлением баллистического гальванометра пренебречь.

11.122. Для измерения индукции магнитного поля между полюсами электромагнита помещена катушка, состоящая из $N=50$ витков проволоки и соединенная с баллистическим гальванометром. Ось катушки параллельна направлению магнитного поля. Площадь поперечного сечения катушки $S=2$ см^2. Сопротивление гальванометра $R=2$ кОм; его баллистическая постоянная $C=2\cdot10^{-8}$ Кл/дел. При быстром выдергивании катушки из магнитного поля гальванометр дает отброс, равный 50 делениям шкалы. Найти индукцию B магнитного поля. Сопротивлением катушки по сравнению с сопротивлением баллистического гальванометра пренебречь.

11.123. Зависимость магнитной проницаемости μ от напряженности магнитного поля H была впервые исследована А. Г. Столетовым в его работе «Исследование функции намагничения мягкого железа» (1872). При исследовании Столетов придал испытуемому образцу железа форму тороида. Железо намагничивалось пропусканием тока I по первичной обмотке тороида. Изменение направления тока в этой первичной катушке вызывало в баллистическом гальванометре отброс на угол α. Гальванометр был включен в цепь вторичной обмотки тороида.

Тороид, с которым работал Столетов, имел следующие параметры: площадь поперечного сечения $S=1{,}45$ см^2, длина $l=60$ см, число витков первичной катушки $N_1=800$, число витков вторичной катушки $N_2=100$. Баллистическая постоянная гальванометра $C=1{,}2\cdot10^{-5}$ Кл/дел и сопротивление вторичной цепи $R=12$ Ом. Результаты одного из опытов Столетова сведены в таблицу:

I, А	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
α (в делениях шкалы)	48,7	148	208	241	256

По этим данным составить таблицу и построить график зависимости магнитной проницаемости μ от напряженности магнитного поля H для железа, с которым работал А. Г. Столетов.

*) Баллистической постоянной гальванометра называется величина, численно равная количеству электричества, которое вызывает отброс по шкале на одно деление.

11.124. Для измерения магнитной проницаемости железа из него был изготовлен тороид длиной $l=50$ см и площадью поперечного сечения $S=4$ см². Одна из обмоток тороида имела $N_1=500$ витков и была присоединена к источнику тока, другая имела $N_2=1000$ витков и была присоединена к гальванометру. Переключая направление тока в первичной обмотке на обратное, мы вызываем во вторичной обмотке индукционный ток. Найти магнитную проницаемость μ железа, если известно, что при переключении в первичной обмотке направления тока $I=1$ А через гальванометр прошло количество электричества $q=0{,}06$ Кл. Сопротивление вторичной обмотки $R=20$ Ом.

11.125. Электрическая лампочка, сопротивление которой в горячем состоянии $R=10$ Ом, подключается через дроссель к 12-вольтовому аккумулятору. Индуктивность дросселя $L=2$ Гн, сопротивление $r=1$ Ом. Через какое время t после включения лампочка загорится, если она начинает заметно светиться при напряжении на ней $U=6$ В?

11.126. Имеется катушка длиной $l=20$ см и диаметром $D=2$ см. Обмотка катушки состоит из $N=200$ витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой $s=1$ мм². Катушка включена в цепь с некоторой э. д. с. При помощи переключателя э. д. с. выключается, и катушка замыкается накоротко. Через какое время t после выключения э. д. с. ток в цепи уменьшится в 2 раза?

11.127. Катушка имеет индуктивность $L=0{,}2$ Гн и сопротивление $R=1{,}64$ Ом. Во сколько раз уменьшится ток в катушке через время $t=0{,}05$ с после того, как э. д. с. выключена и катушка замкнута накоротко?

11.128. Катушка имеет индуктивность $L=0{,}144$ Гн и сопротивление $R=10$ Ом. Через какое время t после включения в катушке потечет ток, равный половине установившегося?

11.129. Контур имеет сопротивление $R=2$ Ом и индуктивность $L=0{,}2$ Гн. Построить график зависимости тока I в контуре от времени t, прошедшего с момента включения в цепь э. д. с., для интервала $0\leqslant t\leqslant 0{,}5$ с через каждую 0,1 с. По оси ординат откладывать отношение нарастающего тока I к конечному току I_0.

11.130. Квадратная рамка из медной проволоки сечением $s=1$ мм² помещена в магнитное поле, индукция которого меняется по закону $B=B_0 \sin \omega t$, где $B_0=0{,}01$ Тл, $\omega=2\pi/T$ и $T=0{,}02$ с. Площадь рамки $S=25$ см². Плоскость рамки перпендикулярна к направлению магнитного

поля. Найти зависимость от времени t и наибольшее значение: а) магнитного потока Φ, пронизывающего рамку; б) э. д. с. индукции $\mathcal{E}$, возникающей в рамке; в) тока I, текущего по рамке.

11.131. Через катушку, индуктивность которой $L=21$ мГн, течет ток, изменяющийся со временем по закону $I=I_0 \sin \omega t$, где $I_0=5$ А, $\omega=2\pi/T$ и $T=0{,}02$ с. Найти зависимость от времени t: а) э. д. с. самоиндукции $\mathcal{E}$, возникающей в катушке; б) энергии W магнитного поля катушки.

11.132. Две катушки имеют взаимную индуктивиость $L_{12}=5$ мГн. В первой катушке ток изменяется по закону $I=I_0 \sin \omega t$, где $I_0=10$ А, $\omega=2\pi/T$ и $T=0{,}02$ с. Найти зависимость от времени t э. д. с. $\mathcal{E}_2$, индуцируемой во второй катушке, и наибольшее значение $\mathcal{E}_{2\max}$ этой э. д. с.

Глава IV

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

ЕДИНИЦЫ АКУСТИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

В табл. 14 приведены производные акустические единицы системы СИ. В табл. 15 и 16 даны акустические единицы системы СГС и их связь с единицами системы СИ, а также внесистемные акустические единицы.

Таблица 14

Величина	Единица			Размерность величины
	определение	наименование	обозначение	
Звуковое давление	$p=F/S$	паскаль	Па	$L^{-1}MT^{-2}$
Плотность звуковой энергии	$w=W/V$	джоуль на кубический метр	Дж/м^3	$L^{-1}MT^{-2}$
Звуковая мощность	$P=W/t$	ватт	Вт	L^2MT^{-3}
Интенсивность звука	$I=W/St$	ватт на квадратный метр	Вт/м^2	MT^{-3}

Таблица 15

Величина	Единица и ее связь с единицами СИ
Звуковое давление	1 дин/см^2 = 0,1 Па
Плотность звуковой энергии	1 эрг/см^3 = 0,1 Дж/м^3
Звуковая мощность	1 эрг/с = 10^{-7} Вт
Интенсивность звука	1 эрг/(с·см^2) = 10^{-3} Вт/м^2

Примеры решения задач

З а д а ч а 1. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки равна 5 см. Масса материальной точки равна 10 г, полная энергия колебания равна 31 мкДж.

Таблица 16

Величина	Единица		
	наименование	обозначение	определение
Уровень звукового давления	децибел	дБ	Децибел — уровень звукового давления, двадцать десятичных логарифмов отношения которого к условному порогу давления, равному $2 \cdot 10^{-5}$ Па, равны единице
Уровень громкости звука	фон	фон	Фон — уровень громкости звука, для которого уровень звукового давления равногромкого с ним звука частоты 10^3 Гц равен 1 дБ

Написать уравнение гармонических колебаний этой точки (с числовыми коэффициентами), если начальная фаза колебаний равна 60°.

Решение. Общее уравнение гармонических колебаний имеет вид

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right). \quad (1)$$

Период T колебаний можно найти из условия $W = 2\pi^2 A^2 m/T^2 = 3{,}1 \cdot 10^{-5}$ Дж; отсюда

$$T = \sqrt{2\pi^2 A^2 m/W}. \quad (2)$$

У нас $A = 5 \cdot 10^{-2}$ м, $m = 10^{-2}$ кг и $W = 3{,}1 \cdot 10^{-5}$ Дж. Подставляя эти данные в (2), получим $T = 4$ с. Тогда $2\pi t/T = 2\pi t/4 = \pi t/2$ и уравнение (1) примет вид

$$x = 5 \sin\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ см}.$$

Отметим, что так как $\sin\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{3}\right)$ — величина безразмерная, то A не обязательно подставлять в метрах; наименование смещения x будет соответствовать наименованию амплитуды A.

Задача 2. Уровень звукового давления равен 40 дБ. Найти амплитуду звукового давления и интенсивность звука. Порог слышимости звука $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м².

Р е ш е н и е. Уровень звукового давления L_p (в децибелах) связан с амплитудой звукового давления p соотношением

$$L_p = 20 \lg \frac{p}{p_0}, \qquad (1)$$

где p_0 — амплитуда звукового давления при нулевом уровне громкости. В системе СИ $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Па. По условию $L_p = 40$ дБ. Из (1) имеем $\lg(p/p_0) = 2$, откуда $p/p_0 = 10^2$. Тогда искомая амплитуда звукового давления $p = p_0 \cdot 10^2 = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2$ Па $= 2 \cdot 10^{-3}$ Па.

Уровень громкости L_I (в фонах) связан с интенсивностью звука соотношением

$$L_I = 10 \lg \frac{I}{I_0}. \qquad (2)$$

По определению фона при $L_p = 40$ дБ имеем $L_I = 40$ фон. Тогда из (2) получаем $\lg(I/I_0) = 4$, или $I/I_0 = 10^4$; отсюда интенсивность звука $I = I_0 \cdot 10^4 = 10^{-12} \cdot 10^4$ Вт/м^2 $= 10^{-8}$ Вт/м^2.

§ 12. Гармоническое колебательное движение и волны

Уравнение гармонического колебательного движения имеет вид

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right) = A \sin(2\pi\nu t + \varphi) = A \sin(\omega t + \varphi),$$

где x — смещение точки от положения равновесия, разное для разных моментов времени, A — амплитуда, T — период, φ — начальная фаза, ν [Гц] $= 1/T$ — частота колебаний, ω [с$^{-1}$] $= 2\pi/T$ — круговая частота.

Скорость и ускорение точки, совершающей колебание, определяются соотношениями

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{2\pi}{T} A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right),$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{4\pi^2}{T^2} A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right).$$

Сила, под действием которой точка массой m совершает гармоническое колебание,

$$F = ma = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right) = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} x = -kx,$$

где $k = 4\pi^2 m/T^2$, т. е. $T = 2\pi\sqrt{m/k}$. Здесь T — период колебаний точки, совершающей колебания под действием силы $F = -kx$, где k — жесткость, численно равная силе, вызывающей смещение, равное единице.

Кинетическая и потенциальная энергии колеблющейся точки имеют вид

$$W_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right),$$

$$W_п = \frac{kx^2}{2} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right).$$

Полная энергия

$$W = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2.$$

Примером гармонических колебательных движений могут служить малые колебания маятника. Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{l/g},$$

где l — длина маятника, g — ускорение свободного падения.

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода получается гармоническое колебание того же периода с амплитудой

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

и с начальной фазой, определяемой из уравнения

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2},$$

где A_1 и A_2 — амплитуды слагаемых колебаний, φ_1 и φ_2 — их начальные фазы.

При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинакового периода уравнение траектории результирующего движения имеет вид

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Если на материальную точку массой m, кроме упругой силы $F = -kx$, действует еще сила трения $F_{тр} = -rv$, где r — коэффициент трения и v — скорость колеблющейся точки, то колебания точки будут затухающими. Уравнение затухающего колебательного движения имеет вид

$$x = Ae^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi),$$

где δ [$с^{-1}$] — коэффициент затухания. При этом $\delta = r/2m$ и $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, где ω_0 — круговая частота собственных колебаний. Величина $\varkappa = \delta T$ называется логарифмическим декрементом затухания.

Если на материальную точку массой m, колебание которой дано в виде

$$x_1 = Ae^{-\delta t} \sin \omega_0 t,$$

действует внешняя периодическая сила $F=F_0\sin\omega t$, то колебания точки будут вынужденными и уравнение ее движения примет вид

$$x_2 = A\sin(\omega t+\varphi),$$

где

$$A=\frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\delta^2\omega^2}},\qquad \operatorname{tg}\varphi=\frac{2\delta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}.$$

Резонанс наступает тогда, когда частота вынужденных колебаний ω связана с частотой собственных колебаний ω_0 и с коэффициентом затухания δ соотношением

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-2\delta^2}.$$

При распространении незатухающих колебаний со скоростью c вдоль некоторого направления, называемого лучом, смещение любой точки, лежащей на луче и отстоящей от источника колебаний на расстоянии l, дается уравнением

$$x=A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi l}{\lambda}\right),$$

где A — амплитуда колеблющихся точек, λ — длина волны. При этом $\lambda=cT$. Две точки, лежащие на луче на расстояниях l_1 и l_2 от источника колебаний, имеют разность фаз

$$\varphi_2-\varphi_1=2\pi\frac{l_2-l_1}{\lambda}.$$

При интерференции волн максимум и минимум амплитуды получаются соответственно при условиях

$$l_2-l_1=2n\frac{\lambda}{2}\qquad (n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots),$$

$$l_2-l_1=(2n+1)\frac{\lambda}{2}\qquad (n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots).$$

Здесь l_2-l_1 — разность хода лучей.

12.1. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой $A=5$ см, если за время $t=1$ мин совершается 150 колебаний и начальная фаза колебаний $\varphi=\pi/4$. Начертить график этого движения.

12.2. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой $A=0{,}1$ м, периодом $T=4$ с и начальной фазой $\varphi=0$.

12.3. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой $A=50$ мм, периодом $T=4$ с и начальной фазой $\varphi=\pi/4$. Найти смещение x колеблющейся точки от положения равновесия при $t=0$ и $t=1{,}5$ с. Начертить график этого движения.

12.4. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой $A=5$ см и периодом $T=8$ с, если начальная фаза φ колебаний равна: а) 0; б) $\pi/2$; в) π; г) $3\pi/2$; д) 2π. Начертить график этого движения во всех случаях.

12.5. Начертить на одном графике два гармонических колебания с одинаковыми амплитудами $A_1=A_2=2$ см и одинаковыми периодами $T_1=T_2=8$ с, но имеющими разность фаз $\varphi_2-\varphi_1$, равную: а) $\pi/4$; б) $\pi/2$; в) π; г) 2π.

12.6. Через какое время от начала движения точка, совершающая гармоническое колебание, сместится от положения равновесия на половину амплитуды? Период колебаний $T=24$ с, начальная фаза $\varphi=0$.

12.7. Начальная фаза гармонического колебания $\varphi=0$. Через какую долю периода скорость точки будет равна половине ее максимальной скорости?

12.8. Через какое время от начала движения точка, совершающая колебательное движение по уравнению $x=7\sin\frac{\pi}{2}t$, проходит путь от положения равновесия до максимального смещения?

12.9. Амплитуда гармонического колебания $A=5$ см, период $T=4$ с. Найти максимальную скорость v_{max} колеблющейся точки и ее максимальное ускорение a_{max}.

12.10. Уравнение движения точки дано в виде $x=2\sin\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{4}\right)$ см. Найти период колебаний T, максимальную скорость v_{max} и максимальное ускорение a_{max} точки.

12.11. Уравнение движения точки дано в виде $x=\sin\frac{\pi}{6}t$. Найти моменты времени t, в которые достигаются максимальная скорость и максимальное ускорение.

12.12. Точка совершает гармоническое колебание. Период колебаний $T=2$ с, амплитуда $A=50$ мм, начальная фаза $\varphi=0$. Найти скорость v точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия $x=25$ мм.

12.13. Написать уравнение гармонического колебательного движения, если максимальное ускорение точки $a_{max}=49{,}3$ см/с^2, период колебаний $T=2$ с и смещение точки от положения равновесия в начальный момент времени $x_0=25$ мм.

12.14. Начальная фаза гармонического колебания $\varphi=0$. При смещении точки от положения равновесия $x_1=2{,}4$ см

скорость точки $v_1=3$ см/с, а при смещении $x_2=2{,}8$ см ее скорость $v_2=2$ см/с. Найти амплитуду A и период T этого колебания.

12.15. Уравнение колебания материальной точки массой $m=16$ г имеет вид $x=0{,}1\sin\left(\frac{\pi}{8}t+\frac{\pi}{4}\right)$ м. Построить график зависимости от времени t (в пределах одного периода) силы F, действующей на точку. Найти максимальную силу F_{max}.

12.16. Уравнение колебаний материальной точки массой $m=10$ г имеет вид $x=5\sin\left(\frac{\pi}{5}t+\frac{\pi}{4}\right)$ см. Найти максимальную силу F_{max}, действующую на точку, и полную энергию W колеблющейся точки.

12.17. Уравнение колебания материальной точки массой $m=16$ г имеет вид $x=2\sin\left(\frac{\pi}{4}t+\frac{\pi}{4}\right)$ см. Построить график зависимости от времени t (в пределах одного периода) кинетической $W_к$, потенциальной $W_п$ и полной W энергий точки.

12.18. Найти отношение кинетической энергии $W_к$ точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии $W_п$ для моментов времени: а) $t=T/12$; б) $t=T/8$; в) $t=T/6$. Начальная фаза колебаний $\varphi=0$.

12.19. Найти отношение кинетической энергии $W_к$ точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии $W_п$ для моментов, когда смещение точки от положения равновесия составляет: а) $x=A/4$; б) $x=A/2$; в) $x=A$, где A — амплитуда колебаний.

12.20. Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение, $W=30$ мкДж; максимальная сила, действующая на тело, $F_{max}=1{,}5$ мН. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний $T=2$ с и начальная фаза $\varphi=\pi/3$.

12.21. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки $A=2$ см, полная энергия колебаний $W=0{,}3$ мкДж. При каком смещении x от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила $F=22{,}5$ мкН?

12.22. Шарик, подвешенный на нити длиной $l=2$ м, отклоняют на угол $\alpha=4°$ и наблюдают его колебания. Полагая колебания незатухающими гармоническими, найти скорость шарика при прохождении им положения равновесия. Проверить полученное решение, найдя скорость шарика при прохождении им положения равновесия из уравнений механики.

12.23. К пружине подвешен груз массой $m=10$ кг. Зная, что пружина под влиянием силы $F=9{,}8$ Н растягивается на $l=1{,}5$ см, найти период T вертикальных колебаний груза.

12.24. К пружине подвешен груз. Максимальная кинетическая энергия колебаний груза $W_{к\,max}=1$ Дж. Амплитуда колебаний $A=5$ см. Найти жесткость k пружины.

12.25. Как изменится период вертикальных колебаний груза, висящего на двух одинаковых пружинах, если от последовательного соединения пружин перейти к параллельному их соединению?

12.26. Медный шарик, подвешенный к пружине, совершает вертикальные колебания. Как изменится период колебаний, если к пружине подвесить вместо медного шарика алюминиевый такого же радиуса?

12.27. К пружине подвешена чашка весов с гирями. При этом период вертикальных колебаний $T_1=0{,}5$ с. После того как на чашку весов положили еще добавочные гири, период вертикальных колебаний стал равным $T_2=0{,}6$ с. На сколько удлинилась пружина от прибавления этого добавочного груза?

12.28. К резиновому шнуру длиной $l=40$ см и радиусом $r=1$ мм подвешена гиря массой $m=0{,}5$ кг. Зная, что модуль Юнга резины $E=3$ МН/м^2, найти период T вертикальных колебаний гири. У к а з а н и е. Учесть, что жесткость k резины связана с модулем Юнга E соотношением $k=SE/l$, где S — площадь поперечного сечения резины, l — ее длина.

12.29 *). Ареометр массой $m=0{,}2$ кг плавает в жидкости. Если погрузить его немного в жидкость и отпустить, то он начнет совершать колебания с периодом $T=3{,}4$ с. Считая колебания незатухающими, найти плотность жидкости ρ, в которой плавает ареометр. Диаметр вертикальной цилиндрической трубки ареометра $d=1$ см.

12.30. Написать уравнение движения, получающегося в результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебательных колебаний с одинаковым периодом $T=8$ с и одинаковой амплитудой $A=0{,}02$ м. Разность фаз между этими колебаниями $\varphi_2-\varphi_1=\pi/4$. Начальная фаза одного из этих колебаний равна нулю.

12.31. Найти амплитуду A и начальную фазу φ гармонического колебания, полученного от сложения оди-

*) Задачи на упругие силы и на математический и физический маятники см. также в §§ 2 и 3 в гл. I.

наково направленных колебаний, данных уравнениями $x_1 = 0{,}02 \sin(5\pi t + \pi/2)$ м и $x_2 = 0{,}03 \sin(5\pi t + \pi/4)$ м.

12.32. В результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковыми амплитудами и одинаковыми периодами получается результирующее колебание с тем же периодом и той же амплитудой. Найти разность фаз $\varphi_2 - \varphi_1$ складываемых колебаний.

12.33. Найти амплитуду A и начальную фазу φ гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, данных уравнениями $x_1 = 4 \sin \pi t$ см и $x_2 = 3 \sin(\pi t + \pi/2)$ см. Написать уравнение результирующего колебания. Дать векторную диаграмму сложения амплитуд.

12.34. На рис. 61 дан спектр результирующего колебания. Пользуясь данными этого рисунка, написать уравнения колебаний, из которых составлено результирующее колебание. Начертить график этих колебаний. Принять, что в момент $t = 0$ разность фаз между этими колебаниями $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$. Начертить график результирующего колебания.

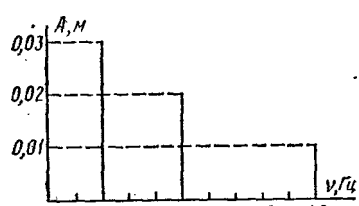


Рис. 61.

12.35. Уравнения двух гармонических колебаний имеют вид $x_1 = 3 \sin 4\pi t$ см и $x_2 = 6 \sin 10\pi t$ см. Построить график этих колебаний. Сложив графически эти колебания, построить график результирующего колебания. Начертить спектр результирующего колебания.

12.36. Уравнение колебаний имеет вид $x = A \sin 2\pi\nu_1 t$, причем амплитуда A изменяется со временем по закону $A = A_0(1 + \cos 2\pi\nu_2 t)$. Из каких гармонических колебаний состоит колебание? Построить график слагаемых и результирующего колебаний для $A_0 = 4$ см, $\nu_1 = 2$ Гц, $\nu_2 = 1$ Гц. Начертить спектр результирующего колебания.

12.37. Написать уравнение результирующего колебания, получающегося в результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний с одинаковой частотой $\nu_1 = \nu_2 = 5$ Гц и с одинаковой начальной фазой $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/3$. Амплитуды колебаний равны $A_1 = 0{,}10$ м и $A_2 = 0{,}05$ м.

12.38. Точка участвует в двух колебаниях одинакового периода с одинаковыми начальными фазами. Амплитуды колебаний равны $A_1 = 3$ см и $A_2 = 4$ см. Найти амплитуду A результирующего колебания, если колебания совершают-

ся: а) в одном направлении; б) в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

12.39. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x=2\sin\omega t$ м и $y=2\cos\omega t$ м. Найти траекторию результирующего движения точки.

12.40. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x=\cos\pi t$ и $y=\cos\frac{\pi}{2}t$. Найти траекторию результирующего движения точки.

12.41. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x=\sin\pi t$ и $y=2\sin(\pi t+\pi/2)$. Найти траекторию результирующего движения точки и начертить ее с нанесением масштаба.

12.42. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x=\sin\pi t$ и $y=4\sin(\pi t+\pi)$. Найти траекторию результирующего движения точки и начертить ее с нанесением масштаба.

12.43. Период затухающих колебаний $T=4$ с; логарифмический декремент затухания $\varkappa=1{,}6$; начальная фаза $\varphi=0$. При $t=T/4$ смещение точки $x=4{,}5$ см. Написать уравнение движения этого колебания. Построить график этого колебания в пределах двух периодов.

12.44. Построить график затухающего колебания, данного уравнением $x=e^{-0{,}1t}\sin\frac{\pi}{4}t$ м.

12.45. Уравнение затухающих колебаний дано в виде $x=5e^{-0{,}25t}\sin\frac{\pi}{2}t$ м. Найти скорость v колеблющейся точки в моменты времени t, равные: 0, T, $2T$, $3T$ и $4T$.

12.46. Логарифмический декремент затухания математического маятника $\varkappa=0{,}2$. Во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний за одно полное колебание маятника?

12.47. Найти логарифмический декремент затухания $\varkappa$ математического маятника, если за время $t=1$ мин амплитуда колебаний уменьшилась в 2 раза. Длина маятника $l=1$ м.

12.48. Математический маятник длиной $l=24{,}7$ см совершает затухающие колебания. Через какое время t энергия колебаний маятника уменьшится в 9,4 раза? Задачу решить при значении логарифмического декремента затухания: а) $\varkappa=0{,}01$; б) $\varkappa=1$.

12.49. Математический маятник совершает затухающие колебания с логарифмическим декрементом затухания $\varkappa=0{,}2$. Во сколько раз уменьшится полное ускорение маятника в его крайнем положении за одно колебание?

12.50. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за время $t=1$ мин уменьшилась вдвое. Во сколько раз уменьшится амплитуда за время $t=3$ мин?

12.51. Математический маятник длиной $l=0{,}5$ м, выведенный из положения равновесия, отклонился при первом колебании на $x_1=5$ см, а при втором (в ту же сторону) — на $x_2=4$ см. Найти время релаксации t, т. е. время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшится в e раз, где e — основание натуральных логарифмов.

12.52. К вертикально висящей пружине подвешивают груз. При этом пружина удлиняется на $\Delta l=9{,}8$ см. Оттягивая этот груз вниз и отпуская его, заставляют груз совершать колебания. Каким должен быть коэффициент затухания δ, чтобы: а) колебания прекратились через время $t=10$ с (считать условно, что колебания прекратились, если их амплитуда упала до 1% от начальной); б) груз возвращался в положение равновесия апериодически; в) логарифмический декремент затухания колебаний был равным $\varkappa=6$?

12.53. Тело массой $m=10$ г совершает затухающие колебания с максимальной амплитудой $A_{max}=7$ см, начальной фазой $\varphi=0$ и коэффициентом затухания $\delta=1{,}6$ с$^{-1}$. На это тело начала действовать внешняя периодическая сила F, под действием которой установились вынужденные колебания. Уравнение вынужденных колебаний имеет вид $x=5\sin(10\pi t-3\pi/4)$ см. Найти (с числовыми коэффициентами) уравнение собственных колебаний и уравнение внешней периодической силы.

12.54. Гиря массой $m=0{,}2$ кг, висящая на вертикальной пружине, совершает затухающие колебания с коэффициентом затухания $\delta=0{,}75$ с$^{-1}$. Жесткость пружины $k=0{,}5$ кН/м. Начертить зависимость амплитуды A вынужденных колебаний гирьки от частоты ω внешней периодической силы, если известно, что максимальное значение внешней силы $F_0=0{,}98$ Н. Для построения графика найти значение A для частот: $\omega=0$, $\omega=0{,}5\,\omega_0$, $\omega=0{,}75\,\omega_0$, $\omega=\omega_0$, $\omega=1{,}5\,\omega_0$ и $\omega=2\omega_0$, где ω_0 — частота собственных колебаний подвешенной гири.

12.55. По грунтовой дороге прошел трактор, оставив следы в виде ряда углублений, находящихся на расстоянии $l=30$ см друг от друга. По этой дороге покатили детскую коляску, имеющую две одинаковые рессоры, каждая из которых прогибается на $x_0=2$ см под действием груза массой $m_0=1$ кг. С какой скоростью v катили коляску, если

от толчков на углублениях она, попав в резонанс, начала сильно раскачиваться? Масса коляски $M=10$ кг.

12.56. Найти длину волны λ колебания, период которого $T=10^{-14}$ с. Скорость распространения колебаний $c=3\cdot10^8$ м/с.

12.57. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu=500$ Гц и амплитуду $A=0{,}25$ мм, распространяются в воздухе. Длина волны $\lambda=70$ см. Найти скорость c распространения колебаний и максимальную скорость v_{max} частиц воздуха.

12.58. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид $x=10\sin\frac{\pi}{2}t$ см. Найти уравнение волны, если скорость распространения колебаний $c=300$ м/с. Написать и изобразить графически уравнение колебания для точки, отстоящей на расстоянии $l=600$ м от источника колебаний. Написать и изобразить графически уравнение колебания для точек волны в момент времени $t=4$ с после начала колебаний.

12.59. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид $x=4\sin 600\,\pi t$ см. Найти смещение x от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии $l=75$ см от источника колебаний, для момента времени $t=0{,}01$ с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний $c=300$ м/с.

12.60. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид $x=\sin 2{,}5\pi t$ см. Найти смещение x от положения равновесия, скорость v и ускорение a точки, находящейся на расстоянии $l=20$ м от источника колебаний, для момента времени $t=1$ с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний $c=100$ м/с.

12.61. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, отстоящих от источника колебаний на расстояниях $l_1=10$ м и $l_2=16$ м. Период колебаний $T=0{,}04$ с; скорость распространения $c=300$ м/с.

12.62. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих на расстоянии $l=2$ м друг от друга, если длина волны $\lambda=1$ м.

12.63. Найти смещение x от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $l=\lambda/12$, для момента времени $t=T/6$. Амплитуда колебаний $A=0{,}05$ м.

12.64. Смещение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $l=4$ см, в момент времени $t=T/6$ равно половине амплитуды. Найти длину λ бегущей волны.

12.65. Найти положение узлов и пучностей и начертить график стоячей волны, если: а) отражение происходит от менее плотной среды; б) отражение происходит от более плотной среды. Длина бегущей волны $\lambda=12$ см.

12.66. Найти длину волны λ колебаний, если расстояние между первой и четвертой пучностями стоячей волны $l=15$ см.

§ 13. Акустика

Скорость распространения акустических колебаний в некоторой среде определяется формулой

$$c=\sqrt{E/\rho},$$

где E — модуль Юнга среды, ρ — плотность среды.

В газах скорость распространения

$$c=\sqrt{\varkappa RT/\mu},$$

где μ — молярная масса газа, T — термодинамическая температура газа, R — газовая постоянная, $\varkappa=C_p/C_V$ (C_p — теплоемкость газа при постоянном давлении и C_V — теплоемкость газа при постоянном объеме).

Уровень звукового давления L_p (в децибелах) связан с амплитудой звукового давления p соотношением

$$L_p=20\lg\frac{p}{p_0},$$

где p_0 — амплитуда звукового давления при нулевом уровне громкости. Уровень громкости L_I (в фонах) связан с интенсивностью звука соотношением

$$L_I=10\lg\frac{I}{I_0},$$

где I_0 — порог слышимости (нулевой уровень громкости) звука. Условно принимается, что $I_0=10^{-12}$ Вт/м^2 и $p_0=2\cdot10^{-5}$ Па.

По принципу Доплера частота звука, воспринимаемая наблюдателем, определяется формулой

$$\nu'=\frac{c+v}{c-u}\nu,$$

где ν — частота звука, посылаемая источником звука, u — скорость движения источника звука, v — скорость движения наблюдателя, c — скорость распространения звука. Скорость $v>0$, если наблюдатель движется по направлению к источнику звука; скорость $u>0$, если источник звука движется к наблюдателю.

Частота основного тона струны определяется формулой

$$\nu=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho S}},$$

где l — длина струны, F — сила ее натяжения, S — площадь ее поперечного сечения, ρ — плотность материала среды.

13.1. Найти длину волны λ основного тона ля (частота $\nu=435$ Гц). Скорость распространения звука в воздухе $c=340$ м/с.

13.2. Человеческое ухо может воспринимать звуки частотой приблизительно от $\nu_1=20$ Гц до $\nu_2=20\,000$ Гц. Между какими длинами волн лежит интервал слышимости звуковых колебаний? Скорость распространения звука в воздухе $c=340$ м/с.

13.3. Найти скорость c распространения звука в стали.

13.4. Найти скорость c распространения звука в меди.

13.5. Скорость распространения звука в керосине $c=1330$ м/с. Найти сжимаемость β керосина.

13.6. При помощи эхолота измерялась глубина моря. Какова была глубина моря, если промежуток времени между возникновением звука и его приемом оказался равным $t=2{,}5$ с? Сжимаемость воды $\beta=4{,}6\cdot10^{-10}$ Па$^{-1}$, плотность морской воды $\rho=1{,}03\cdot10^3$ кг/м^3.

13.7. Найти скорость c распространения звука в воздухе при температурах t, равных: —20, 0 и 20 °С.

13.8. Во сколько раз скорость c_1 распространения звука в воздухе летом ($t=27$ °С) больше скорости c_2 распространения звука зимой ($t=-33$ °С)?

13.9. Зная, что средняя квадратичная скорость молекул двухатомного газа в условиях опыта $v=461$ м/с, найти скорость c распространения звука в газе.

13.10. Найти скорость c распространения звука в двухатомном газе, если известно, что при давлении $p=1{,}01\times\times10^5$ Па плотность газа $\rho=1{,}29$ кг/м^3.

13.11. Зная, что средняя молярная кинетическая энергия поступательного движения молекул азота $W_{\text{км}}=3{,}4$ кДж/моль, найти скорость c распространения звука в азоте при этих условиях.

13.12. Для определения температуры верхних слоев атмосферы нельзя пользоваться термометром, так как вследствие малой плотности газа термометр не придет в тепловое равновесие с окружающей средой. Для этой цели пускают ракету с гранатами, взрываемыми при достижении определенной высоты. Найти температуру t на высоте $h=20$ км от поверхности Земли, если известно, что звук от взрыва, произведенного на высоте $h_1=21$ км, пришел позже на $\Delta t=6{,}75$ с звука от взрыва, произведенного на высоте $h_2=19$ км.

13.13. Найти показатель преломления n звуковых волн на границе воздух — стекло. Модуль Юнга для стекла $E=6{,}9\cdot10^{10}$ Па, плотность стекла $\rho=2{,}6\cdot10^3$ кг/м^3, температура воздуха $t=20$ °С.

13.14. Найти предельный угол α полного внутреннего отражения звуковых волн на границе воздух — стекло. Воспользоваться необходимыми данными из предыдущей задачи.

13.15. Два звука отличаются по уровню громкости на $\Delta L_I=1$ фон. Найти отношение I_2/I_1 интенсивностей этих звуков.

13.16. Два звука отличаются по уровню звукового давления на $\Delta L_p=1$ дБ. Найти отношение p_2/p_1 амплитуд их звукового давления.

13.17. Шум на улице с уровнем громкости $L_{I1}=70$ фон слышен в комнате так, как шум с уровнем громкости $L_{I2}=40$ фон. Найти отношение I_1/I_2 интенсивностей звуков на улице и в комнате.

13.18. Интенсивность звука увеличилась в 1000 раз. На сколько увеличился уровень звукового давления? Во сколько раз увеличилась амплитуда звукового давления?

13.19. Интенсивность звука $I=10$ мВт/м^2. Найти уровень громкости L_I и амплитуду p звукового давления.

13.20. На сколько увеличился уровень громкости L_I звука, если интенсивность звука возросла: а) в 3000 раз; б) в 30 000 раз?

13.21. Найти расстояние l между соседними зубцами звуковой бороздки на граммофонной пластинке для тона ля (частота $\nu=435$ Гц): а) в начале записи на расстоянии $r=12$ см от центра; б) в конце записи на расстоянии $r=4$ см от центра. Частота вращения пластинки $n=78$ мин$^{-1}$.

13.22. Найти расстояние l между соседними зубцами звуковой бороздки на граммофонной пластинке для: а) $\nu=100$ Гц; б) $\nu=2000$ Гц. Среднее расстояние от центра пластинки $r=10$ см. Частота вращения пластинки $n=78$ мин$^{-1}$.

13.23. При образовании стоячей волны в трубке Кундта в воздушном столбе наблюдалось $n=6$ пучностей. Какова была длина l_2 воздушного столба, если стальной стержень закреплен: а) посередине; б) в конце? Длина стержня $l_1=1$ м. Скорость распространения звука в стали $c_1=5250$ м/с, в воздухе $c_2=343$ м/с.

13.24. Какова была длина l_1 стекляного стержня в трубке Кундта, если при закреплении его посередине в воздушном столбе наблюдалось $n=5$ пучностей? Длина воздуш-

ного столба $l_2=0{,}25$ м. Модуль Юнга для стекла $E=6{,}9\times\times10^{10}$ Па; плотность стекла $\rho=2{,}5\cdot10^3$ кг/м^3. Скорость распространения звука в воздухе $c=340$ м/с.

13.25. Для каких наибольших частот применим метод Кундта определения скорости звука, если считать, что наименьшее различаемое расстояние между пучностями $l\approx\approx4$ мм? Скорость распространения звука в воздухе $c=340$ м/с.

13.26. Два поезда идут навстречу друг другу со скоростями $v_1=72$ км/ч и $v_2=54$ км/ч. Первый поезд дает свисток с частотой $\nu=600$ Гц. Найти частоту ν' колебаний звука, который слышит пассажир второго поезда: а) перед встречей поездов; б) после встречи поездов. Скорость распространения звука в воздухе $c=340$ м/с.

13.27. Когда поезд проходит мимо неподвижного наблюдателя, частота тона гудка паровоза меняется скачком. Какой процент от истинной частоты тона составляет скачок частоты, если поезд движется со скоростью $v=60$ км/ч?

13.28. Наблюдатель на берегу моря слышит звук пароходного гудка. Когда наблюдатель и пароход находятся в покое, частота воспринимаемого наблюдателем звука $\nu=\\=420$ Гц. При движении парохода воспринимаемая частота $\nu_1'=430$ Гц, если пароход приближается к наблюдателю, и $\nu_2'=415$ Гц, если пароход удаляется от него. Найти скорость v парохода в первом и во втором случаях, если скорость распространения звука в воздухе $c=338$ м/с.

13.29. Ружейная пуля летит со скоростью $v=200$ м/с. Во сколько раз изменится частота тона свиста пули для неподвижного наблюдателя, мимо которого пролетает пуля? Скорость распространения звука в воздухе $c=333$ м/с.

13.30. Два поезда идут навстречу друг другу с одинаковой скоростью. Какова должна быть их скорость v, чтобы частота свистка одного из них, слышимого на другом, изменялась в 9/8 раза? Скорость распространения звука в воздухе $c=335$ м/с.

13.31. Летучая мышь летит перпендикулярно к стене со скоростью $v=6{,}0$ м/с, издавая ультразвук частотой $\nu=\\=45$ кГц. Какие две частоты звука ν_1 и ν_2 слышит летучая мышь? Скорость распространения звука в воздухе $c=\\=340$ м/с.

13.32. Какую длину l должна иметь стальная струна радиусом $r=0{,}05$ см, чтобы при силе натяжения $F=0{,}49$ кН она издавала тон частотой $\nu=320$ Гц?

13.33. С какой силой F надо натянуть стальную струну длиной $l=20$ см и диаметром $d=0{,}2$ мм, чтобы она издавала тон ля (частота $\nu=435$ Гц)?

13.34. Зная предел прочности для стали, найти наибольшую частоту ν, на которую можно настроить струну длиной $l=1$ м.

13.35. Струна, натянутая с силой $F_1=147$ Н, дает с камертоном частоту биений $\nu_6=8$ Гц. После того как эту струну натянули с силой $F_2=156{,}8$ Н, она стала настроена с камертоном в унисон. Найти частоту ν_2 колебаний камертона.

13.36. Камертон предыдущей задачи дает с другим камертоном частоту биений $\nu_6=2$ Гц. Найти частоту колебаний ν второго камертона.

13.37. Найти частоту ν основного тона струны, натянутой с силой $F=6$ кН. Длина струны $l=0{,}8$ м, ее масса $m=30$ г.

13.38. Найти частоту ν основного тона: а) открытой трубы; б) закрытой трубы.

13.39. Закрытая труба издает основной тон до (частота $\nu_1=130{,}5$ Гц). Трубу открыли. Какую частоту ν_2 имеет основной тон теперь? Какова длина l трубы? Скорость распространения звука в воздухе $c=340$ м/с.

§ 14. Электромагнитные колебания и волны

Период T электромагнитных колебаний в контуре, состоящем из емкости C, индуктивности L и сопротивления R, определяется формулой

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{1/LC-(R/2L)^2}}.$$

Если сопротивление R контура настолько мало, что

$$(R/2L)^2 \ll 1/LC,$$

то период колебаний

$$T=2\pi\sqrt{LC}.$$

Если сопротивление контура R не равно нулю, то колебания будут затухающими. При этом разность потенциалов на обкладках конденсатора меняется со временем по закону

$$U=U_0e^{-\delta t}\cos\omega t,$$

если время отсчитывать от момента, соответствующего наибольшей разности потенциалов на обкладках конденсатора. Здесь $\delta=R/2L$ — коэффициент затухания. Величина $\varkappa=\delta T$ называется логарифмическим декрементом затухания. Если $\delta=0$, то колебания будут незатухающими, и тогда можно записать

$$U=U_0\cos\omega t.$$

Если время отсчитывать от момента, когда разность потенциалов на обкладках конденсатора равна нулю, то будет справедливым соотношение

$$U = U_0 \sin \omega t.$$

Закон Ома для переменного тока записывается в виде

$$I_{эф} = \frac{U_{эф}}{Z},$$

где $I_{эф}$ и $U_{эф}$ — эффективные значения тока и напряжения, связанные с их амплитудными значениями I_0 и U_0 соотношениями

$$I_{эф} = I_0/\sqrt{2}, \quad U_{эф} = U_0/\sqrt{2},$$

а Z — полное сопротивление цепи. Если цепь содержит сопротивление R, емкость C и индуктивность L, соединенные последовательно, то

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}.$$

При этом сдвиг фаз между напряжением и током определяется формулой

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}.$$

Формулы для полного сопротивления цепи Z и сдвига фаз φ для различных способов включения R, C и L даны в решении задачи 14.23.

Катушка, обладающая сопротивлением R и индуктивностью L, в цепи переменного тока соответствует последовательно включенным R и L. Конденсатор с утечкой, т. е. конденсатор, обладающий емкостью C и сопротивлением R, соответствует параллельно включенным R и C.

Мощность переменного тока

$$P = I_{эф} U_{эф} \cos \varphi.$$

14.1. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 888$ пФ и катушки с индуктивностью $L = 2$ мГн. На какую длину волны λ настроен контур?

14.2. На какой диапазон длин волн можно настроить колебательный контур, если его индуктивность $L = 2$ мГн, а емкость может меняться от $C_1 = 69$ пФ до $C_2 = 533$ пФ?

14.3. Какую индуктивность L надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости $C = 2$ мкФ получить частоту $\nu = 1000$ Гц?

14.4. Катушка с индуктивностью $L = 30$ мкГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $S = 0{,}01$ м^2 и расстоянием между ними $d = 0{,}1$ мм. Найти диэлектрическую проницаемость ε среды, заполняющей

пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны $\lambda=750$ м.

14.5. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=25$ нФ и катушки с индуктивностью $L=1{,}015$ Гн. Обкладки конденсатора имеют заряд $q=2{,}5$ мкКл. Написать уравнение (с числовыми коэффициентами) изменения разности потенциалов U на обкладках конденсатора и тока I в цепи. Найти разность потенциалов на обкладках конденсатора и ток в цепи в моменты времени $T/8$, $T/4$ и $T/2$. Построить графики этих зависимостей в пределах одного периода.

14.6. Для колебательного контура предыдущей задачи написать уравнение (с числовыми коэффициентами) изменения со временем t энергии электрического поля $W_{эл}$, энергии магнитного поля $W_м$ и полной энергии поля W. Найти энергию электрического поля, энергию магнитного поля и полную энергию поля в моменты времени $T/8$, $T/4$ и $T/2$. Построить графики этих зависимостей в пределах одного периода.

14.7. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре имеет вид $U=50\cos 10^4\pi t$ В. Емкость конденсатора $C=0{,}1$ мкФ. Найти период T колебаний, индуктивность L контура, закон изменения со временем t тока I в цепи и длину волны λ, соответствующую этому контуру.

14.8. Уравнение изменения со временем тока в колебательном контуре имеет вид $I=-0{,}02\sin 400\pi t$ А. Индуктивность контура $L=1$ Гн. Найти период T колебаний, емкость C контура, максимальную энергию $W_м$ магнитного поля и максимальную энергию $W_{эл}$ электрического поля.

14.9. Найти отношение энергии $W_м/W_{эл}$ магнитного поля колебательного контура к энергии его электрического поля для момента времени $T/8$.

14.10. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=7$ мкФ и катушки с индуктивностью $L=0{,}23$ Гн и сопротивлением $R=40$ Ом. Обкладки конденсатора имеют заряд $q=0{,}56$ мКл. Найти период T колебаний контура и логарифмический декремент затухания $\varkappa$ колебаний. Написать уравнение изменения со временем t разности потенциалов U на обкладках конденсатора. Найти разность потенциалов в моменты времени, равные: $T/2$, T, $3T/2$ и $2T$. Построить график $U=f(t)$ в пределах двух периодов.

14.11. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=0{,}2$ мкФ и катушки с индуктивностью $L=$

$=5{,}07$ мГн. При каком логарифмическом декременте затухания $\varkappa$ разность потенциалов на обкладках конденсатора за время $t=1$ мс уменьшится в три раза? Каково при этом сопротивление R контура?

14.12. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=405$ нФ, катушки с индуктивностью $L=10$ мГн и сопротивления $R=2$ Ом. Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за один период колебаний?

14.13. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=2{,}22$ нФ и катушки длиной $l=20$ см из медной проволоки диаметром $d=0{,}5$ мм. Найти логарифмический декремент затухания $\varkappa$ колебаний.

14.14. Колебательный контур имеет емкость $C=1{,}1$ нФ и индуктивность $L=5$ мГн. Логарифмический декремент затухания $\varkappa=0{,}005$. За какое время вследствие затухания потеряется 99% энергии контура?

14.15. Колебательный контур состоит из конденсатора и катушки длиной $l=40$ см из медной проволоки, площадь поперечного сечения которой $s=0{,}1$ мм^2. Найти емкость конденсатора C, если, вычисляя период колебаний контура по приближенной формуле $T=2\pi\sqrt{LC}$, мы допускаем ошибку $\varepsilon=1\%$. Указание. Учесть, что ошибка $\varepsilon=(T_2-T_1)/T_2$, где T_1 — период колебаний, найденный по приближенной формуле, а T_2 — период колебаний, найденный по точной формуле.

14.16. Катушка длиной $l=50$ см и площадью поперечного сечения $S=10$ см^2 включена в цепь переменного тока частотой $\nu=50$ Гц. Число витков катушки $N=3000$. Найти сопротивление R катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi=60°$.

14.17. Обмотка катушки состоит из $N=500$ витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой $s=1$ мм^2. Длина катушки $l=50$ см, ее диаметр $D=5$ см. При какой частоте ν переменного тока полное сопротивление Z катушки вдвое больше ее активного сопротивления R?

14.18. Два конденсатора с емкостями $C_1=0{,}2$ мкФ и $C_2=0{,}1$ мкФ включены последовательно в цепь переменного тока напряжением $U=220$ В и частотой $\nu=50$ Гц. Найти ток I в цепи и падения потенциала U_{C1} и U_{C2} на первом и втором конденсаторах.

14.19. Катушка длиной $l=25$ см и радиусом $r=2$ см имеет обмотку из $N=1000$ витков медной проволоки,

площадь поперечного сечения которой $s=1$ мм^2. Катушка включена в цепь переменного тока частотой $\nu=50$ Гц. Какую часть полного сопротивления Z катушки составляют активное сопротивление R и индуктивное сопротивление X_L?

14.20. Конденсатор емкостью $C=20$ мкФ и резистор, сопротивление которого $R=150$ Ом, включены последовательно в цепь переменного тока частотой $\nu=50$ Гц. Какую часть напряжения U, приложенного к этой цепи, составляют падения напряжения на конденсаторе U_C и на резисторе U_R?

14.21. Конденсатор и электрическая лампочка соединены последовательно и включены в цепь переменного тока напряжением $U=440$ В и частотой $\nu=50$ Гц. Какую емкость C должен иметь конденсатор для того, чтобы через лампочку протекал ток $I=0{,}5$ А и падение потенциала на ней было равным $U_л=110$ В?

14.22. Катушка с активным сопротивлением $R=10$ Ом и индуктивностью L включена в цепь переменного тока напряжением $U=127$ В и частотой $\nu=50$ Гц. Найти индуктивность L катушки, если известно, что катушка поглощает мощность $P=400$ Вт и сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi=60°$.

14.23. Найти формулы для полного сопротивления цепи Z и сдвига фаз φ между напряжением и током при различных способах включения сопротивления R, емкости C и индуктивности L. Рассмотреть случаи: а) R и C включены последовательно; б) R и C включены параллельно; в) R и L включены последовательно; г) R и L включены параллельно; д) R, L и C включены последовательно.

14.24. Конденсатор емкостью $C=1$ мкФ и резистор с сопротивлением $R=3$ кОм включены в цепь переменного тока частотой $\nu=50$ Гц. Найти полное сопротивление Z цепи, если конденсатор и резистор включены: а) последовательно; б) параллельно.

14.25. В цепь переменного тока напряжением $U=220$ В и частотой $\nu=50$ Гц включены последовательно емкость $C=35{,}4$ мкФ, сопротивление $R=100$ Ом и индуктивность $L=0{,}7$ Гн. Найти ток I в цепи и падения напряжения U_C, U_R и U_L на емкости, сопротивлении и индуктивности.

14.26. Индуктивность $L=22{,}6$ мГн и сопротивление R включены параллельно в цепь переменного тока частотой $\nu=50$ Гц. Найти сопротивление R, если известно, что сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi=60°$.

14.27. Активное сопротивление R и индуктивность L соединены параллельно и включены в цепь переменного тока напряжением $U=127$ В и частотой $\nu=50$ Гц. Найти сопротивление R и индуктивность L, если известно, что цепь поглощает мощность $P=404$ Вт и сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi=60°$.

14.28. В цепь переменного тока напряжением $U=220$ В включены последовательно емкость C, сопротивление R и индуктивность L. Найти падение напряжения U_R на сопротивлении, если известно, что падение напряжения на конденсаторе $U_C=2U_R$, на индуктивности $U_L=3U_R$.

Глава V

ОПТИКА

ЕДИНИЦЫ СВЕТОВЫХ ВЕЛИЧИН

В табл. 17 приведены некоторые производные единицы световых величин в системе СИ.

За единицу светового потока принят люмен (лм) — световой поток, испускаемый внутри телесного угла один стерадиан точечным источником света силой одна кандела:

$$1 \text{ лм} = 1 \text{ кд} \cdot 1 \text{ ср}.$$

За единицу освещенности принят люкс (лк) — освещенность площадки один квадратный метр равномерно распределенным световым потоком один люмен:

$$1 \text{ лк} = 1 \text{ лм/м}^2.$$

Единицей светимости источника света является люмен на квадратный метр (лм/м^2) — светимость, соответствующая световому потоку один люмен, излучаемому площадкой один квадратный метр.

Таблица 17

Величина	Единица			Размерность величины
	определение	наименование	обозначение	
Световой поток	$d\Phi = I\, d\omega$	люмен	лм	J
Световая энергия	$dW = \Phi\, dt$	люмен-секунда	лм·с	TJ
Освещенность	$E = d\Phi/dS$	люкс	лк	$L^{-2}J$
Светимость	$R = d\Phi/dS$	люмен на квадратный метр	лм/м^2	$L^{-2}J$
Яркость	$B = dI/dS \cos\theta$	кандела на квадратный метр	кд/м^2	$L^{-2}J$
Световая экспозиция	$dH_э = E\, dt$	люкс-секунда	лк·с	$L^{-2}TJ$

Единицей яркости служит кандела на квадратный метр (кд/м²) — яркость равномерно светящейся плоской поверхности, дающей в нормальном к ней направлении силу света одна кандела с площадки один квадратный метр.

Примеры решения задач

Задача 1. Спираль электрической лампочки с силой света 1000 кд заключена в матовую сферическую колбу диаметром 20 см. Найти световой поток, излучаемый этим источником света, светимость и яркость источника света, а также освещенность, светимость и яркость экрана, на который падает 10% светового потока, излучаемого источником света. Коэффициент отражения света поверхностью экрана $\rho=0{,}8$. Площадь экрана равна 0,25 м². Считать, что поверхность экрана рассеивает свет по закону Ламберта.

Решение. Световой поток Φ, излучаемый во все стороны источником света, связан с силой света I этого источника соотношением

$$\Phi = 4\pi I.$$

У нас $I=10^3$ кд, следовательно, $\Phi=1{,}26\cdot 10^4$ лм.

Светимость источника света

$$R = \frac{\Phi}{S} = \frac{4\pi I}{4\pi r^2} = \frac{I}{r^2},$$

где r — радиус колбы. Подставляя числовые данные, найдем

$$R = \frac{1000}{(0{,}1)^2} = 10^5 \text{ лм/м}^2.$$

Яркость источника света

$$B = \frac{I}{\Delta S'},$$

где $\Delta S'$ — видимая площадка светящейся поверхности. У нас $\Delta S'=\pi r^2$, где r — радиус колбы, тогда

$$B = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{1000}{\pi (0{,}1)^2} = 3{,}18\cdot 10^4 \text{ кд/м}^2.$$

По условию на экран падает световой поток $\Phi_э=0{,}1\Phi=1{,}26\cdot 10^3$ лм. Тогда освещенность экрана

$$E = \frac{\Phi_э}{S_э} = \frac{1{,}26\cdot 10^3}{0{,}25} \text{ лм/м}^2 \approx 5\cdot 10^3 \text{ лк}.$$

Светимость экрана

$$R = \rho \frac{\Phi_э}{S_э} = \rho E = 0{,}8 \cdot 5 \cdot 10^3 \text{ лм/м}^2 = 4 \cdot 10^3 \text{ лм/м}^2.$$

Яркость экрана

$$B = \frac{R}{\pi} = 1{,}3 \cdot 10^3 \text{ кд/м}^2.$$

Задача 2. Абсолютно черное тело поддерживается при постоянной температуре 1000 К. Поверхность тела равна 250 см². Найти мощность излучения этого тела.

Решение. По закону Стефана — Больцмана энергетическая светимость, т. е. энергия, излучаемая в единицу времени единицей поверхности абсолютно черного тела,

$$R_э = \sigma T^4,$$

а вся излучаемая энергия

$$W = S\tau R_э = S\tau\sigma T^4,$$

где S — поверхность абсолютно черного тела, τ — время излучения, σ — постоянная Стефана — Больцмана и T — термодинамическая температура тела. Мощность излучения

$$N = \frac{W}{\tau} = S\sigma T^4.$$

У нас $S = 250$ см$^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ м^2, $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2 \cdot$ К^4) и $T = 1000$ К. Подставляя эти данные, получим $N = 1{,}42 \times 10^3$ Вт $= 1{,}42$ кВт.

§ 15. Геометрическая оптика и фотометрия

Для сферического зеркала оптическая сила D определяется формулой

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{2}{R} = \frac{1}{F} = D,$$

где a_1 и a_2 — расстояния предмета и изображения от зеркала, R — радиус кривизны зеркала, F — его фокусное расстояние.

Расстояния, отсчитываемые от зеркала по лучу, считаются положительными, а против луча — отрицательными. Если F выражено в метрах, то D выразится в диоптриях (дптр): 1 дптр $= 1$ м$^{-1}$.

При переходе луча из одной среды в другую имеет место закон преломления света

$$\frac{\sin i}{\sin \beta} = n = \frac{v_1}{v_2},$$

где i — угол падения, β — угол преломления, n — показатель преломления второй среды относительно первой, v_1 и v_2 — скорости распространения света в первой и во второй средах.

Для тонкой линзы, помещенной в однородную среду, оптическая сила D определяется формулой

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{1}{F}=D,$$

где a_1 и a_2 — расстояния предмета и изображения от линзы, n — показатель преломления материала линзы, R_1 и R_2 — радиусы кривизны линзы. Правило знаков для линз такое же, как и для зеркал. Оптическая сила двух тонких линз, сложенных вместе,

$$D=D_1+D_2,$$

где D_1 и D_2 — оптические силы линз.

Поперечное линейное увеличение в зеркалах и линзах определяется формулой

$$k=\frac{y_2}{y_1}=\frac{a_2}{a_1},$$

где y_1 — высота предмета и y_2 — высота изображения.

Увеличение лупы

$$k=\frac{L}{F},$$

где L — расстояние наилучшего зрения и F — фокусное расстояние лупы.

Увеличение микроскопа

$$k=LdD_1D_2,$$

где L — расстояние наилучшего зрения, d — расстояние между фокусами объектива и окуляра, D_1 и D_2 — оптические силы объектива и окуляра.

Увеличение телескопа

$$k=\frac{F_1}{F_2},$$

где F_1 и F_2 — фокусные расстояния объектива и окуляра.

Световой поток Φ определяется энергией, переносимой световыми волнами через данную площадь в единицу времени:

$$\Phi=\frac{dW}{dt}.$$

Сила света I численно равна световому потоку, приходящемуся на единицу телесного угла:

$$I=\frac{d\Phi}{d\omega},$$

Освещенность E характеризуется световым потоком, приходящимся на единицу площади:

$$E = \frac{d\Phi}{dS}.$$

Точечный источник силой света I создает на площадке, отстоящей от него на расстоянии r, освещенность

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha,$$

где α — угол падения лучей.

Светимость R численно равна световому потоку, испускаемому единицей площади светящегося тела:

$$R = \frac{d\Phi}{dS};$$

Если светимость тела обусловлена его освещенностью, то

$$R = \rho E,$$

где ρ — коэффициент отражения.

Яркостью B светящейся поверхности называется величина, численно равная отношению силы света с элемента излучающей поверхности к площади проекции этого элемента на плоскость, перпендикулярную к направлению наблюдения (т. е. к видимой поверхности элемента):

$$B = \frac{dI}{dS \cos \theta},$$

где θ — угол между нормалью к элементу поверхности и направлением наблюдения.

Если тело излучает по закону Ламберта, т. е. если яркость не зависит от направления, то светимость R и яркость B связаны соотношением

$$R = \pi B.$$

15.1. Горизонтальный луч света падает на вертикально расположенное зеркало. Зеркало поворачивается на угол α около вертикальной оси. На какой угол ϑ повернется отраженный луч?

15.2. Радиус кривизны вогнутого зеркала $R = 20$ см. На расстоянии $a_1 = 30$ см от зеркала поставлен предмет высотой $y_1 = 1$ см. Найти положение и высоту y_2 изображения. Дать чертеж.

15.3. На каком расстоянии a_2 от зеркала получится изображение предмета в выпуклом зеркале с радиусом кривизны $R = 40$ см, если предмет помещен на расстоянии $a_1 = 30$ см от зеркала? Какова будет высота y_2 изображения,

если предмет имеет высоту $y_1=2$ см? Проверить вычисления, сделав чертеж на миллиметровой бумаге.

15.4. Выпуклое зеркало имеет радиус кривизны $R=60$ см. На расстоянии $a_1=10$ см от зеркала поставлен предмет высотой $y_1=2$ см. Найти положение и высоту y_2 изображения. Дать чертеж.

15.5. В вогнутом зеркале с радиусом кривизны $R=40$ см хотят получить действительное изображение, высота которого вдвое меньше высоты самого предмета. Где нужно поставить предмет и где получится изображение?

15.6. Высота изображения предмета в вогнутом зеркале вдвое больше высоты самого предмета. Расстояние между предметом и изображением $a_1+a_2=15$ см. Найти фокусное расстояние F и оптическую силу D зеркала.

15.7. Перед вогнутым зеркалом на главной оптической оси перпендикулярно к ней на расстоянии $a_1=4F/3$ от зеркала поставлена горящая свеча. Изображение свечи в вогнутом зеркале попадает на выпуклое зеркало с фокусным расстоянием $F'=2F$. Расстояние между зеркалами $d=3F$, их оси совпадают. Изображение свечи в первом зеркале играет роль мнимого предмета по отношению ко второму зеркалу и дает действительное изображение, расположенное между обоими зеркалами. Построить это изображение и найти общее линейное увеличение k системы.

15.8. Где будет находиться и какой размер y_2 будет иметь изображение Солнца, получаемое в рефлекторе, радиус кривизны которого $R=16$ м?

15.9. Если на зеркало падает пучок света, ширина которого определяется углом α (рис. 62), то луч, идущий параллельно главной оптической оси и падающий на край зеркала, после отражения от него пересечет оптическую ось уже не в фокусе, а на некотором расстоянии AF от фокуса. Расстояние $x=AF$ называется продольной сферической аберрацией, расстояние $y=FH$ — поперечной сферической аберрацией. Вывести формулы, связывающие эти аберрации с углом α и радиусом кривизны зеркала R.

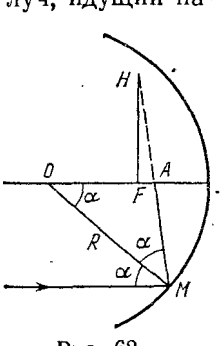


Рис. 62.

15.10. Вогнутое зеркало с диаметром отверстия $d=40$ см имеет радиус кривизны $R=60$ см. Найти продольную x и поперечную y сферическую аберрацию краевых лучей, параллельных главной оптической оси.

15.11. Имеется вогнутое зеркало с фокусным расстоянием $F=20$ см. На каком наибольшем расстоянии h от главной оптической оси должен находиться предмет, чтобы продольная сферическая аберрация x составляла не больше 2% фокусного расстояния F?

15.12. Луч света падает под углом $i=30°$ на плоскопараллельную стеклянную пластинку и выходит из нее параллельно первоначальному лучу. Показатель преломления стекла $n=1{,}5$. Какова толщина d пластинки, если расстояние между лучами $l=1{,}94$ см?

15.13. На плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной $d=1$ см падает луч света под углом $i=60°$. Показатель преломления стекла $n=1{,}73$. Часть света отражается, а часть, преломляясь, проходит в стекло, отражается от нижней поверхности пластинки и, преломляясь вторично, выходит обратно в воздух параллельно первому отраженному лучу. Найти расстояние l между лучами.

15.14. Луч света падает под углом i на тело с показателем преломления n. Как должны быть связаны между собой величины i и n, чтобы отраженный луч был перпендикулярен к преломленному?

15.15. Показатель преломления стекла $n=1{,}52$. Найти предельный угол полного внутреннего отражения β для поверхности раздела: а) стекло — воздух; б) вода — воздух; в) стекло — вода.

15.16. В каком направлении пловец, нырнувший в воду, видит заходящее Солнце?

15.17. Луч света выходит из скипидара в воздух. Предельный угол полного внутреннего отражения для этого луча $\beta=42°23'$. Найти скорость v_1 распространения света в скипидаре.

15.18. На стакан, наполненный водой, положена стеклянная пластинка. Под каким углом i должен падать на пластинку луч света, чтобы от поверхности раздела вода — стекло произошло полное внутреннее отражение? Показатель преломления стекла $n_1=1{,}5$.

15.19. На дно сосуда, наполненного водой до высоты $h=10$ см, помещен точечный источник света. На поверхности воды плавает круглая непрозрачная пластинка так, что ее центр находится над источником света. Какой наименьший радиус r должна иметь эта пластинка, чтобы ни один луч не мог выйти через поверхность воды?

15.20. При падении белого света под углом $i=45°$ на стеклянную пластинку углы преломления β лучей различных длин волн получились следующие:

λ, нм	759	687	589	486	397
β	24°2′	23°57′	23°47′	23°27′	22°57′

Построить график зависимости показателя преломления n материала пластинки от длины волны λ.

15.21. Показатели преломления некоторого сорта стекла для красного и фиолетового лучей равны $n_{кр}=1{,}51$ и $n_{ф}=1{,}53$. Найти предельные углы полного внутреннего отражения $\beta_{кр}$ и $\beta_{ф}$ при падении этих лучей на поверхность раздела стекло — воздух.

15.22. Что произойдет при падении белого луча под углом $i=41°$ на поверхность раздела стекло — воздух, если взять стекло предыдущей задачи? (Воспользоваться результатами решения предыдущей задачи.)

15.23. Монохроматический луч падает нормально на боковую поверхность призмы, преломляющий угол которой $\gamma=40°$. Показатель преломления материала призмы для этого луча $n=1{,}5$. Найти угол отклонения δ луча, выходящего из призмы, от первоначального направления.

15.24. Монохроматический луч падает нормально на боковую поверхность призмы и выходит из нее отклоненным на угол $\delta=25°$. Показатель преломления материала призмы для этого луча $n=1{,}7$. Найти преломляющий угол γ призмы.

15.25. Преломляющий угол равнобедренной призмы $\gamma=10°$. Монохроматический луч падает на боковую грань под углом $i=10°$. Показатель преломления материала призмы для этого луча $n=1{,}6$. Найти угол отклонения δ луча от первоначального направления.

15.26. Преломляющий угол призмы $\gamma=45°$. Показатель преломления материала призмы для некоторого монохроматического луча $n=1{,}6$. Каков должен быть наибольший угол падения i этого луча на призму, чтобы при выходе луча из нее не наступило полное внутреннее отражение?

15.27. Пучок света скользит вдоль боковой грани равнобедренной призмы. При каком предельном преломляющем угле γ призмы преломленные лучи претерпят полное внутреннее отражение на второй боковой грани? Показатель преломления материала призмы для этих лучей $n=1{,}6$.

15.28. Монохроматический луч падает на боковую поверхность прямоугольной равнобедренной призмы. Войдя

в призму, луч претерпевает полное внутреннее отражение от основания призмы и выходит через вторую боковую поверхность призмы. Каким должен быть наименьший угол падения i луча на призму, чтобы еще происходило полное внутреннее отражение? Показатель преломления материала призмы для этого луча $n=1{,}5$.

15.29. Монохроматический луч падает на боковую поверхность равнобедренной призмы и после преломления идет в призме параллельно ее основанию. Выйдя из призмы, он оказывается отклоненным на угол δ от своего первоначального направления. Найти связь между преломляющим углом призмы γ, углом отклонения луча δ и показателем преломления для этого луча n.

15.30. Луч белого света падает на боковую поверхность равнобедренной призмы под таким углом, что красный луч выходит из нее перпендикулярно к второй грани. Найти углы отклонения $\delta_{кр}$ и $\delta_{ф}$ красного и фиолетового лучей от первоначального направления, если преломляющий угол призмы $\gamma=45°$. Показатели преломления материала призмы для красного и фиолетового лучей равны $n_{кр}=1{,}37$ и $n_{ф}=1{,}42$.

15.31. Найти фокусное расстояние F_1 кварцевой линзы для ультрафиолетовой линии спектра ртути ($\lambda_1=259$ нм), если фокусное расстояние для желтой линии натрия ($\lambda_2=589$ нм) $F_2=16$ см. Показатели преломления кварца для этих длин волн равны $n_1=1{,}504$ и $n_2=1{,}458$.

15.32. Найти фокусное расстояние F для следующих линз: а) линза двояковыпуклая: $R_1=15$ см и $R_2=-25$ см; б) линза плоско-выпуклая: $R_1=15$ см и $R_2=\infty$; в) линза вогнуто-выпуклая (положительный мениск): $R_1=15$ см и $R_2=25$ см; г) линза двояковогнутая: $R_1=-15$ см и $R_2=25$ см; д) линза плоско-вогнутая: $R_1=\infty$; $R_2=-15$ см; е) линза выпукло-вогнутая (отрицательный мениск): $R_1=25$ см, $R_2=15$ см. Показатель преломления материала линзы $n=1{,}5$.

15.33. Из двух стекол с показателями преломления $n_1=1{,}5$ и $n_2=1{,}7$ сделаны две одинаковые двояковыпуклые линзы. Найти отношение F_1/F_2 их фокусных расстояний. Какое действие каждая из этих линз произведет на луч, параллельный оптической оси, если погрузить линзы в прозрачную жидкость с показателем преломления $n=1{,}6$?

15.34. Радиусы кривизны поверхностей двояковыпуклой линзы $R_1=R_2=50$ см. Показатель преломления материала линзы $n=1{,}5$. Найти оптическую силу D линзы.

15.35. На расстоянии $a_1=15$ см от двояковыпуклой линзы, оптическая сила которой $D=10$ дптр, поставлен перпендикулярно к оптической оси предмет высотой $y_1=2$ см. Найти положение и высоту y_2 изображения. Дать чертеж.

15.36. Доказать, что в двояковыпуклой линзе с равными радиусами кривизны поверхностей и с показателем преломления $n=1{,}5$ фокусы совпадают с центрами кривизны.

15.37. Линза с фокусным расстоянием $F=16$ см дает резкое изображение предмета при двух положениях, расстояние между которыми $d=6$ см. Найти расстояние a_1+a_2 от предмета до экрана.

15.38. Двояковыпуклая линза с радиусами кривизны поверхностей $R_1=R_2=12$ см поставлена на таком расстоянии от предмета, что изображение на экране получилось в k раз больше предмета. Найти расстояние a_1+a_2 от предмета до экрана, если: а) $k=1$; б) $k=20$; в) $k=0{,}2$. Показатель преломления материала линзы $n=1{,}5$.

15.39. Линза предыдущей задачи погружена в воду. Найти ее фокусное расстояние F.

15.40. Решить предыдущую задачу при условии, что линза погружена в сероуглерод.

15.41. Найти фокусное расстояние F_2 линзы, погруженной в воду, если ее фокусное расстояние в воздухе $F_1=20$ см. Показатель преломления материала линзы $n=1{,}6$.

15.42. Плоско-выпуклая линза с радиусом кривизны $R=30$ см и показателем преломления $n=1{,}5$ дает изображение предмета с увеличением $k=2$. Найти расстояния a_1 и a_2 предмета и изображения от линзы. Дать чертеж.

15.43. Найти продольную хроматическую аберрацию двояковыпуклой линзы из флинтгласа с радиусами кривизны $R_1=R_2=8$ см. Показатели преломления флинтгласа для красного ($\lambda_{кр}=760$ нм) и фиолетового ($\lambda_ф=430$ нм) лучей равны $n_{кр}=1{,}5$ и $n_ф=1{,}8$.

15.44. На расстоянии $a_1=40$ см от линзы предыдущей задачи на оптической оси находится светящаяся точка. Найти положение изображения этой точки, если она испускает монохроматический свет с длиной волны: а) $\lambda_1=760$ нм; б) $\lambda_2=430$ нм.

15.45. В фокальной плоскости двояковыпуклой линзы расположено плоское зеркало. Предмет находится перед линзой между фокусом и двойным фокусным расстоянием. Построить изображение предмета.

15.46. Найти увеличение k, даваемое лупой с фокусным расстоянием $F=2$ см, для: а) нормального глаза с расстоя-

нием наилучшего зрения $L=25$ см; б) близорукого глаза с расстоянием наилучшего зрения $L=15$ см.

15.47. Какими должны быть радиусы кривизны $R_1=R_2$ поверхностей лупы, чтобы она давала увеличение для нормального глаза $k=10$? Показатель преломления стекла, из которого сделана лупа, $n=1{,}5$.

15.48. Зрительная труба с фокусным расстоянием $F=50$ см установлена на бесконечность. После того как окуляр трубы передвинули на некоторое расстояние, стали ясно видны предметы, удаленные от объектива на расстояние $a=50$ м. На какое расстояние d передвинули окуляр при наводке?

15.49. Микроскоп состоит из объектива с фокусным расстоянием $F_1=2$ мм и окуляра с фокусным расстоянием $F_2=40$ мм. Расстояние между фокусами объектива и окуляра $d=18$ см. Найти увеличение k, даваемое микроскопом.

15.50. Картину площадью $S=2\times 2$ м^2 снимают фотоаппаратом, установленным от нее на расстоянии $a=4{,}5$ м. Изображение получилось размером $s=5\times 5$ см^2. Найти фокусное расстояние F объектива аппарата. Расстояние от картины до объектива считать большим по сравнению с фокусным расстоянием.

15.51. Телескоп имеет объектив с фокусным расстоянием $F_1=150$ см и окуляр с фокусным расстоянием $F_2=10$ см. Под каким углом зрения ϑ видна полная Луна в этот телескоп, если невооруженным глазом она видна под углом $\vartheta_0=31'$?

15.52. При помощи двояковыпуклой линзы, имеющей диаметр $D=9$ см и фокусное расстояние $F=50$ см, изображение Солнца проектируется на экран. Каким получается диаметр d изображения Солнца, если угловой диаметр Солнца $\alpha=32'$? Во сколько раз освещенность, создаваемая изображением Солнца, будет больше освещенности, вызываемой Солнцем непосредственно?

15.53. Свет от электрической лампочки с силой света $I=200$ кд падает под углом $\alpha=45°$ на рабочее место, создавая освещенность $E=141$ лк. На каком расстоянии r от рабочего места находится лампочка? На какой высоте h от рабочего места она висит?

15.54. Лампа, подвешенная к потолку, дает в горизонтальном направлении силу света $I=60$ кд. Какой световой поток Φ падает на картину площадью $S=0{,}5$ м^2, висящую вертикально на стене на расстоянии $r=2$ м от лампы, если на противоположной стене находится большое зеркало на расстоянии $a=2$ м от лампы?

15.55. Большой чертеж фотографируют сначала целиком, затем отдельные его детали в натуральную величину. Во сколько раз надо увеличить время экспозиции при фотографировании деталей?

15.56. 21 марта, в день весеннего равноденствия, на Северной Земле Солнце стоит в полдень под углом $\alpha=10^\circ$ к горизонту. Во сколько раз освещенность площадки, поставленной вертикально, будет больше освещенности горизонтальной площадки?

15.57. В полдень во время весеннего и осеннего равноденствия Солнце стоит на экваторе в зените. Во сколько раз в это время освещенность поверхности Земли на экваторе больше освещенности поверхности Земли в Ленинграде? Широта Ленинграда $\varphi=60^\circ$.

15.58. В центре квадратной комнаты площадью $S=25$ м^2 висит лампа. На какой высоте h от пола должна находиться лампа, чтобы освещенность в углах комнаты была наибольшей?

15.59. Над центром круглого стола диаметром $D=2$ м висит лампа с силой света $I=100$ кд. Найти изменение освещенности E края стола при постепенном подъеме лампы в интервале $0{,}5\leqslant h\leqslant 0{,}9$ м через каждые 0,1 м. Построить график $E=f(h)$.

15.60. В центре круглого стола диаметром $D=1{,}2$ м стоит настольная лампа из одной электрической лампочки, расположенной на высоте $h_1=40$ см от поверхности стола. Над центром стола на высоте $h_2=2$ м от его поверхности висит люстра из четырех таких же лампочек. В каком случае получится бо́льшая освещенность на краю стола (и во сколько раз): когда горит настольная лампа или когда горит люстра?

15.61. Предмет при фотографировании освещается электрической лампой, расположенной от него на расстоянии $r_1=2$ м. Во сколько раз надо увеличить время экспозиции, если эту же лампу отодвинуть на расстояние $r_2=3$ м от предмета?

15.62. Найти освещенность E на поверхности Земли, вызываемую нормально падающими солнечными лучами. Яркость Солнца $B=1{,}2\cdot 10^9$ кд/м^2.

15.63. Спираль электрической лампочки с силой света $I=100$ кд заключена в матовую сферическую колбу диаметром: а) $d=5$ см; б) $d=10$ см. Найти светимость R и яркость B лампы. Потерей света в оболочке колбы пренебречь.

15.64. Лампа, в которой светящим телом служит накаленный шарик диаметром $d=3$ мм, дает силу света $I=85$ кд.

Найти яркость B лампы, если сферическая колба лампы сделана: а) из прозрачного стекла; б) из матового стекла. Диаметр колбы $D=6$ см.

15.65. Какую освещенность E дает лампа предыдущей задачи на расстоянии $r=5$ м при нормальном падении света?

15.66. На лист белой бумаги площадью $S=20\times 30$ см^2 перпендикулярно к поверхности падает световой поток $\Phi=120$ лм. Найти освещенность E, светимость R и яркость B бумажного листа, если коэффициент отражения $\rho=0{,}75$.

15.67. Какова должна быть освещенность E листа бумаги в предыдущей задаче, чтобы его яркость была равна $B=10^4$ кд/м^2?

15.68. Лист бумаги площадью $S=10\times 30$ см^2 освещается лампой с силой света $I=100$ кд, причем на него падает 0,5% всего посылаемого лампой света. Найти освещенность E листа бумаги.

15.69. Электрическая лампа с силой света $I=100$ кд посылает во все стороны в единицу времени $W_\tau=122$ Дж/мин световой энергии. Найти механический эквивалент света K и к. п. д. η световой отдачи, если лампа потребляет мощность $N=100$ Вт.

§ 16. Волновая оптика

По принципу Доплера частота ν' света, воспринимаемая регистрирующим прибором, связана с частотой ν, посылаемой источником света, соотношением

$$\nu'=\nu\sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}},$$

где v — скорость регистрирующего прибора относительно источника, c — скорость распространения света. Положительное значение v соответствует удалению источника света. При $v\ll c$ формулу приближенно можно представить в виде

$$\nu'\approx\nu\frac{1}{1+v/c}=\frac{\nu c}{c+v}.$$

Расстояние между интерференционными полосами на экране, расположенном параллельно двум когерентным источникам света,

$$l=\frac{L}{d}\lambda,$$

где λ — длина волны света, L — расстояние от экрана до источников света, отстоящих друг от друга на расстоянии d (при этом $L\gg d$).

Результат интерференции света в плоскопараллельных пластинках (в проходящем свете) определяется формулами:

усиление света

$$2hn\cos\beta = 2k\frac{\lambda}{2} \qquad (k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots),$$

ослабление света

$$2hn\cos\beta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots),$$

где h — толщина пластинки, n — показатель преломления, β — угол преломления, λ — длина волны света. В отраженном свете условия усиления и ослабления света обратны условиям в проходящем свете.

Радиусы светлых колец Ньютона (в проходящем свете) определяются формулой

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \qquad (k=1,\ 2,\ \ldots);$$

радиусы темных колец

$$r_k = \sqrt{(2k-1)\,R\,\frac{\lambda}{2}} \qquad (k=1,\ 2,\ \ldots),$$

где R — радиус кривизны линзы. В отраженном свете расположение светлых и темных колец обратно их расположению в проходящем свете.

Положение минимумов освещенности при дифракции от щели, на которую нормально падает пучок параллельных лучей, определяется условием

$$a\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad (k=1,\ 2,\ 3,\ \ldots),$$

где a — ширина щели, φ — угол дифракции, λ — длина волны падающего света.

В дифракционной решетке максимумы света наблюдаются в направлениях, составляющих с нормалью к решетке угол φ, удовлетворяющий соотношению (при условии, что свет падает на решетку нормально)

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad (k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots),$$

где d — постоянная решетки, φ — угол дифракции, λ — длина волны падающего света и k — порядок спектра. Постоянная решетки $d=1/N_0$, где N_0 — число щелей решетки, приходящееся на единицу длины решетки.

Разрешающая способность дифракционной решетки определяется формулой

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где N — общее число щелей решетки, k — порядок спектра, λ и $\lambda+\Delta\lambda$ — длины волн двух близких спектральных линий, еще разрешаемых решеткой.

Угловой дисперсией дифракционной решетки называется величина

$$\frac{d\varphi}{d\lambda}.$$

Линейной дисперсией дифракционной решетки называется величина

$$D=F\frac{d\varphi}{d\lambda},$$

где F — фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран.

При отражении естественного света от диэлектрического зеркала имеют место формулы Френеля

$$I_{\perp}=0{,}5I_0\left[\frac{\sin(i-\beta)}{\sin(i+\beta)}\right]^2, \quad I_{\parallel}=0{,}5I_0\left[\frac{\operatorname{tg}(i-\beta)}{\operatorname{tg}(i+\beta)}\right]^2,$$

где $I_{\perp}$ — интенсивность световых колебаний в отраженном луче, совершающихся в направлении, перпендикулярном к плоскости падения света, $I_{\parallel}$ — интенсивность световых колебаний в отраженном луче, совершающихся в направлении, параллельном плоскости падения света, I_0 — интенсивность падающего естественного света, i — угол падения, β — угол преломления.

Если $i+\beta=90°$, то $I_{\parallel}=0$. В этом случае угол падения $i_{\text{Б}}$ и показатель преломления n диэлектрического зеркала связаны соотношением

$$\operatorname{tg} i_{\text{Б}}=n \quad \text{(закон Брюстера)}.$$

Интенсивность света, прошедшего через поляризатор и анализатор,

$$I=I_0\cos^2\varphi \quad \text{(закон Малюса)},$$

где φ — угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, I_0 — интенсивность света, прошедшего через поляризатор.

16.1. При фотографировании спектра Солнца было найдено, что желтая спектральная линия ($\lambda=589$ нм) в спектрах, полученных от левого и правого краев Солнца, была смещена на $\Delta\lambda=0{,}008$ нм. Найти скорость v вращения солнечного диска.

16.2. Какая разность потенциалов U была приложена между электродами гелиевой разрядной трубки, если при наблюдении вдоль пучка α-частиц максимальное доплеровское смещение линии гелия ($\lambda=492{,}2$ нм) получилось равным $\Delta\lambda=0{,}8$ нм?

16.3. При фотографировании спектра звезды ε Андромеды было найдено, что линия титана (λ=495,4 нм) смещена к фиолетовому концу спектра на $\Delta\lambda$=0,17 нм. Как движется звезда относительно Земли?

16.4. Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юнга, если зеленый светофильтр (λ_1=500 нм) заменить красным (λ_2=650 нм)?

16.5. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом (λ=600 нм). Расстояние между отверстиями d=1 мм, расстояние от отверстий до экрана L=3 м. Найти положение трех первых светлых полос.

16.6. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света d=0,5 мм, расстояние до экрана L=5 м. В зеленом свете получились интерференционные полосы, расположенные на расстоянии l=5 мм друг от друга. Найти длину волны λ зеленого света.

16.7. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое пятой светлой полосой (не считая центральной). Луч падает перпендикулярно к поверхности пластинки. Показатель преломления пластинки n=1,5. Длина волны λ=600 нм. Какова толщина h пластинки?

16.8. В опыте Юнга стеклянная пластинка толщиной h=12 см помещается на пути одного из интерферирующих лучей перпендикулярно к лучу. На сколько могут отличаться друг от друга показатели преломления в различных местах пластинки, чтобы изменение разности хода от этой неоднородности не превышало Δ=1 мкм?

16.9. На мыльную пленку падает белый свет под углом i=45° к поверхности планки. При какой наименьшей толщине h пленки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет (λ=600 нм)? Показатель преломления мыльной воды n=1,33.

16.10. Мыльная пленка, расположенная вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. При наблюдении интерференционных полос в отраженном свете ртутной дуги (λ=546,1 нм) оказалось, что расстояние между пятью полосами l=2 см. Найти угол γ клина. Свет падает перпендикулярно к поверхности пленки. Показатель преломления мыльной воды n=1,33.

16.11. Мыльная пленка, расположенная вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. Интерференция наблюдается в отраженном свете через красное стекло

(λ_1=631 нм). Расстояние между соседними красными полосами при этом l_1=3 мм. Затем эта же пленка наблюдается через синее стекло (λ_2=400 нм). Найти расстояние l_2 между соседними синими полосами. Считать, что за время измерений форма пленки не изменяется и свет падает перпендикулярно к поверхности пленки.

16.12. Пучок света (λ=582 нм) падает перпендикулярно к поверхности стеклянного клина. Угол клина $\gamma=20''$. Какое число k_0 темных интерференционных полос приходится на единицу длины клина? Показатель преломления стекла n=1,5.

16.13. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Наблюдение ведется в отраженном свете. Радиусы двух соседних темных колец равны r_k= =4,0 мм и r_{k+1}=4,38 мм. Радиус кривизны линзы R= =6,4 м. Найти порядковые номера колец и длину волны λ падающего света.

16.14. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы R= =8,6 м. Наблюдение ведется в отраженном свете. Измерениями установлено, что радиус четвертого темного кольца (считая центральное темное пятно за нулевое) r_4=4,5 мм. Найти длину волны λ падающего света.

16.15. Установка для получения колец Ньютона освещается белым светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы R=5 м. Наблюдение ведется в проходящем свете. Найти радиусы $r_с$ и $r_{кр}$ четвертого синего кольца ($\lambda_с$=400 нм) и третьего красного кольца ($\lambda_{кр}$=630 нм).

16.16. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы R=15 м. Наблюдение ведется в отраженном свете. Расстояние между пятым и двадцать пятым светлыми кольцами Ньютона l=9 мм. Найти длину волны λ монохроматического света.

16.17. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Наблюдение ведется в отраженном свете. Расстояние между вторым и двадцатым темными кольцами l_1=4,8 мм. Найти расстояние l_2 между третьим и шестнадцатым темными кольцами Ньютона.

16.18. Установка для получения колец Ньютона освещается светом от ртутной дуги, падающим по нормали к по-

верхности пластинки. Наблюдение ведется в проходящем свете. Какое по порядку светлое кольцо, соответствующее линии $\lambda_1=579{,}1$ нм, совпадает со следующим светлым кольцом, соответствующим линии $\lambda_2=577$ нм?

16.19. Установка для получения колец Ньютона освещается светом с длиной волны $\lambda=589$ нм, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R=10$ м. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Найти показатель преломления n жидкости, если радиус третьего светлого кольца в проходящем свете $r_3=3{,}65$ мм.

16.20. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda=600$ нм, падающим по нормали к поверхности пластинки. Найти толщину h воздушного слоя между линзой и стеклянной пластинкой в том месте, где наблюдается четвертое темное кольцо в отраженном свете.

16.21. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda=500$ нм, падающим по нормали к поверхности пластинки. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено водой. Найти толщину h слоя воды между линзой и пластинкой в том месте, где наблюдается третье светлое кольцо в отраженном свете.

16.22. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. После того как пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнили жидкостью, радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,25 раза. Найти показатель преломления n жидкости.

16.23. В опыте с интерферометром Майкельсона для смещения интерференционной картины на $k=500$ полос потребовалось переместить зеркало на расстояние $L=0{,}161$ мм. Найти длину волны λ падающего света.

16.24. Для измерения показателя преломления аммиака в одно из плечей интерферометра Майкельсона поместили откачанную трубку длиной $l=14$ см. Концы трубки закрыли плоскопараллельными стеклами. При заполнении трубки аммиаком интерференционная картина для длины волны $\lambda=590$ нм сместилась на $k=180$ полос. Найти показатель преломления n аммиака.

16.25. На пути одного из лучей интерферометра Жамена (рис. 63) поместили откачанную трубку длиной $l=10$ см. При заполнении трубки хлором интерференционная карти-

на для длины волны $\lambda=590$ нм сместилась на $k=131$ полосу. Найти показатель преломления n хлора.

16.26. Пучок белого света падает по нормали к поверхности стеклянной пластинки толщиной $d=0{,}4$ мкм. Показатель преломления стекла $n=1{,}5$. Какие длины волн λ, лежащие в пределах видимого спектра (от 400 до 700 нм), усиливаются в отраженном свете?

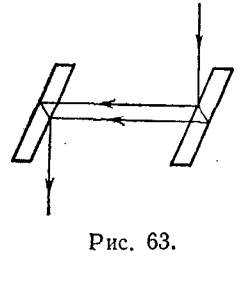


Рис. 63.

16.27. На поверхность стеклянного объектива ($n_1=1{,}5$) нанесена тонкая пленка, показатель преломления которой $n_2=1{,}2$ («просветляющая» пленка). При какой наименьшей толщине d этой пленки произойдет максимальное ослабление отраженного света в средней части видимого спектра?

16.28. Свет от монохроматического источника ($\lambda=600$ нм) падает нормально на диафрагму с диаметром отверстия $d=6$ мм. За диафрагмой на расстоянии $l=3$ м от нее находится экран. Какое число k зон Френеля укладывается в отверстии диафрагмы? Каким будет центр дифракционной картины на экране: темным или светлым?

16.29. Найти радиусы r_k первых пяти зон Френеля, если расстояние от источника света до волновой поверхности $a=1$ м, расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения $b=1$ м. Длина волны света $\lambda=500$ нм.

16.30. Найти радиусы r_k первых пяти зон Френеля для плоской волны, если расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения $b=1$ м. Длина волны света $\lambda=500$ нм.

16.31. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии l от точечного источника монохроматического света ($\lambda=600$ нм). На расстоянии $a=0{,}5l$ от источника помещена круглая непрозрачная преграда диаметром $D=1$ см. Найти расстояние l, если преграда закрывает только центральную зону Френеля.

16.32. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии $l=4$ м от точечного источника монохроматического света ($\lambda=500$ нм). Посередине между экраном и источником света помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком радиусе R отверстия центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным?

16.33. На диафрагму с диаметром отверстия $D=1{,}96$ мм падает нормально параллельный пучок монохроматического

света (λ=600 нм). При каком наибольшем расстоянии l между диафрагмой и экраном в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно?

16.34. На щель шириной a=2 мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света (λ=589 нм). Под какими углами φ будут наблюдаться дифракционные минимумы света?

16.35. На щель шириной a=20 мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света (λ=500 нм). Найти ширину A изображения щели на экране, удаленном от щели на расстояние l=1 м. Шириной изображения считать расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещенности.

16.36. На щель шириной $a=6\lambda$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ. Под каким углом φ будет наблюдаться третий дифракционный минимум света?

16.37. На дифракционную решетку падает нормально пучок света. Для того чтобы увидеть красную линию (λ=700 нм) в спектре этого порядка, зрительную трубу пришлось установить под углом $\varphi=30°$ к оси коллиматора. Найти постоянную d дифракционной решетки. Какое число штрихов N_0 нанесено на единицу длины этой решетки?

16.38. Какое число штрихов N_0 на единицу длины имеет дифракционная решетка, если зеленая линия ртути (λ=546,1 нм) в спектре первого порядка наблюдается под углом $\varphi=19°8'$?

16.39. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Натриевая линия (λ_1=589 нм) дает в спектре первого порядка угол дифракции $\varphi_1=17°8'$. Некоторая линия дает в спектре второго порядка угол дифракции $\varphi_2=24°12'$. Найти длину волны λ_2 этой линии и число штрихов N_0 на единицу длины решетки.

16.40. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки. Какова должна быть постоянная d дифракционной решетки, чтобы в направлении $\varphi=41°$ совпадали максимумы линий λ_1=656,3 нм и λ_2=410,2 нм?

16.41. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. При повороте трубы гониометра на угол φ в поле зрения видна линия λ_1=440 нм в спектре третьего порядка. Будут ли видны под этим же углом φ другие спектральные линии λ_2, соответствующие длинам волн в пределах видимого спектра (от 400 до 700 нм)?

16.42. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию λ_2 в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия (λ_1=670 нм) спектра второго порядка?

16.43. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. Сначала зрительная труба устанавливается на фиолетовые линии ($\lambda_ф$=389 нм) по обе стороны от центральной полосы в спектре первого порядка. Отсчеты по лимбу вправо от нулевого деления дали $\varphi_{ф1}=27°33'$ и $\varphi_{ф2}=36°27'$. После этого зрительная труба устанавливается на красные линии по обе стороны от центральной полосы в спектре первого порядка. Отсчеты по лимбу вправо от нулевого деления дали $\varphi_{кр1}=23°54'$ и $\varphi_{кр2}=40°6'$. Найти длину волны $\lambda_{кр}$ красной линии спектра гелия.

16.44. Найти наибольший порядок k спектра для желтой линии натрия (λ=589 нм), если постоянная дифракционной решетки d=2 мкм.

16.45. На дифракционную решетку нормально падает пучок монохроматического света. Максимум третьего порядка наблюдается под углом $\varphi=36°48'$ к нормали. Найти постоянную d решетки, выраженную в длинах волн падающего света.

16.46. Какое число максимумов k (не считая центрального) дает дифракционная решетка предыдущей задачи?

16.47. Зрительная труба гониометра с дифракционной решеткой поставлена под углом $\varphi=20°$ к оси коллиматора. При этом в поле зрения трубы видна красная линия спектра гелия ($\lambda_{кр}$=668 нм). Какова постоянная d дифракционной решетки, если под тем же углом видна и синяя линия ($\lambda_с$=447 нм) более высокого порядка? Наибольший порядок спектра, который можно наблюдать при помощи решетки, k=5. Свет падает на решетку нормально.

16.48. Какова должна быть постоянная d дифракционной решетки, чтобы в первом порядке были разрешены линии спектра калия λ_1=404,4 нм и λ_2=404,7 нм? Ширина решетки a=3 см.

16.49. Какова должна быть постоянная d дифракционной решетки, чтобы в первом порядке был разрешен дублет натрия λ_1=589 нм и λ_2=589,6 нм? Ширина решетки a=2,5 см.

16.50. Постоянная дифракционной решетки d=2 мкм. Какую разность длин волн $\Delta\lambda$ может разрешить эта решетка в области желтых лучей (λ=600 нм) в спектре второго порядка? Ширина решетки a=2,5 см.

16.51. Постоянная дифракционной решетки $d=2{,}5$ мкм. Найти угловую дисперсию $d\varphi/d\lambda$ решетки для $\lambda=589$ нм в спектре первого порядка.

16.52. Угловая дисперсия дифракционной решетки для $\lambda=668$ нм в спектре первого порядка $d\varphi/d\lambda=2{,}02\cdot10^5$ рад/м. Найти период d дифракционной решетки.

16.53. Найти линейную дисперсию D дифракционной решетки в условиях предыдущей задачи, если фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран, равно $F=40$ см.

16.54. На каком расстоянии l друг от друга будут находиться на экране две линии ртутной дуги ($\lambda_1=577$ нм и $\lambda_2=579{,}1$ нм) в спектре первого порядка, полученном при помощи дифракционной решетки? Фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран, $F=0{,}6$ м. Постоянная решетки $d=2$ мкм.

16.55. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Красная линия ($\lambda_1=630$ нм) видна в спектре третьего порядка под углом $\varphi=60°$. Какая спектральная линия λ_2 видна под этим же углом в спектре четвертого порядка? Какое число штрихов N_0 на единицу длины имеет дифракционная решетка? Найти угловую дисперсию $d\varphi/d\lambda$ этой решетки для длины волны $\lambda_1=630$ нм в спектре третьего порядка.

16.56. Для какой длины волны λ дифракционная решетка имеет угловую дисперсию $d\varphi/d\lambda=6{,}3\cdot10^5$ рад/м в спектре третьего порядка? Постоянная решетки $d=5$ мкм.

16.57. Какое фокусное расстояние F должна иметь линза, проектирующая на экран спектр, полученный при помощи дифракционной решетки, чтобы расстояние между двумя линиями калия $\lambda_1=404{,}4$ нм и $\lambda_2=404{,}7$ нм в спектре первого порядка было равным $l=0{,}1$ мм? Постоянная решетки $d=2$ мкм.

16.58. Найти угол $i_Б$ полной поляризации при отражении света от стекла, показатель преломления которого $n=1{,}57$.

16.59. Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества $i=45°$. Найти для этого вещества угол $i_Б$ полной поляризации.

16.60. Под каким углом $i_Б$ к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были наиболее полно поляризованы?

16.61. Найти показатель преломления n стекла, если при отражении от него света отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления $\beta=30°$.

16.62. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный ($n=1{,}5$) сосуд, и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризован при падении его на дно сосуда под углом $i_Б=42°37'$. Найти показатель преломления n жидкости. Под каким углом i должен падать на дно сосуда луч света, идущий в этой жидкости, чтобы наступило полное внутреннее отражение?

16.63. Пучок плоскополяризованного света ($\lambda=589$ нм) падает на пластинку исландского шпата перпендикулярно к его оптической оси. Найти длины волн λ_o и λ_e обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле, если показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и для необыкновенного лучей равны $n_o=1{,}66$ и $n_e=1{,}49$.

16.64. Найти угол φ между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, проходящего через поляризатор и анализатор, уменьшается в 4 раза.

16.65. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между их главными плоскостями равен φ. Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают 8% падающего на них света. Оказалось, что интенсивность луча, вышедшего из анализатора, равна 9% интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Найти угол φ.

16.66. Найти коэффициент отражения ρ естественного света, падающего на стекло ($n=1{,}54$) под углом $i_Б$ полной поляризации. Найти степень поляризации P лучей, прошедших в стекло.

16.67. Лучи естественного света проходят сквозь плоскопараллельную стеклянную пластинку ($n=1{,}54$), падая на нее под углом $i_Б$ полной поляризации. Найти степень поляризации P лучей, прошедших сквозь пластинку.

16.68. Найти коэффициент отражения ρ и степень поляризации P_1 отраженных лучей при падении естественного света на стекло ($n=1{,}5$) под углом $i=45°$. Какова степень поляризации P_2 преломленных лучей?

§ 17. Элементы теории относительности

Длина l тела, движущегося со скоростью v относительно некоторой системы отсчета, связана с длиной l_0 тела, неподвижного в этой системе, соотношением

$$l=l_0\sqrt{1-\beta^2},$$

где $\beta=v/c$, c — скорость распространения света.

Промежуток времени $\Delta\tau$ в системе, движущейся со скоростью v по отношению к наблюдателю, связан с промежутком времени $\Delta\tau_0$ в неподвижной для наблюдателя системе соотношением

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Зависимость массы m тела от скорости v его движения дается уравнением

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где m_0 — масса покоя этого тела.

Зависимость кинетической энергии тела от скорости v его движения дается уравнением

$$W_к = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right).$$

Изменение массы системы на Δm соответствует изменению энергии системы на

$$\Delta W = c^2\,\Delta m.$$

17.1. При какой относительной скорости v движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25%?

17.2. Какую скорость v должно иметь движущееся тело, чтобы его продольные размеры уменьшились в 2 раза?

17.3. Мезоны космических лучей достигают поверхности Земли с самыми разнообразными скоростями. Найти релятивистское сокращение размеров мезона, скорость которого равна 95% скорости света.

17.4. Во сколько раз увеличивается продолжительность существования нестабильной частицы по часам неподвижного наблюдателя, если она начинает двигаться со скоростью, составляющей 99% скорости света?

17.5. Мезон, входящий в состав космических лучей, движется со скоростью, составляющей 95% скорости света. Какой промежуток времени $\Delta\tau$ по часам неподвижного наблюдателя соответствует одной секунде «собственного времени» мезона?

17.6. На сколько увеличится масса α-частицы при ускорении ее от начальной скорости, равной нулю, до скорости, равной 0,9 скорости света?

17.7. Найти отношение e/m заряда электрона к его массе для скоростей: а) $v \ll c$; б) $v = 2\cdot10^8$ м/с; в) $v = 2{,}2\cdot10^8$ м/с; г) $v = 2{,}4\cdot10^8$ м/с; д) $v = 2{,}6\cdot10^8$ м/с; е) $v = 2{,}8\cdot10^8$ м/с. Составить таблицу и построить графики зависимостей m и e/m от величины $\beta = v/c$ для указанных скоростей.

17.8. При какой скорости v масса движущегося электрона вдвое больше его массы покоя?

17.9. До какой энергии $W_к$ можно ускорить частицы в циклотроне, если относительное увеличение массы частицы не должно превышать 5%? Задачу решить для: а) электронов; б) протонов; в) дейтонов.

17.10. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы его скорость составила 95% скорости света?

17.11. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти протон, чтобы его продольные размеры стали меньше в 2 раза?

17.12. Найти скорость v мезона, если его полная энергия в 10 раз больше энергии покоя.

17.13. Какую долю β скорости света должна составлять скорость частицы, чтобы ее кинетическая энергия была равна ее энергии покоя?

17.14. Синхрофазотрон дает пучок протонов с кинетической энергией $W_к = 10$ ГэВ. Какую долю β скорости света составляет скорость протонов в этом пучке?

17.15. Найти релятивистское сокращение размеров протона в условиях предыдущей задачи.

17.16. Циклотрон дает пучок электронов с кинетической энергией $W_к = 0{,}67$ МэВ. Какую долю β скорости света составляет скорость электронов в этом пучке?

17.17. Составить для электронов и протонов таблицу зависимости их кинетической энергии $W_к$ от скорости v (в долях скорости света) для значений β, равных: 0,1; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 0,95; 0,999.

17.18. Масса движущегося электрона вдвое больше его массы покоя. Найти кинетическую энергию $W_к$ электрона.

17.19. Какому изменению массы Δm соответствует изменение энергии на $\Delta W = 4{,}19$ Дж?

17.20. Найти изменение энергии ΔW, соответствующее изменению массы на $\Delta m = 1$ а. е. м.

17.21. Найти изменение энергии ΔW, соответствующее изменению массы $\Delta m = m_e$.

17.22. Найти изменение массы $\Delta m_м$, происходящее при образовании $\nu = 1$ моль воды, если реакция образования воды такова:

$$2H_2 + O_2 = 2H_2O + 5{,}75 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

17.23. При делении ядра урана $^{235}_{92}U$ освобождается энергия $W = 200$ МэВ. Найти изменение массы $\Delta m_м$ при делении $\nu = 1$ моль урана.

17.24. Солнце излучает поток энергии $P=3{,}9\cdot10^{26}$ Вт. За какое время τ масса Солнца уменьшится в 2 раза? Излучение Солнца считать постоянным.

§ 18. Тепловое излучение

Энергетическая светимость (излучательность) абсолютно черного тела, т. е. энергия, излучаемая в единицу времени единицей поверхности абсолютно чериого тела, определяется формулой Стефана — Больцмана

$$R_э=\sigma T^4,$$

где T — термодинамическая температура, $\sigma=5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м$^2\cdot$К^4) — постоянная Стефана — Больцмана.

Если излучаемое тело не является абсолютно чериым, то

$$R'_э=k\sigma T^4,$$

где коэффициент k всегда меньше единицы.

Энергетическая светимость $R_э$ связаиа со спектральной плотностью энергетической светимости абсолютно черного тела r_λ соотношеиием

$$R_э=\int_0^\infty r_\lambda\, d\lambda.$$

Произведеиие термодинамической температуры абсолютио чериого тела на длину волны, при которой спектральная плотность энергетической светимости этого тела максимальна, равна постояиной величиие (первый закон Виа):

$$\lambda_m T=C_1=2{,}9\cdot10^{-3}\ \text{м}\cdot\text{К}.$$

Максимальиая спектральиая плотность энергетической светимости абсолютно чериого тела возрастает пропорциоиальио пятой степени температуры (второй закон Виа):

$$r_{\lambda\,\max}=C_2T^5,\quad \text{где}\quad C_2=1{,}29\cdot10^{-5}\ \text{Вт}/(\text{м}^3\cdot\text{К}^5).$$

18.1. Найти температуру T печи, если известно, что излучение из отверстия в ней площадью $S=6{,}1$ см^2 имеет мощность $N=34{,}6$ Вт. Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

18.2. Какую мощность излучения N имеет Солнце? Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела. Температура поверхности Солнца $T=5800$ К.

18.3. Какую энергетическую светимость $R'_э$ имеет затвердевающий свинец? Отношение энергетических светимо-

стей свинца и абсолютно черного тела для данной температуры $k=0{,}6$.

18.4. Мощность излучения абсолютно черного тела $N=34$ кВт. Найти температуру T этого тела, если известно, что его поверхность $S=0{,}6$ м^2.

18.5. Мощность излучения раскаленной металлической поверхности $N'=0{,}67$ кВт. Температура поверхности $T=2500$ К, ее площадь $S=10$ см^2. Какую мощность излучения N имела бы эта поверхность, если бы она была абсолютно черной? Найти отношение k энергетических светимостей этой поверхности и абсолютно черного тела при данной температуре.

18.6. Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке $d=0{,}3$ мм, длина спирали $l=5$ см. При включении лампочки в сеть напряжением $U=127$ В через лампочку течет ток $I=0{,}31$ А. Найти температуру T спирали. Считать, что по установлении равновесия все выделяющееся в нити тепло теряется в результате излучения. Отношение энергетических светимостей вольфрама и абсолютно черного тела для данной температуры $k=0{,}31$.

18.7. Температура вольфрамовой спирали в 25-ваттной электрической лампочке $T=2450$ К. Отношение ее энергетической светимости к энергетической светимости абсолютно черного тела при данной температуре $k=0{,}3$. Найти площадь S излучающей поверхности спирали.

18.8. Найти солнечную постоянную K, т. е. количество лучистой энергии, посылаемой Солнцем в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к солнечным лучам и находящуюся на таком же расстоянии от него, как и Земля. Температура поверхности Солнца $T=5800$ К. Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела.

18.9. Считая, что атмосфера поглощает 10% лучистой энергии, посылаемой Солнцем, найти мощность излучения N, получаемую от Солнца горизонтальным участком Земли площадью $S=0{,}5$ га. Высота Солнца над горизонтом $\varphi=30°$. Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела.

18.10. Зная значение солнечной постоянной для Земли (см. задачу 18.8), найти значение солнечной постоянной для Марса.

18.11. Какую энергетическую светимость $R_э$ имеет абсолютно черное тело, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda=484$ нм?

18.12. Мощность излучения абсолютно черного тела $N=10$ кВт. Найти площадь S излучающей поверхности тела, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda=700$ нм.

18.13. В каких областях спектра лежат длины волн, соответствующие максимуму спектральной плотности энергетической светимости, если источником света служит: а) спираль электрической лампочки ($T=3000$ К); б) поверхность Солнца ($T=6000$ К); в) атомная бомба, в которой в момент взрыва развивается температура $T\approx10^7$ К? Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

18.14. На рис. 64 дана кривая зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела r_λ от длины волны λ при некоторой температуре. К какой температуре T относится эта кривая? Какой процент излучаемой энергии приходится на долю видимого спектра при этой температуре?

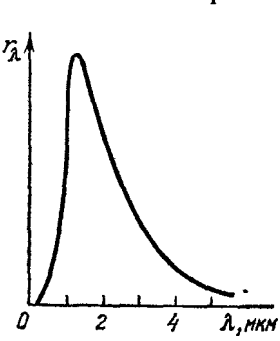


Рис. 64.

18.15. При нагревании абсолютно черного тела длина волны λ, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась от 690 до 500 нм. Во сколько раз увеличилась при этом энергетическая светимость тела?

18.16. На какую длину волны λ приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, имеющего температуру, равную температуре $t=37$ °С человеческого тела, т. е. $T=310$ К?

18.17. Температура T абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1000 до 3000 К. Во сколько раз увеличилась при этом его энергетическая светимость R_e? На сколько изменилась длина волны λ, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости? Во сколько раз увеличилась его максимальная спектральная плотность энергетической светимости r_λ?

18.18. Абсолютно черное тело имеет температуру $T_1=2900$ К. В результате остывания тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda=9$ мкм. До какой температуры T_2 охладилось тело?

18.19. Поверхность тела нагрета до температуры $T=1000$ К. Затем одна половина этой поверхности нагревает-

ся на $\Delta T=100$ К, другая охлаждается на $\Delta T=100$ К. Во сколько раз изменится энергетическая светимость $R_э$ поверхности этого тела?

18.20. Какую мощность N надо подводить к зачерненному металлическому шарику радиусом $r=2$ см, чтобы поддерживать его температуру на $\Delta T=27$ К выше температуры окружающей среды? Температура окружающей среды $T=293$ К. Считать, что тепло теряется только вследствие излучения.

18.21. Зачерненный шарик остывает от температуры $T_1=300$ К до $T_2=293$ К. На сколько изменилась длина волны λ, соответствующая максимуму спектральной плотности его энергетической светимости?

18.22. На сколько уменьшится масса Солнца за год вследствие излучения? За какое время τ масса Солнца уменьшится вдвое? Температура поверхности Солнца $T=5800$ К. Излучение Солнца считать постоянным.

Глава VI

ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

ЕДИНИЦЫ РАДИОАКТИВНОСТИ И ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

В табл. 18 и 19 приведены некоторые производные единицы физических величин в области радиоактивности и ионизирующих излучений в системе СИ, а также внесистемные единицы.

Примеры решения задач

З а д а ч а 1. Воздух, находящийся при нормальных условиях, облучается рентгеновскими лучами. Доза излучения равна 1 Р. Найти число пар ионов, образованных данным излучением в 1 см³ воздуха.

Таблица 18

Величина	Единица			Размерность величины
	определение	наименование	обозначение	
Активность изотопа в радиоактивном источнике	$a=dN/dt$	беккерель	Бк	T^{-1}
Интенсивность излучения	$J=W/S$	ватт на квадратный метр	Вт/м²	MT^{-3}
Поглощенная доза излучения	$D_п=W/m$	грей	Гр	L^2T^{-2}
Мощность поглощенной дозы излучения	$P_п=D_п/t$	грей в секунду	Гр/с	L^2T^{-3}
Экспозиционная доза рентгеновского и гамма-излучений	$D_э=q/m$	кулон на килограмм	Кл/кг	$M^{-1}TI$
Мощность экспозиционной дозы рентгеновского и гамма-излучений	$P_э=D_э/t$	ампер на килограмм	А/кг	$M^{-1}I$

Таблица 19

Величина	Единица и ее связь с единицами СИ
Активность изотопа в радноактивном источнике	1 Ки $= 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Бк
Поглощеиная доза излучеиия	1 рад $= 10^{-2}$ Гр
Экспозициоииая доза реитгеиовского и гамма-излучений	1 Р $= 2{,}57976 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг

Примечание. Единицу экспозициоиной дозы рентгеиовского и гамма-излучений кулон на килограмм, а также внесистемиую единицу рентген можно примеиять для излучеиий с энергией кваитов, не превышающей $5 \cdot 10^{-13}$ Дж (приблизительно 3 МэВ).

Решение. Ионы, образованные в массе m воздуха экспозиционной дозой $D_э$ рентгеновского излучения, переносят заряд

$$q = D_э m. \qquad (1)$$

Масса m и объем V воздуха связаны соотношением

$$m = \frac{Vp\mu}{RT}, \qquad (2)$$

где p — давление воздуха, T — его термодинамическая температура, μ — молярная масса, R — газовая постоянная.

Искомое число пар ионов

$$N = q/e, \qquad (3)$$

где e — заряд каждого иона. Из (1)—(3) имеем

$$N = \frac{D_э V p \mu}{eRT}. \qquad (4)$$

По условию $D_э = 1$ Р $= 2{,}58 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг, $V = 1$ см$^3 = 10^{-6}$ м^3, $p \approx 10^5$ Па, $\mu = 0{,}029$ кг/моль, $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К), $T = 273$ К и $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл. Подставляя эти данные в (4), получим $N = 2{,}1 \cdot 10^9$ пар ионов.

Задача 2. Искусственно полученный радиоактивный изотоп кальция $^{45}_{20}$Ca имеет период полураспада $T_{1/2} = 164$ сут. Найти активность 1 мкг этого препарата.

Решение. Число атомов радиоактивного вещества ΔN, распадающихся за время Δt, определяется формулой

$$|\Delta N| = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N \Delta t,$$

где $T_{1/3}$ — период полураспада изотопа, N — число его атомов в данной массе. Число атомов N связано с массой m препарата соотношением $N=\frac{m}{\mu}N_A$, где N_A — постоянная Авогадро, μ — молярная масса. По условию задачи $T_{1/2}=164\cdot 24\cdot 3600$ с, $m=10^{-9}$ кг, $N_A=6{,}02\cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$, $\mu=0{,}045$ кг/моль. Подставляя эти данные, получим активность

$$a=\frac{\Delta N}{\Delta t}=6{,}53\cdot 10^{8}\ \text{Бк}.$$

§ 19. Квантовая природа света и волновые свойства частиц

Энергия фотона (кванта света) определяется формулой

$$\varepsilon=h\nu,$$

где $h=6{,}626176\cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка, ν [Гц] — частота колебания.

Импульс и масса фотона

$$p=\frac{h\nu}{c},\qquad m=\frac{h\nu}{c^2},$$

где $c=2{,}99792458\cdot 10^{8}$ м/с — скорость распространения света в вакууме.

Связь между энергией фотона, вызывающего внешний фотоэффект, и максимальной кинетической энергией вылетающих электронов дается формулой Эйнштейна

$$h\nu=A+\frac{mv^2}{2},$$

где A — работа выхода электрона из металла, m — масса электрона. Если $v=0$, то $h\nu_0=A$, где ν_0 — частота света, соответствующая красной границе фотоэффекта.

Световое давление

$$P=\frac{E}{c}(1+\rho),$$

где E — энергия, падающая на единицу поверхности за единицу времени, ρ — коэффициент отражения света.

Изменение длины волны рентгеновских лучей при комптоновском рассеянии определяется формулой

$$\Delta\lambda=\frac{h}{mc}(1-\cos\varphi),$$

где φ — угол рассеяния, m — масса электрона.

Пучок элементарных частиц обладает свойством плоской волны, распространяющейся в направлении перемещения этих частиц. Длина волны λ, соответствующая этому пучку, определяется соотношением де Бройля

$$\lambda=\frac{h}{mv}=\frac{h}{\sqrt{2Wm}},$$

где v — скорость частиц, m — масса частиц, W — их кинетическая энергия. Если скорость v частиц соизмерима со скоростью света c, то эта формула принимает вид

$$\lambda=\frac{h}{m_0v}\sqrt{1-\beta^2}=\frac{h}{\sqrt{2Wm_0+W^2/c^2}},$$

где $\beta=v/c$, m_0 — масса покоя частицы.

19.1. Найти массу m фотона: а) красных лучей света ($\lambda=700$ нм); б) рентгеновских лучей ($\lambda=25$ пм); в) гамма-лучей ($\lambda=1{,}24$ пм).

19.2. Найти энергию ε, массу m и импульс p фотона, если соответствующая ему длина волны $\lambda=1{,}6$ пм.

19.3. Ртутная дуга имеет мощность $N=125$ Вт. Какое число фотонов испускается в единицу времени в излучении с длинами волн λ, равными: 612,3; 579,1; 546,1; 404,7; 365,5; 253,7 нм? Интенсивности этих линий составляют соответственно 2; 4; 4; 2,9; 2,5; 4% интенсивности ртутной дуги. Считать, что 80% мощности дуги идет на излучение.

19.4. С какой скоростью v должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия была равна энергии фотона с длиной волны $\lambda=520$ нм?

19.5. С какой скоростью v должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона с длиной волны $\lambda=520$ нм?

19.6. Какую энергию ε должен иметь фотон, чтобы его масса была равна массе покоя электрона?

19.7. Импульс, переносимый монохроматическим пучком фотонов через площадку $S=2$ см^2 за время $t=0{,}5$ мин, равен $p=3\cdot10^{-9}$ кг·м/с. Найти для этого пучка энергию E, падающую на единицу площади за единицу времени.

19.8. При какой температуре T кинетическая энергия молекулы двухатомного газа будет равна энергии фотона с длиной волны $\lambda=589$ нм?

19.9. При высоких энергиях трудно осуществить условия для измерения экспозиционной дозы рентгеновского и гамма-излучений в рентгенах, поэтому допускается применение рентгена как единицы дозы для излучений с энергией

квантов до $\varepsilon=3$ МэВ. До какой предельной длины волны λ рентгеновского излучения можно употреблять рентген?

19.10. Найти массу m фотона, импульс которого равен импульсу молекулы водорода при температуре $t=20°C$. Скорость молекулы считать равной средней квадратичной скорости.

19.11. В работе А. Г. Столетова «Актино-электрические исследования» (1888 г.) впервые были установлены основные законы фотоэффекта. Один из результатов его опытов был сформулирован так: «Разряжающим действием обладают лучи самой высокой преломляемости с длиной волны менее 295 нм». Найти работу выхода A электрона из металла, с которым работал А. Г. Столетов.

19.12. Найти длину волны λ_0 света, соответствующую красной границе фотоэффекта, для лития, натрия, калия и цезия.

19.13. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла $\lambda_0=275$ нм. Найти минимальную энергию ε фотона, вызывающего фотоэффект.

19.14. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла $\lambda_0=275$ нм. Найти работу выхода A электрона из металла, максимальную скорость v_{max} электронов, вырываемых из металла светом с длиной волны $\lambda=180$ нм, и максимальную кинетическую энергию W_{max} электронов.

19.15. Найти частоту ν света, вырывающего из металла электроны, которые полностью задерживаются разностью потенциалов $U=3$ В. Фотоэффект начинается при частоте света $\nu_0=6\cdot10^{14}$ Гц. Найти работу выхода A электрона из металла.

19.16. Найти задерживающую разность потенциалов U для электронов, вырываемых при освещении калия светом с длиной волны $\lambda=330$ нм.

19.17. При фотоэффекте с платиновой поверхности электроны полностью задерживаются разностью потенциалов $U=0{,}8$ В. Найти длину волны λ применяемого облучения и предельную длину волны λ_0, при которой еще возможен фотоэффект.

19.18. Фотоны с энергией $\varepsilon=4{,}9$ эВ вырывают электроны из металла с работой выхода $A=4{,}5$ эВ. Найти максимальный импульс p_{max}, передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона.

19.19. Найти постоянную Планка h, если известно, что электроны, вырываемые из металла светом с частотой

$\nu_1 = 2{,}2 \cdot 10^{15}$ Гц, полностью задерживаются разностью потенциалов $U_1 = 6{,}6$ В, а вырываемые светом с частотой $\nu_2 = 4{,}6 \cdot 10^{15}$ Гц — разностью потенциалов $U_2 = 16{,}5$ В.

19.20. Вакуумный фотоэлемент состоит из центрального катода (вольфрамового шарика) и анода (внутренней поверхности посеребренной изнутри колбы). Контактная разность потенциалов между электродами $U_0 = 0{,}6$ В ускоряет вылетающие электроны. Фотоэлемент освещается светом с длиной волны $\lambda = 230$ нм. Какую задерживающую разность потенциалов U надо приложить между электродами, чтобы фототок упал до нуля? Какую скорость v получат электроны, когда они долетят до анода, если не прикладывать между катодом и анодом разности потенциалов?

19.21. Между электродами фотоэлемента предыдущей задачи приложена задерживающая разность потенциалов $U = 1$ В. При какой предельной длине волны λ_0 падающего на катод света начнется фотоэффект?

19.22. На рис. 65 показана часть прибора, с которым П. Н. Лебедев производил свои опыты по измерению светового давления. Стеклянная крестовина, подвешенная на тонкой нити, заключена в откачанный сосуд и имеет на концах два легких кружка из платиновой фольги. Один кружок зачернен, другой оставлен блестящим. Направляя свет на один из кружков и измеряя угол поворота нити (для зеркального отсчета служит зеркальце S), можно определить световое давление. Найти световое давление P и световую энергию E, падающую от дуговой лампы в единицу времени на единицу площади кружков. При освещении блестящего кружка отклонение зайчика $a = 76$ мм по шкале, удаленной от зеркальца на расстояние $b = 1200$ мм. Диаметр кружков $d = 5$ мм. Расстояние от центра кружка до оси вращения $l = 9{,}2$ мм. Коэффициент отражения света от блестящего кружка $\rho = 0{,}5$. Постоянная момента кручения нити ($M = k\alpha$) $k = 2{,}2 \cdot 10^{-11}$ Н·м/рад.

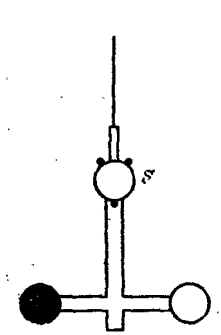


Рис. 65.

19.23. В одном из опытов П. Н. Лебедева при падении света на зачерненный кружок ($\rho = 0$) угол поворота нити был равен $\alpha = 10'$. Найти световое давление P и мощность N падающего света. Данные прибора взять из условия задачи 19.22.

19.24. В одном из опытов П. Н. Лебедева мощность падающего на кружки монохроматического света (λ=560 нм) была равна N=8,33 мВт. Найти число фотонов I, падающих в единицу времени на единицу площади кружков, и импульс силы $F\Delta\tau$, сообщенный единице площади кружков за единицу времени, для значений ρ, равных: 0; 0,5; 1. Данные прибора взять из условия задачи 19.22.

19.25. Русский астроном Ф. А. Бредихин объяснил форму кометных хвостов световым давлением солнечных лучей. Найти световое давление P солнечных лучей на абсолютно черное тело, помещенное на таком же расстоянии от Солнца, как и Земля. Какую массу m должна иметь частица в кометном хвосте, помещенная на этом расстоянии, чтобы сила светового давления на нее уравновешивалась силой притяжения частицы Солнцем? Площадь частицы, отражающую все падающие на нее лучи, считать равной $S=0{,}5\cdot10^{-12}$ м^2. Солнечная постоянная K=1,37 кВт/м^2.

19.26. Найти световое давление P на стенки электрической 100-ваттной лампы. Колба лампы представляет собой сферический сосуд радиусом r=5 см. Стенки лампы отражают 4% и пропускают 6% падающего на них света. Считать, что вся потребляемая мощность идет на излучение.

19.27. На поверхность площадью S=0,01 м^2 в единицу времени падает световая энергия E=1,05 Дж/с. Найти световое давление P в случаях, когда поверхность полностью отражает и полностью поглощает падающие на нее лучи.

19.28. Монохроматический пучок света (λ=490 нм), падая по нормали к поверхности, производит световое давление P=4,9 мкПа. Какое число фотонов I падает в единицу времени на единицу площади этой поверхности? Коэффициент отражения света ρ=0,25.

19.29. Рентгеновские лучи с длиной волны λ_0=70,8 пм испытывают комптоновское рассеяние на парафине. Найти длину волны λ рентгеновских лучей, рассеянных в направлениях: а) $\varphi=\pi/2$; б) $\varphi=\pi$.

19.30. Какова была длина волны λ_0 рентгеновского излучения, если при комптоновском рассеянии этого излучения графитом под углом $\varphi=60°$ длина волны рассеянного излучения оказалась равной λ=25,4 пм?

19.31. Рентгеновские лучи с длиной волны λ_0=20 пм испытывают комптоновское рассеяние под углом $\varphi=90°$. Найти изменение $\Delta\lambda$ длины волны рентгеновских лучей при рассеянии, а также энергию W_e и импульс электрона отдачи.

19.32. При комптоновском рассеянии энергия падающего фотона распределяется поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния $\varphi=\pi/2$. Найти энергию W и импульс p рассеянного фотона.

19.33. Энергия рентгеновских лучей $\varepsilon=0{,}6$ МэВ. Найти энергию W_e электрона отдачи, если длина волны рентгеновских лучей после комптоновского рассеяния изменилась на 20%.

19.34. Найти длину волны де Бройля λ для электронов, прошедших разность потенциалов $U_1=1$ В и $U_2=100$ В.

19.35. Решить предыдущую задачу для пучка протонов.

19.36. Найти длину волны де Бройля λ для: а) электрона, движущегося со скоростью $v=10^6$ м/с; б) атома водорода, движущегося со средней квадратичной скоростью при температуре $T=300$ К; в) шарика массой $m=1$ г, движущегося со скоростью $v=1$ см/с.

19.37. Найти длину волны де Бройля λ для электрона, имеющего кинетическую энергию: а) $W_1=10$ кэВ; б) $W_2=1$ МэВ.

19.38. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов $U=200$ В, имеет длину волны де Бройля $\lambda=2{,}02$ пм. Найти массу m частицы, если ее заряд численно равен заряду электрона.

19.39. Составить таблицу значений длин волн де Бройля λ для электрона, движущегося со скоростью v, равной: $2\cdot10^8$; $2{,}2\cdot10^8$; $2{,}4\cdot10^8$; $2{,}6\cdot10^8$; $2{,}8\cdot10^8$ м/с.

19.40. α-частица движется по окружности радиусом $r=8{,}3$ мм в одиородном магнитном поле, напряженность которого $H=18{,}9$ кА/м. Найти длину волны де Бройля λ для α-частицы.

19.41. Найти длину волны де Бройля λ для атома водорода, движущегося при температуре $T=293$ К с наиболее вероятной скоростью.

§ 20. Атом Бора. Рентгеновские лучи

Согласно первому постулату Бора движение электрона вокруг ядра возможно только по определенным орбитам, радиусы которых удовлетворяют соотношению

$$mv_kr_k=k\frac{h}{2\pi},$$

где m — масса электрона, v_k — его скорость на k-й орбите, r_k — ра-

диус этой орбиты, h — постоянная Планка, k — любое целое число (квантовое число).

Согласно второму постулату Бора частота излучения, соответствующая переходу электрона с одной орбиты на другую, определяется формулой

$$h\nu = W_n - W_k,$$

где k и n — номера орбит ($n > k$), W_k и W_n — соответствующие им значения энергии электрона.

Формула, позволяющая найти частоты ν или длины волн λ, соответствующие линиям водородного спектра, имеет вид

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где k и n — номера орбит, c — скорость распространения света в вакууме, R — постоянная Ридберга, равная

$$R = \frac{e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1{,}097373177 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}.$$

Здесь e — заряд электрона, m — его масса, h — постоянная Планка и ε_0 — электрическая постоянная.

Формула, позволяющая найти частоты ν или длины волн λ для водородоподобных ионов, имеет вид

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = RcZ^2\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где Z — порядковый номер элемента в таблице Менделеева.

При дифракции рентгеновских лучей имеет место уравнение Вульфа — Брэгга

$$2d \sin \varphi = m\lambda \qquad (m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots),$$

где d — постоянная решетки кристалла (расстояние между атомными плоскостями кристалла), φ — угол между пучком рентгеновских лучей и поверхностью кристалла.

Частота ν_0, соответствующая коротковолновой границе сплошного рентгеновского спектра, может быть найдена из соотношения

$$h\nu_0 = eU,$$

где U — разность потенциалов, приложенная к электродам рентгеновской трубки.

Длина волны рентгеновских характеристических лучей может быть найдена по формуле Мозли

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc\,(Z-b)^2\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где Z — порядковый номер элемента, из которого сделан антикатод, b — постоянная экранирования. Последняя формула может быть переписана так:

$$\sqrt{\nu} = a(Z-b), \quad \text{где} \quad a = \sqrt{Rc\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)}.$$

Интенсивность пучка рентгеновских лучей, прошедших сквозь пластинку толщиной x, определяется формулой

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

где I_0 — интенсивность пучка, падающего на пластинку, μ [м$^{-1}$] — линейный коэффициент поглощения. Коэффициент поглощения μ зависит от длины волны рентгеновских лучей и от плотности вещества. Массовый коэффициент поглощения $\mu_м$ связан с линейным коэффициентом поглощения μ соотношением $\mu_м$ [м^2/кг]$=\mu/\rho$, где ρ — плотность вещества.

Поглощение рентгеновских лучей различными веществами можно охарактеризовать так называемой «толщиной слоя половинного ослабления», т. е. толщиной слоя $x_{1/2}$, уменьшающей вдвое интенсивность падающих лучей.

20.1. Найти радиусы r_k трех первых боровских электронных орбит в атоме водорода и скорости v_k электрона на них.

20.2. Найти кинетическую $W_к$, потенциальную $W_п$ и полную W энергии электрона на первой боровской орбите.

20.3. Найти кинетическую энергию $W_к$ электрона, находящегося на n-й орбите атома водорода, для $n=1$, 2, 3 и ∞.

20.4. Найти период T обращения электрона на первой боровской орбите атома водорода и его угловую скорость ω.

20.5. Найти наименьшую λ_{min} и наибольшую λ_{max} длины волн спектральных линий водорода в видимой области спектра.

20.6. Найти наибольшую длину волны λ_{max} в ультрафиолетовой области спектра водорода. Какую наименьшую скорость v_{min} должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами электронов появилась эта линия?

20.7. Найти потенциал ионизации U_i атома водорода.

20.8. Найти первый потенциал возбуждения U_1 атома водорода.

20.9. Какую наименьшую энергию W_{min} (в электронвольтах) должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов появились все

линии всех серий спектра водорода? Какую наименьшую скорость v_{min} должны иметь эти электроны?

20.10. В каких пределах должна лежать энергия бомбардирующих электронов, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов спектр водорода имел только одну спектральную линию?

20.11. Какую наименьшую энергию W_{min} (в электроновольтах) должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов спектр водорода имел три спектральные линии? Найти длины волн λ этих линий.

20.12. В каких пределах должны лежать длины волн λ монохроматического света, чтобы при возбуждении атомов водорода квантами этого света наблюдались три спектральные линии?

20.13. На сколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны $\lambda=486$ нм?

20.14. В каких пределах должны лежать длины волн λ монохроматического света, чтобы при возбуждении атомов водорода квантами этого света радиус орбиты r_k электрона увеличился в 9 раз?

20.15. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной атомарным водородом. Постоянная решетки $d=5$ мкм. Какому переходу электрона соответствует спектральная линия, наблюдаемая при помощи этой решетки в спектре пятого порядка под углом $\varphi=41°$?

20.16. Найти длину волны де Бройля λ для электрона, движущегося по первой боровской орбите атома водорода.

20.17. Найти радиус r_1 первой боровской электронной орбиты для однократно ионизованного гелия и скорость v_1 электрона на ней.

20.18. Найти первый потенциал возбуждения U_1: а) однократно ионизованного гелия; б) двукратно ионизованного лития.

20.19. Найти потенциал ионизации U_i: а) однократно ионизованного гелия; б) двукратно ионизованного лития.

20.20. Найти длину волны λ фотона, соответствующего переходу электрона со второй боровской орбиты на первую в однократно ионизованном атоме гелия.

20.21. Решить предыдущую задачу для двукратно ионизованного атома лития.

20.22. *D*-линия натрия излучается в результате такого перехода электрона с одной орбиты атома на другую, при

котором энергия атома уменьшается на $\Delta W = 3{,}37 \cdot 10^{-19}$ Дж. Найти длину волны λ D-линии натрия.

20.23. На рис. 66 изображена схема прибора для определения резонансного потенциала натрия. Трубка содержит пары натрия. Электроды G и A имеют одинаковый потенциал. При какой наименьшей ускоряющей разности потенциалов U между катодом K и сеткой G наблюдается спектральная линия с длиной волны $\lambda = 589$ нм?

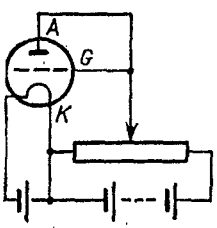


Рис. 66.

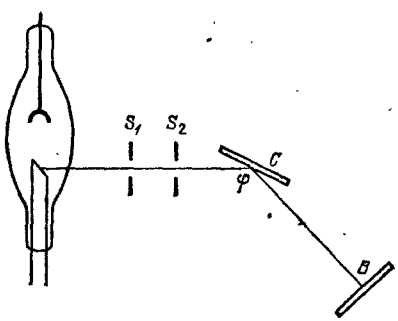


Рис. 67.

20.24. Электрон, пройдя разность потенциалов $U = 4{,}9$ В, сталкивается с атомом ртути и переводит его в первое возбужденное состояние. Какую длину волны λ имеет фотон, соответствующий переходу атома ртути в нормальное состояние?

20.25. На рис. 67 изображена установка для наблюдения дифракции рентгеновских лучей. При вращении кристалла C только тот луч будет отражаться на фотографическую пластинку B, длина волны которого удовлетворяет уравнению Вульфа — Брэгга. При каком наименьшем угле φ между плоскостью кристалла и пучком рентгеновских лучей были отражены рентгеновские лучи с длиной волны $\lambda = 20$ пм? Постоянная решетки кристалла $d = 303$ пм.

20.26. Найти постоянную решетки d каменной соли, зная молярную массу $\mu = 0{,}058$ кг/моль каменной соли и ее плотность $\rho = 2{,}2 \cdot 10^3$ кг/м^3. Кристаллы каменной соли обладают простой кубической структурой.

20.27. При экспериментальном определении постоянной Планка h при помощи рентгеновских лучей кристалл устанавливается под некоторым углом φ, а разность потенциалов U, приложенная к электродам рентгеновской трубки, увеличивается до тех пор, пока не появится линия, соответ-

ствующая этому углу. Найти постоянную Планка h из следующих данных: кристалл каменной соли установлен под углом $\varphi=14°$; разность потенциалов, при которой впервые появилась линия, соответствующая этому углу, $U=9{,}1$ кВ; постоянная решетки кристалла $d=281$ пм.

20.28. К электродам рентгеновской трубки приложена разность потенциалов $U=60$ кВ. Наименьшая длина волны рентгеновских лучей, получаемых от этой трубки, $\lambda=20{,}6$ пм. Найти из этих данных постоянную h Планка.

20.29. Найти длину волны λ, определяющую коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, для случаев, когда к рентгеновской трубке приложена разность потенциалов U, равная: 30, 40, 50 кВ.

20.30. Найти длину волны λ, определяющую коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на $\Delta U=23$ кВ увеличивает искомую длину волны в 2 раза.

20.31. Длина волны гамма-излучения радия $\lambda=1{,}6$ пм. Какую разность потенциалов U надо приложить к рентгеновской трубке, чтобы получить рентгеновские лучи с этой длиной волны?

20.32. Какую наименьшую разность потенциалов U надо приложить к рентгеновской трубке, чтобы получить все линии K-серии, если в качестве материала антикатода взять: а) медь; б) серебро; в) вольфрам; г) платину?

20.33. Считая, что формула Мозли с достаточной степенью точности дает связь между длиной волны λ характеристических рентгеновских лучей и порядковым номером элемента Z, из которого сделан антикатод, найти наибольшую длину волны λ линий K-серии рентгеновских лучей, даваемых трубкой с антикатодом из: а) железа; б) меди; в) молибдена; г) серебра; д) тантала; е) вольфрама; ж) платины. Для K-серии постоянная экранирования $b=1$.

20.34. Найти постоянную экранирования b для L-серии рентгеновских лучей, если известно, что при переходе электрона в атоме вольфрама с M- на L-слой испускаются рентгеновские лучи с длиной волны $\lambda=143$ пм.

20.35. При переходе электрона в атоме с L- на K-слой испускаются рентгеновские лучи с длиной волны $\lambda=78{,}8$ пм. Какой это атом? Для K-серии постояниая экраннрования $b=1$.

20.36. Воздух в некотором объеме V облучается рентгеновскими лучами. Экспозиционная доза излучения

$D_э$=4,5 Р. Какая доля атомов, находящихся в данном объеме, будет ионизоваиа этим излучением?

20.37. Рентгеновская трубка создает на иекотором расстоянии мощность экспозиционной дозы $P_э$=2,58·10^{-5} А/кг. Какое число N пар ионов в единицу времени создает эта трубка на единицу массы воздуха при данном расстоянии?

20.38. Воздух, находящийся при нормальных условиях в ионизационной камере объемом V=6 см^3, облучается рентгеновскими лучами. Мощиость экспозиционной дозы рентгеновских лучей $P_э$=0,48 мР/ч. Найти ионизационный ток насыщения $I_н$.

20.39. Найти для алюминия толщину $x_{1/2}$ слоя половинного ослабления для рентгеновских лучей некоторой длины волны. Массовый коэффициент поглощения алюминия для этой длины волны $\mu_м$=5,3 м^2/кг.

20.40. Во сколько раз уменьшится интенсивиость рентгеиовских лучей с длиной волны λ=20 пм при прохождении слоя железа толщиной d=0,15 мм? Массовый коэффициент поглощения железа для этой длины волны $\mu_м$=1,1 м^2/кг.

20.41. Найти толщину слоя $x_{1/2}$ половинного ослабления для железа в условиях предыдущей задачи.

20.42. В нижеследующей таблице приведены для иекоторых материалов зиачения толщины слоя $x_{1/2}$ половинного ослабления рентгеиовских лучей, энергия которых W=1 МэВ. Найти лииейный μ и массовый $\mu_м$ коэффициенты поглощения этих материалов для данной энергии рентгеновских лучей. Для какой длины волны λ рентгеновских лучей получены эти данные?

Вещество	Вода	Алюминий	Железо	Свинец
$x_{1/2}$, см	10,2	4,5	1,56	0,87

20.43. Сколько слоев половинного ослабления необходимо для уменьшения иитенсивности рентгеновских лучей в 80 раз?

§ 21. Радиоактивность

Число атомов радиоактивного вещества dN, распадающихся за время dt, пропорциоиальио числу имеющихся атомов и определяется соотношением

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N,$$

где λ — постоянная радиоактивного распада. Интегрируя, получим

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N_0 — число атомов в момент времени $t=0$, N — число их по истечении времени t.

Число распадов, происходящих в препарате за единицу времени, называется активностью радиоактивного препарата (1 Бк=1 расп/с):

$$a\,[\text{Бк}] = \frac{dN}{dt} = -\lambda N.$$

Период полураспада $T_{1/2}$ и постоянная распада λ связаны соотношением

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}.$$

Величина $\tau = 1/\lambda$, обратная постоянной распада, называется средним временем жизни радиоактивного атома.

Если радиоактивный изотоп A помещен в закрытый сосуд и при распаде его образуется радиоактивный изотоп B, то в этом сосуде по истечении времени t число ядер изотопа B определяется по формуле

$$N_B = N_{0A} \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} \left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right).$$

Здесь N_{0A} — число ядер изотопа A при $t=0$, λ_A и λ_B — постоянные распада изотопов A и B. Если период полураспада изотопа A значительно больше периода полураспада изотопа B, то

$$N_B = N_{0A} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \left(1 - e^{-\lambda_B t}\right).$$

При радиоактивном равновесии

$$N_A / N_B = \lambda_B / \lambda_A.$$

Удельная активность радиоактивного изотопа определяется числом актов распада в единицу времени на единицу массы распадающегося вещества.

21.1 Сколько атомов полония распадается за время $\Delta t = 1$ сут из $N = 10^6$ атомов?

21.2. Сколько атомов радона распадается за время $\Delta t = 1$ сут из $N = 10^6$ атомов?

21.3. Найти активность a массы $m = 1$ г радия.

21.4. Найти массу m радона, активность которого $a = 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Бк.

21.5. Найти массу m полония $^{210}_{84}$Po, активность которого $a=3{,}7\cdot10^{10}$ Бк.

21.6. Найти постоянную распада λ радона, если известно, что число атомов радона уменьшается за время $t=1$ сут на 18,2%.

21.7. Найти удельную активность a_m: а) урана $^{235}_{92}$U; б) радона $^{222}_{86}$Rn.

21.8. Ионизационные счетчики Гейгера — Мюллера имеют и в отсутствие радиоактивного препарата определенный «фон». Присутствие фона может быть вызвано космическим излучением или радиоактивными загрязнениями. Какой массе радона m соответствует фон, дающий 1 отброс счетчика за время $t=5$ с?

21.9. При помощи ионизационного счетчика исследуется активность некоторого радиоактивного изотопа. В начальный момент времени счетчик дает 75 отбросов за время $t=10$ с. Какое число отбросов за время $t=10$ с дает счетчик по истечении времени $t=T_{1/2}/2$? Считать $T_{1/2}\gg10$ с.

21.10. Некоторый радиоактивный изотоп имеет постоянную распада $\lambda=4\cdot10^{-7}$ с$^{-1}$. Через какое время t распадется 75% первоначальной массы m атомов?

21.11. Природный уран представляет собой смесь трех изотопов: $^{234}_{92}$U, $^{235}_{92}$U, $^{238}_{92}$U. Содержание $^{234}_{92}$U ничтожно (0,006%), на долю $^{235}_{92}$U приходится 0,71%, а остальную массу (99,28%) составляет $^{238}_{92}$U. Периоды полураспада $T_{1/2}$ этих изотопов соответственно равны $2{,}5\cdot10^5$ лет, $7{,}1\times\times10^8$ лет и $4{,}5\cdot10^9$ лет. Найти процентную долю радиоактивности, вносимую каждым изотопом в общую радиоактивность природного урана.

21.12. Кинетическая энергия α-частицы, вылетающей из ядра атома радия при радиоактивном распаде, $W_1=4{,}78$ МэВ. Найти скорость v α-частицы и полную энергию W, выделяющуюся при вылете α-частицы.

21.13. Какое количество теплоты Q выделяется при распаде радона активностью $a=3{,}7\cdot10^{10}$ Бк: а) за время $t=1$ ч; б) за среднее время жизни τ? Кинетическая энергия вылетающей из радона α-частицы $W=5{,}5$ МэВ.

21.14. Масса $m=1$ г урана $^{238}_{92}$U в равновесии с продуктами его распада выделяет мощность $P=1{,}07\cdot10^{-7}$ Вт. Найти молярную теплоту Q_μ, выделяемую ураном за среднее время жизни τ атомов урана.

21.15. Найти активность a радона, образовавшегося из массы $m=1$ г радия за время $t=1$ ч.

21.16. В результате распада массы $m_0=1$ г радия за время $t=1$ год образовалась некоторая масса гелия, зани-

мающего при нормальных условиях объем $V=43$ мм^3. Найти из этих данных постоянную Авогадро N_A.

21.17. В ампулу помещен препарат, содержащий массу $m_0=1{,}5$ г радия. Какая масса m радона накопится в этой ампуле по истечении времени $t=T_{1/2}/2$, где $T_{1/2}$ — период полураспада радона?

21.18. Некоторое число атомов радия помещено в замкнутый сосуд. Через какое время t число атомов радона N в этом сосуде будет отличаться на 10% от того числа атомов радона N', которое соответствует радиоактивному равновесию радия с радоном в этом сосуде? Построить кривую зависимости изменения N/N' в сосуде от времени t в интервале $0\leqslant t\leqslant 6T_{1/2}$, принимая за единицу времени период полураспада радона $T_{1/2}$.

21.19. Некоторое число атомов радона N' помещено в замкнутый сосуд. Построить кривую зависимости изменения числа атомов радона N/N' в сосуде от времени в интервале $0\leqslant t\leqslant 20$ сут через каждые 2 сут. Постоянная распада радона $\lambda=0{,}181$ сут$^{-1}$. Из кривой $N/N'=f(t)$ найти период полураспада $T_{1/2}$ радона.

21.20. В нижеследующей таблице приведены результаты измерения зависимости активности a некоторого радиоактивного элемента от времени t. Найти период полураспада $T_{1/2}$ элемента.

t, ч	0	3	6	9	12	15
a, $3{,}7\cdot10^7$ Бк	21,6	12,6	7,6	4,2	2,4	1,8

21.21. В ампулу помещен радон, активность которого $a_0=14{,}8\cdot10^9$ Бк. Через какое время t после наполнения ампулы активность радона будет равна $a=2{,}22\cdot10^9$ Бк?

21.22. Свинец, содержащийся в урановой руде, является конечным продуктом распада уранового ряда, поэтому из отношения массы урана в руде к массе свинца в ней можно определить возраст руды. Найти возраст t урановой руды, если известно, что на массу $m_{ур}=1$ кг урана $^{238}_{92}U$ в этой руде приходится масса $m_{св}=320$ г свинца $^{206}_{82}Pb$.

21.23. Зная периоды полураспада $T_{1/2}$ радия и урана, найти число атомов урана, приходящееся на один атом радия в природной урановой руде. Указание. Учесть, что радиоактивность природного урана обусловлена в основном изотопом $^{238}_{92}U$.

21.24. Из какой наименьшей массы m руды, содержащей 42% чистого урана, можно получить массу $m_0=1$ г радия?

21.25. α-частицы из изотопа радия вылетают со скоростью $v=1{,}5\cdot10^7$ м/с и ударяются о флуоресцирующий экран. Считая, что экран потребляет на единицу силы света мощность $P_I=0{,}25$ Вт/кд, найти силу света I экрана, если на него падают все α-частицы, испускаемые массой $m=1$ мкг радия.

21.26. Какая доля первоначальной массы радиоактивного изотопа распадается за время жизни этого изотопа?

21.27. Найти активность a массы $m=1$ мкг полония $^{210}_{84}$Po.

21.28. Найти удельную активность a_m искусственно полученного радиоактивного изотопа стронция $^{90}_{38}$Sr.

21.29. К массе $m_1=10$ мг радиоактивного изотопа $^{45}_{20}$Ca добавлена масса $m_2=30$ мг нерадиоактивного изотопа $^{40}_{20}$Ca. На сколько уменьшилась удельная активность a_m радиоактивного источника?

21.30. Какую массу m_2 радиоактивного изотопа $^{210}_{82}$Bi надо добавить к массе $m_1=5$ мг нерадиоактивного изотопа $^{209}_{83}$Bi, чтобы через время $t=10$ сут после этого отношение числа распавшихся атомов к числу нераспавшихся было равно 50%? Постоянная распада изотопа $^{210}_{83}$Bi равна $\lambda=0{,}14$ сут$^{-1}$.

21.31. Какой изотоп образуется из $^{232}_{90}$Th после четырех α-распадов и двух β-распадов?

21.32. Какой изотоп образуется из $^{238}_{92}$U после трех α-распадов и двух β-распадов?

21.33. Какой изотоп образуется из $^{239}_{92}$U после двух β-распадов и одного α-распада?

21.34. Какой изотоп образуется из $^{8}_{3}$Li после одного β-распада и одного α-распада?

21.35. Какой изотоп образуется из $^{133}_{51}$Sb после четырех β-распадов?

21.36. Кинетическая энергия α-частицы, вылетающей из ядра атома полония $^{214}_{84}$Po при радиоактивном распаде, $W_к=7{,}68$ МэВ. Найти: а) скорость v α-частицы; б) полную энергию W, выделяющуюся при вылете α-частицы; в) число пар ионов N, образуемых α-частицей, принимая, что на образование одной пары ионов в воздухе требуется энергия $W_0=34$ эВ; г) ток насыщения $I_н$ в ионизационной камере от всех α-частиц, испускаемых полонием. Активность полония $a=3{,}7\cdot10^4$ Бк.

§ 22. Ядерные реакции

Энергия связи ядра любого изотопа определяется соотношением

$$W = c^2 \Delta m,$$

где Δm — разность между массой частиц, составляющих ядро, и массой самого ядра. Очевидно,

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m_я, \quad (1)$$

где Z — порядковый номер изотопа, A — массовое число, m_p — масса протона, m_n — масса нейтрона, $m_я$ — масса ядра изотопа. Так как $m_я = m_A - Z m_e$, где m_A — масса изотопа и m_e — масса электрона, то

$$\Delta m = Z m_{^1_1\mathrm{H}} + (A - Z) m_n - m_A. \quad (2)$$

Здесь $m_{^1_1\mathrm{H}}$ — масса изотопа водорода $^1_1$H, m_A — масса данного изотопа.

Изменение энергии при ядерной реакции

$$Q = c^2 \left(\sum m_1 - \sum m_2\right), \quad (3)$$

где $\sum m_1$ — сумма масс частиц до реакции, $\sum m_2$ — сумма масс частиц после реакции. Если $\sum m_1 > \sum m_2$, то реакция идет с выделением энергии, если же $\sum m_1 < \sum m_2$, то реакция идет с поглощением энергии. Отметим, что в формулу (3), так же как и при вычислении энергии связи ядра, мы можем подставлять массу изотопов, а не ядер, так как поправки на массу электронов оболочки входят с разными знаками и поэтому исключаются.

22.1. Найти число протонов и нейтронов, входящих в состав ядер трех изотопов магния: а) $^{24}_{12}$Mg; б) $^{25}_{12}$Mg; в) $^{26}_{12}$Mg.

22.2. Найти энергию связи W ядра изотопа лития $^7_3$Li.

22.3. Найти энергию связи W ядра атома гелия $^4_2$He.

22.4. Найти энергию связи W ядра атома алюминия $^{27}_{13}$Al.

22.5. Найти энергию связи W ядер: а) $^3_1$H; б) $^3_2$He. Какое из этих ядер более устойчиво?

22.6. Найти энергию связи W_0, приходящуюся на один нуклон в ядре атома кислорода $^{16}_8$O.

22.7. Найти энергию связи W ядра дейтерия $^2_1$H.

22.8. Найти энергию связи W_0, приходящуюся на один нуклон в ядрах: а) $^7_3$Li; б) $^{14}_7$N; в) $^{27}_{13}$Al; г) $^{40}_{20}$Ca; д) $^{63}_{29}$Cu; е) $^{113}_{48}$Cd; ж) $^{200}_{80}$Hg; з) $^{238}_{92}$U. Построить зависимость $W_0 = f(A)$, где A — массовое число.

22.9. Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции

$$^7_3\mathrm{Li} + ^1_1\mathrm{H} \rightarrow ^4_2\mathrm{He} + ^4_2\mathrm{He}.$$

22.10. Найти энергию Q, поглощенную при реакции

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow ^{1}_{1}\mathrm{H} + ^{17}_{8}\mathrm{O}.$$

22.11. Найти энергию Q, выделяющуюся при реакциях

а) $^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{1}_{1}\mathrm{H} + ^{3}_{1}\mathrm{H}$; б) $^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{3}_{2}\mathrm{He} + ^{1}_{0}n$.

22.12. Найти энергию Q, выделяющуюся при реакциях:

а) $^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{3}_{2}\mathrm{He} \rightarrow ^{1}_{1}\mathrm{H} + ^{4}_{2}\mathrm{He}$; б) $^{6}_{3}\mathrm{Li} + ^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{4}_{2}\mathrm{He}$;

в) $^{6}_{3}\mathrm{Li} + ^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{3}_{2}\mathrm{He} + ^{4}_{2}\mathrm{He}$.

22.13. Какую массу M воды можно нагреть от 0 °С до кипения, если использовать все тепло, выделяющееся при реакции $^{7}_{3}\mathrm{Li}$ (p, α), при полном разложении массы $m=1$ г лития?

22.14. Написать недостающие обозначения в реакциях:

а) $^{27}_{13}\mathrm{Al}\ (n, \alpha)\ x$; б) $^{19}_{9}\mathrm{F}\ (p, x)\ ^{16}_{8}\mathrm{O}$;

в) $^{55}_{25}\mathrm{Mn}\ (x, n)\ ^{55}_{26}\mathrm{Fe}$; г) $^{27}_{13}\mathrm{Al}\ (\alpha, p)\ x$;

д) $^{14}_{7}\mathrm{N}\ (n, x)\ ^{14}_{6}\mathrm{C}$; е) $x\ (p, \alpha)\ ^{22}_{11}\mathrm{Na}$.

22.15. Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции

$$^{7}_{3}\mathrm{Li} + ^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{8}_{4}\mathrm{Be} + ^{1}_{0}n.$$

22.16. Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции

$$^{9}_{4}\mathrm{Be} + ^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{10}_{5}\mathrm{B} + ^{1}_{0}n.$$

22.17. При бомбардировке изотопа азота $^{14}_{7}\mathrm{N}$ нейтронами получается изотоп углерода $^{14}_{6}\mathrm{C}$, который оказывается β-радиоактивным. Написать уравнения обеих реакций.

22.18. При бомбардировке изотопа алюминия $^{27}_{13}\mathrm{Al}$ α-частицами получается радиоактивный изотоп фосфора $^{30}_{15}\mathrm{P}$, который затем распадается с выделением позитрона. Написать уравнения обеих реакций. Найти удельную активность a_m изотопа $^{30}_{15}\mathrm{P}$, если его период полураспада $T_{1/2}=130$ с.

22.19. При бомбардировке изотопа $^{23}_{11}\mathrm{Na}$ дейтонами образуется β-радиоактивный изотоп $^{24}_{11}\mathrm{Na}$. Счетчик β-частиц установлен вблизи препарата, содержащего радиоактивный $^{24}_{11}\mathrm{Na}$. При первом измерении счетчик дал 170 отбросов за 1 мин, а через сутки — 56 отбросов за 1 мин. Написать уравнения обеих реакций. Найти период полураспада $T_{1/2}$ изотопа $^{24}_{11}\mathrm{Na}$.

22.20. Какая энергия Q_1 выделится, если при реакции

$$^{27}_{13}\mathrm{Al} + ^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow ^{30}_{14}\mathrm{Si} + ^{1}_{1}\mathrm{H}$$

подвергаются превращению все ядра, находящиеся в массе $m=1$ г алюминия? Какую энергию Q_2 надо затратить, чтобы

осуществить это превращение, если известно, что при бомбардировке ядра алюминия α-частицами с энергией $W=8$ МэВ только одна α-частица из $n=2\cdot10^6$ частиц вызывает превращение?

22.21. При бомбардировке изотопа лития ${}^6_3\mathrm{Li}$ дейтонами (ядрами дейтерия ${}^2_1\mathrm{H}$) образуются две α-частицы. При этом выделяется энергия $Q=22{,}3$ МэВ. Зная массы дейтона d и α-частицы, найти массу m изотопа лития ${}^6_3\mathrm{Li}$.

22.22. Источником энергии солнечного излучения является энергия образования гелия из водорода по следующей циклической реакции:

$$ {}^{12}_{6}\mathrm{C}+{}^{1}_{1}\mathrm{H}\rightarrow{}^{13}_{7}\mathrm{N}\rightarrow{}^{13}_{6}\mathrm{C}+{}^{0}_{+1}e,\quad {}^{13}_{6}\mathrm{C}+{}^{1}_{1}\mathrm{H}\rightarrow{}^{14}_{7}\mathrm{N},$$
$$ {}^{14}_{7}\mathrm{N}+{}^{1}_{1}\mathrm{H}\rightarrow{}^{15}_{8}\mathrm{O}\rightarrow{}^{15}_{7}\mathrm{N}+{}^{0}_{+1}e,\quad {}^{15}_{7}\mathrm{N}+{}^{1}_{1}\mathrm{H}\rightarrow{}^{12}_{6}\mathrm{C}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}. $$

Какая масса m_t водорода в единицу времени должна превращаться в гелий? Солнечная постоянная $K=1{,}37$ кВт/м^2. Принимая, что масса водорода составляет 35% массы Солнца, подсчитать, на какое время t хватит запаса водорода, если излучение Солнца считать постоянным.

22.23. Реакция разложения дейтона γ-лучами:

$$ {}^{2}_{1}\mathrm{H}+h\nu\rightarrow{}^{1}_{1}\mathrm{H}+{}^{1}_{0}n. $$

Найти массу m нейтрона, если известно, что энергия γ-квантов $W_1=2{,}66$ МэВ, а энергия вылетающих протонов, измеренная по производимой ими ионизации, оказалась равной $W_2=0{,}22$ МэВ. Энергию нейтрона считать равной энергии протона. Массы дейтона и протона считать известными.

22.24. Написать недостающие обозначения в реакциях:

а) ${}^{27}_{13}\mathrm{Al}\,(\gamma,\ x)\,{}^{26}_{12}\mathrm{Mg}$; б) ${}^{27}_{13}\mathrm{Al}\,(\gamma,\ n)\,x$;
в) ${}^{63}_{29}\mathrm{Cu}\,(\gamma,\ x)\,{}^{62}_{29}\mathrm{Cu}$; г) $x\,(\gamma,\ n)\,{}^{181}_{74}\mathrm{W}$.

22.25. Выход реакции образования радиоактивных изотопов можно охарактеризовать либо числом k_1 — отношением числа происшедших актов ядерного превращения к числу бомбардирующих частиц, либо числом k_2 [Бк] — отношением активности полученного продукта к числу частиц, бомбардирующих мишень. Как связаны между собой величины k_1 и k_2?

22.26. При бомбардировке ${}^7_3\mathrm{Li}$ протонами образуется радиоактивный изотоп бериллия ${}^7_4\mathrm{Be}$ с периодом полураспада $T_{1/2}=4{,}67\cdot10^6$ с. Найти выход реакции k_1 (см. условие 22.25), если известно, что бомбардирующие протоны общим зарядом $q=1$ мкА·ч вызывают активность полученного препарата $a=6{,}51\cdot10^6$ Бк.

22.27. В результате ядерной реакции $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ (p, n) образуется радиоактивный изотоп кобальта $^{56}_{27}\mathrm{Co}$ с периодом полураспада $T_{1/2}=80$ сут. Найти выход реакции k_1 (см. условие 22.25), если известно, что бомбардирующие протоны общим зарядом $q=20$ мкА·ч вызывают активность полученного препарата $a=5{,}2\cdot 10^7$ Бк.

22.28. Источником нейтронов является трубка, содержащая порошок бериллия $^{9}_{4}\mathrm{Be}$ и газообразный радон. При реакции α-частиц радона с бериллием возникают нейтроны. Написать реакцию получения нейтронов. Найти массу m радона, введенного в источник при его изготовлении, если известно, что этот источник дает через время $t=5$ сут после его изготовления число нейтронов в единицу времени $a_2=1{,}2\cdot 10^6$ с$^{-1}$. Выход реакции $k_1=1/4000$, т. е. только одна α-частица из $n=4000$ вызывает реакцию.

22.29. Источником нейтронов является трубка, описанная в задаче 22.28. Какое число нейтронов a_2 в единицу времени создают α-частицы, излучаемые радоном с активностью $a_1=3{,}7\cdot 10^{10}$ Бк, попадая на порошок бериллия? Выход реакции $k_1=1/4000$.

22.30. Реакция образования радиоактивного изотопа углерода $^{11}_{6}\mathrm{C}$ имеет вид $^{10}_{5}\mathrm{B}$ (d, n), где d — дейтон (ядро дейтерия $^{2}_{1}\mathrm{H}$). Период полураспада изотопа $^{11}_{6}\mathrm{C}$ $T_{1/2}=20$ мин. Какая энергия Q выделяется при этой реакции? Найти выход реакции k_2, если $k_1=10^{-6}$ (см. условие 22.25).

22.31. В реакции $^{14}_{7}\mathrm{N}$ (α, p) кинетическая энергия α-частицы $W_1=7{,}7$ МэВ. Под каким углом φ к направлению движения α-частицы вылетает протон, если известно, что его кинетическая энергия $W_2=8{,}5$ МэВ?

22.32. При бомбардировке изотопа лития $^{6}_{3}\mathrm{Li}$ дейтонами образуются две α-частицы, разлетающиеся симметрично под углом φ к направлению скорости бомбардирующих дейтонов. Какую кинетическую энергию W_2 имеют образующиеся α-частицы, если известно, что энергия бомбардирующих дейтоиов $W_1=0{,}2$ МэВ? Найти угол φ.

22.33. Изотоп гелия $^{3}_{2}\mathrm{He}$ получается бомбардировкой ядер трития $^{3}_{1}\mathrm{H}$ протонами. Написать уравнение реакции. Какая энергия Q выделяется при этой реакции? Найти порог реакции, т. е. минимальную кинетическую энергию бомбардирующей частицы, при которой происходит эта реакция. Указание. Учесть, что при пороговом значении кинетической энергии бомбардирующей частицы относительная скорость частиц, возникающих в результате реакции, равна нулю.

22.34. Найти порог W ядерной реакции $^{14}_{7}\mathrm{N}$ (α, p).

22.35. Найти порог W ядерной реакции ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}(p, n)$.

22.36. Искусственный изотоп азота ${}^{13}_{7}\mathrm{N}$ получается бомбардировкой ядер углерода ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$ дейтонами. Написать уравнение реакции. Найти количество теплоты Q, поглощенное при этой реакции, и порог W этой реакции. Какова суммарная кинетическая энергия W' продуктов этой реакции при пороговом значении кинетической энергии дейтонов? Ядра углерода считать неподвижными.

22.37. Реакция ${}^{10}_{5}\mathrm{B}(n, \alpha)$ идет при бомбардировке бора нейтронами, скорость которых очень мала (тепловые нейтроны). Какая энергия Q выделяется при этой реакции? Пренебрегая скоростями нейтронов, найти скорость v и кинетическую энергию W α-частицы. Ядра бора считать неподвижными.

22.38. При бомбардировке изотопа лития ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$ протонами образуются две α-частицы. Энергия каждой α-частицы в момент их образования $W_2=9{,}15$ МэВ. Какова энергия W_1 бомбардирующих протонов?

22.39. Найти наименьшую энергию γ-кванта, достаточную для осуществления реакции разложения дейтона γ-лучами

$$ {}^{2}_{1}\mathrm{H} + h\nu \rightarrow {}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{1}_{0}n. $$

22.40. Найти наименьшую энергию γ-кванта, достаточную для осуществления реакции ${}^{24}_{12}\mathrm{Mg}(\gamma, n)$.

22.41. Какую энергию W (в киловатт-часах) можно получить от деления массы $m=1$ г урана ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$, если при каждом акте распада выделяется энергия $Q=200$ МэВ?

22.42. Какая масса m урана ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$ расходуется за время $t=1$ сут на атомной электростанции мощностью $P=5000$ кВт? К. п. д. принять равным 17%. Считать, что при каждом акте распада выделяется энергия $Q=200$ МэВ.

22.43. При взрыве водородной бомбы протекает термоядерная реакция образования гелия из дейтерия и трития. Написать уравнение реакции. Найти энергию Q, выделяющуюся при этой реакции. Какую энергию W можно получить при образовании массы $m=1$ г гелия?

§ 23. Элементарные частицы. Ускорители частиц

Решение задач этого параграфа основано на закономерностях, уже рассмотренных в предыдущих разделах «Сборника»: столкновение частиц, движение частиц в электрическом и магнитном полях и т. д. При решении ряда задач необходимо использовать формулы теории относительности.

23.1. В ядерной физике принято число заряженных частиц, бомбардирующих мишень, характеризовать их общим зарядом, выраженным в микроампер-часах (мкА·ч). Какому числу заряженных частиц соответствует общий заряд $q=1$ мкА·ч? Задачу решить для: а) электронов; б) α-частиц.

23.2. При упругом центральном столкновении нейтрона с неподвижным ядром замедляющего вещества кинетическая энергия нейтрона уменьшилась в 1,4 раза. Найти массу m ядер замедляющего вещества.

23.3. Какую часть первоначальной скорости будет составлять скорость нейтрона после упругого центрального столкновения с неподвижным ядром изотопа $^{23}_{11}\mathrm{Na}$?

23.4. Для получения медленных нейтронов их пропускают через вещества, содержащие водород (например, парафин). Какую наибольшую часть своей кинетической энергии нейтрон массой m_0 может передать: а) протону (масса m_0), б) ядру атома свинца (масса 207 m_0)? Наибольшая часть передаваемой энергии соответствует упругому центральному столкновению.

23.5. Найти в предыдущей задаче распределение энергии между нейтроном и протоном, если столкновение неупругое. Нейтрон при каждом столкновении отклоняется в среднем на угол $\varphi=45°$.

23.6. Нейтрон, обладающий энергией $W_0=4{,}6$ МэВ, в результате столкновений с протонами замедляется. Сколько столкновений он должен испытать, чтобы его энергия уменьшилась до $W=0{,}23$ эВ? Нейтрон отклоняется при каждом столкновении в среднем на угол $\varphi=45°$.

23.7. Поток заряженных частиц влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B=3$ Тл. Скорость частиц $v=1{,}52\cdot10^7$ м/с и направлена перпендикулярно к направлению поля. Найти заряд q каждой частицы, если известно, что на нее действует сила $F=1{,}46\cdot10^{-11}$ Н.

23.8. Заряженная частица влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B=0{,}5$ Тл и движется по окружности радиусом $R=10$ см. Скорость частицы $v=2{,}4\cdot10^6$ м/с. Найти для этой частицы отношение ее заряда к массе.

23.9. Электрон ускорен разностью потенциалов $U=180$ кВ. Учитывая поправки теории относительности, найти для этого электрона массу m, скорость v, кинетическую энергию W и отношение его заряда к массе. Какова скорость v' этого электрона без учета релятивистской поправки?

23.10. Мезон космических лучей имеет энергию $W=3$ ГэВ. Энергия покоя мезона $W_0=100$ МэВ. Какое рас-

стояние l в атмосфере сможет пройти мезон за время его жизни τ по лабораторным часам? Собственное время жизни мезона $\tau_0=2$ мкс.

23.11. Мезон космических лучей имеет кинетическую энергию $W=7m_0c^2$, где m_0 — масса покоя мезона. Во сколько раз собственное время жизни τ_0 мезона меньше времени его жизни τ по лабораторным часам?

23.12. Позитрон и электрон соединяются, образуя два фотона. Найти энергию $h\nu$ каждого из фотонов, считая, что начальная энергия частиц ничтожно мала. Какова длина волны λ этих фотонов?

23.13. Электрон и позитрон образуются фотоном с энергией $h\nu=2{,}62$ МэВ. Какова была в момент возникновения полная кинетическая энергия W_1+W_2 позитрона и электрона?

23.14. Электрон и позитрон, образованные фотоном с энергией $h\nu=5{,}7$ МэВ, дают в камере Вильсона, помещенной в магнитное поле, траектории с радиусом кривизны $R=3$ см. Найти магнитную индукцию B поля.

23.15. Неподвижный нейтральный π-мезон, распадаясь, превращается в два фотона. Найти энергию $h\nu$ каждого фотона. Масса покоя π-мезона $m_0(\pi)=264{,}2m_0$, где m_0 — масса покоя электрона.

23.16. Нейтрон и антинейтрон соединяются, образуя два фотона. Найти энергию $h\nu$ каждого из фотонов, считая, что начальная энергия частиц ничтожно мала.

23.17. Неподвижный K^0-мезон распадается на два заряженных π-мезона. Масса покоя K^0-мезона $m_0(K^0)=965m_0$, где m_0 — масса покоя электрона; масса каждого π-мезона $m(\pi)=1{,}77m_0(\pi)$, где $m_0(\pi)$ — его масса покоя. Найти массу покоя $m_0(\pi)$ π-мезонов и их скорость v в момент образования.

23.18. Вывести формулу, связывающую магнитную индукцию B поля циклотрона и частоту ν приложенной к дуантам разности потенциалов. Найти частоту приложенной к дуантам разности потенциалов для дейтонов, протонов и α-частиц. Магнитная индукция поля $B=1{,}26$ Тл.

23.19. Вывести формулу, связывающую энергию W вылетающих из циклотрона частиц и максимальный радиус кривизны R траектории частиц. Найти энергию W вылетающих из циклотрона дейтонов, протонов и α-частиц, если максимальный радиус кривизны $R=48{,}3$ см; частота приложенной к дуантам разности потенциалов $\nu=12$ МГц.

23.20. Максимальный радиус кривизны траектории частиц в циклотроне $R=35$ см; частота приложенной к дуантам разности потенциалов $\nu=13{,}8$ МГц. Найти магнитную

индукцию B поля, необходимого для синхронной работы циклотрона, и максимальную энергию W вылетающих протонов.

23.21. Решить предыдущую задачу для: а) дейтонов, б) α-частиц.

23.22. Ионный ток в циклотроне при работе с α-частицами $I=15$ мкА. Во сколько раз такой циклотрон продуктивнее массы $m=1$ г радия?

23.23. Максимальный радиус кривизны траектории частиц в циклотроне $R=50$ см; магнитная индукция поля $B=1$ Тл. Какую постоянную разность потенциалов U должны пройти протоны, чтобы получить такое же ускорение, как в данном циклотроне?

23.24. Циклотрон дает дейтоны с энергией $W=7$ МэВ. Магнитная индукция поля циклотрона $B=1{,}5$ Тл. Найти максимальный радиус кривизны R траектории дейтона.

23.25. Между дуантами циклотрона радиусом $R=50$ см приложена переменная разность потенциалов $U=75$ кВ с частотой $\nu=10$ МГц. Найти магнитную индукцию B поля циклотрона, скорость v и энергию W вылетающих из циклотрона частиц. Какое число оборотов n делает заряженная частица до своего вылета из циклотрона? Задачу решить для дейтонов, протонов и α-частиц.

23.26. До какой энергии W можно ускорить α-частицы в циклотроне, если относительное увеличение массы частицы $k=(m-m_0)/m_0$ не должно превышать 5%?

23.27. Энергия дейтонов, ускоренных синхротроном, $W=200$ МэВ. Найти для этих дейтонов отношение m/m_0 (где m — масса движущегося дейтона и m_0 — его масса покоя) и скорость v.

23.28. В фазотроне увеличение массы частицы при возрастании ее скорости компенсируется увеличением периода ускоряющего поля. Частота разности потенциалов, подаваемой на дуанты фазотрона, менялась для каждого ускоряющего цикла от $\nu_0=25$ МГц до $\nu=18{,}9$ МГц. Найти магнитную индукцию B поля фазотрона и кинетическую энергию W вылетающих протонов.

23.29. Протоны ускоряются в фазотроне до энергии $W=660$ МэВ, α-частицы — до энергии $W=840$ МэВ. Для того чтобы скомпенсировать увеличение массы, изменялся период ускоряющего поля фазотрона. Во сколько раз необходимо было изменить период ускоряющего поля фазотрона (для каждого ускоряющего цикла) при работе: а) с протонами; б) с α-частицами?

Глава I

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

§ 1. Кинематика

1.1. Средняя скорость движения автомобиля $\bar{v}=l/t$, где $l=l_1+l_2=v_1t_1+v_2t_2$. По условию $t_1=t_2=t/2$. Таким образом,

$$\bar{v}=\frac{v_1t/2+v_2t/2}{t}=\frac{v_1+v_2}{2}=60 \text{ км/ч}.$$

1.2. $\bar{v}=l/t$, где $t=t_1+t_2=l_1/v_1+l_2/v_2$. По условию $l_1=l_2=l/2$. Таким образом,

$$\bar{v}=\frac{l}{l/2v_1+l/2v_2}=\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}=53{,}3 \text{ км/ч}.$$

1.3. $\bar{v}=12{,}3$ км/ч; $\bar{u}=0{,}83$ м/с.

1.4. а) $v=3$ м/с; б) $v=1$ м/с; в) $v=2{,}24$ м/с.

1.5. а) Самолет должен держать курс на юго-запад под углом $\alpha=3°52'$ к меридиану, скорость $v=798$ км/ч; б) курс на северо-запад, $\alpha=3°52'$, $v=798$ км/ч; в) курс на запад, $v=746$ км/ч; г) курс на восток, $v=854$ км/ч.

1.6. а) $t=30$ мин; б) $t=30{,}2$ мин; в) $t=26{,}8$ мин.

1.7. $u=0{,}60$ м/с; $t=250$ с.

1.8. $v_0=14{,}7$ м/с; $h=11$ м.

1.9. $t=2{,}9$ с; $h=4h_0=40$ м.

1.10. а) $t=8{,}4$ с; б) $t=7{,}3$ с; в) $t=7{,}8$ с.

1.11. Характер зависимости высоты h и скорости v тела от времени t изображен на рис. 68.

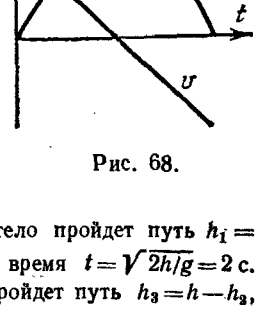


Рис. 68.

1.12. За первую 0,1 с своего движения тело пройдет путь $h_1=gt_1^2/2=0{,}049$. Весь путь тело пройдет за время $t=\sqrt{2h/g}=2$ с. За последнюю 0,1 с своего движения тело пройдет путь $h_3=h-h_2$, где h_2 — путь, пройденный телом за время $t_2=(2-0{,}1)$ с $=1{,}9$ с. Так как $h_2=gt_2^2/2=17{,}7$ м, то путь $h_3=(19{,}6-17{,}7)$ м $=1{,}9$ м.

1.13. Первый 1 м своего пути тело пройдет за время $t_1=\sqrt{2h_1/g}=0{,}45$ с. Общее время падения $t=\sqrt{2h/g}=2$ с. Последний 1 м своего пути тело пройдет за время $t_3=t-t_2$, где t_2 — время прохождения

пути $h_2 = (19{,}6 - 1)$ м $= 18{,}6$ м. Так как $t_2 = \sqrt{2h_2/g} = 1{,}95$ с, то время $t_3 = (2 - 1{,}95)$ с $= 0{,}05$ с.

1.14. $h = 57$ м; $t = 3{,}4$ с.

1.15. Тело 1 прошло путь $h_1 = v_0 t - gt^2/2$; тело 2 прошло путь $h_2 = gt^2/2$. Расстояние между телами $l = h - (h_1 + h_2)$. Так как $h_1 + h_2 = v_0 t$, то $l = h - v_0 t$. Тела встретятся при $l = 0$, т. е. в момент времени $t = h/v_0$.

1.16. $a = 0{,}13$ м/с^2; $t = 3{,}6$ мин.

1.17. При равнопеременном движении имеют место уравнения движения

$$s = v_0 t + at^2/2, \tag{1}$$

$$v = v_0 + at. \tag{2}$$

По условию $v = 0$. Поэтому из (2) имеем

$$a = -v_0/t = -0{,}5 \text{ м/с}^2. \tag{3}$$

Подставляя (3) в (1), найдем $s = v_0 t/2 = 100$ м.

1.18. $a = -0{,}055$ м/с^2; $s = 566$ м.

1.19. $t = 30$ с; $s = 225$ м.

1.20. $t = (v_{20} - v_{10})/(a_1 + a_2)$. Так как время $t > 0$, то для решения задачи необходимо, чтобы $v_{20} > v_{10}$.

1.21. $a = (v_{20} - v_{10})/t = 1$ м/с^2.

1.22. а) $v = (2 - 6t + 12t^2)$ м/с, $a = (-6 + 24t)$ м/с^2; б) $s = 24$ м, $v = 38$ м/с, $a = 42$ м/с^2. Характер зависимости пути s, скорости v и ускорения a тела от времени t изображен на рис. 69.

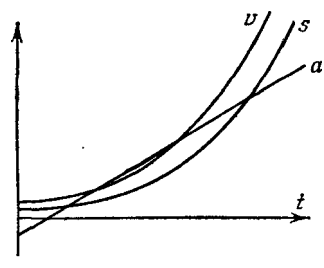


Рис. 69.

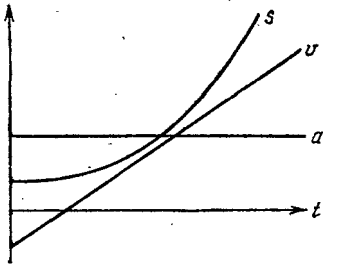


Рис. 70.

1.23. $\bar{v} = 7$ м/с; $\bar{a} = 4$ м/с^2. Характер зависимости пути s, скорости v и ускорения a тела от времени t изображен на рис. 70.

1.24. $\bar{v}_1 = 3$ м/с, $\bar{v}_2 = 5$ м/с, $\bar{v}_3 = 7$ м/с; $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 = \bar{a}_3 = 2$ м/с^2.

1.25. $t = 12$ с; $\bar{a} = 0{,}64$ м/с^2.

1.26. Перемещение камня можно разложить на два: горизонтальное s_x и вертикальное s_y (рис. 71). Применяя закон независимости

движений, имеем $s_y = h = gt^2/2$, $s_x = l = v_x t$, где t — время движения. Отсюда $t = \sqrt{2h/g} = 2{,}26$ с; $l = v_x t = 33{,}9$ м; $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 26{,}7$ м/с, где $v_y = gt = 22{,}1$ м/с; $\sin\varphi = v_y/v = 0{,}827$ и $\varphi = 55°48'$.

1.27. $h = 1{,}22$ м; $v_x = 10$ м/с; $v = 11{,}1$ м/с; $\varphi = 26°12'$.

1.28. $v_x = 11{,}1$ м/с; $\varphi = 68°12'$.

1.29. $v_x = 4{,}4$ м/с.

1.30. Так как горизонтальная составляющая скорости камня постоянна, то горизонтальная составляющая ускорения равна нулю.

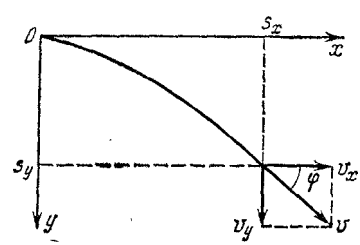


Рис. 71.

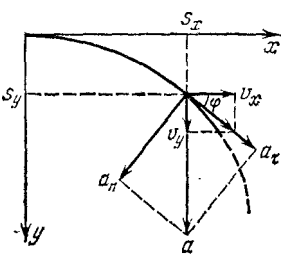


Рис. 72.

Поэтому полное ускорение камня a все время направлено вертикально вниз и равно ускорению свободного падения g: $a = g = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$. Из рис. 72 имеем

$$\cos\varphi = \frac{v_x}{v} = \frac{a_n}{a} = \frac{a_n}{g}, \quad \sin\varphi = \frac{v_y}{v} = \frac{a_\tau}{a} = \frac{a_\tau}{g};$$

отсюда

$$a_n = g\frac{v_x}{v} = \frac{gv_x}{\sqrt{v_x^2 + g^2t^2}} = 8{,}2 \text{ м/с}^2, \quad a_\tau = g\frac{v_y}{v} = \frac{g^2t}{\sqrt{v_x^2 + g^2t^2}} = 5{,}4 \text{ м/с}^2.$$

1.31. $R = 305$ м.

1.32. Найдем высоту h, на которую поднимется мяч, брошенный со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Имеем (рис. 73)

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt, \quad (1)$$
$$s_y = (v_0 \sin\alpha)\, t - gt^2/2. \quad (2)$$



Рис. 73.

В верхней точке $v_y = 0$, и из (1) получим $v_0 \sin\alpha = gt_1$; отсюда время подъема мяча $t_1 = (v_0 \sin\alpha)/g$. Подставляя t_1 в (2), получим $h = s_y = (v_0^2 \sin^2\alpha)/2g = 2{,}1$ м.

Найдем дальность полета l мяча. Имеем (рис. 73)

$$v_x = v_0 \cos\alpha, \quad (3)$$

$$s_x = v_x t = (v_0 \cos\alpha)\, t. \quad (4)$$

Мяч упадет на землю через время $t_2 = 2t_1 = 2(v_0 \sin\alpha)/g$. Подставляя t_2 в (4), получим $l = s_x = (v_0^2 \sin 2\alpha)/g = 10{,}0$ м.

Время полета мяча $t_2 = 2t_1 = 2(v_0 \sin\alpha)/g = 1{,}3$ с.

1.33. Так как $l = s_x = (v_0^2 \sin 2\alpha)/g$, то $l_1/l_2 = g_2/g_1$, откуда $l_2 = l_1 g_1/g_2 = 16{,}23$ м, где g_1 и g_2 — ускорения свободного падения в Ленинграде и в Ташкенте.

1.34. $h = 5{,}9$ м.

1.35. $h = 7{,}4$ м.

1.36. Найдем время t_1, за которое тело поднимется до верхней точки траектории: $t_1 = (v_0 \sin\alpha)/g = 0{,}75$ с. Отсюда видно, что к моменту $t = 1{,}25$ с тело будет находиться уже на спуске. Задачу теперь можно сформулировать так: «Тело брошено горизонтально со скоростью $v_0' = v_0 \cos\alpha = 12{,}7$ м/с. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения через время $t' = (1{,}25 - 0{,}75)$ с $= 0{,}5$ с после начала движения». Таким образом, мы получили задачу, аналогичную задаче 1.30. Решая ее так же, как задачу 1.30, получим

$$a_n = g\frac{v_0'}{v} = 9{,}15 \text{ м/с}^2, \quad a_\tau = g\frac{v_y}{v} = \frac{g^2 t'}{\sqrt{v_0'^2 + g^2 t'^2}} = 3{,}52 \text{ м/с}^2.$$

Учащемуся предлагается проверить, что полное ускорение a тела, направленное всегда вниз, равно ускорению свободного падения g (см. решение 1.30).

1.37. $R = 6{,}3$ м.

1.38. $v_0 = 9{,}4$ м/с; $\alpha = 54°44'$.

1.39. Движение тела, брошенного с высоты h_0 под углом α к горизонту, можно разложить на два этапа: движение тела до наивысшей точки A (рис. 74) и движение тела, брошенного из точки A горизонтально со скоростью $v_x = v_0 \cos\alpha$. Высота подъема тела

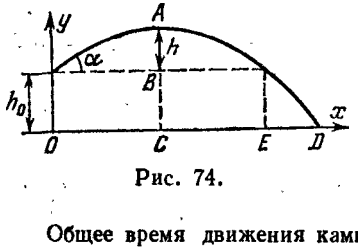


Рис. 74.

$$s_y = AC = h_0 + h = h_0 + (v_0^2 \sin^2\alpha)/2g.$$

Общее время движения камня $t = t_1 + t_2$, где $t_1 = (v_0 \sin\alpha)/g$ — время подъема камня на высоту h и $t_2 = \sqrt{2s_y/g}$ — время падения камня. Подставляя данные задачи, получим $s_y = 27{,}9$ м, $t_1 = 0{,}77$ с, $t_2 = 2{,}39$ с; отсюда $t = 3{,}16$ с.

Расстояние от основания башни до места падения камня на землю $l = OD = OC + CD$, где $OC = OE/2 = (v_0^2 \sin 2\alpha)/2g \approx 10$ м, $CD = v_x t_2 = v_0 t_2 \cos\alpha = 31{,}1$ м; отсюда $l = 41{,}1$ м.

Скорость $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, где $v_x = v_0 \cos\alpha = 13{,}0$ м/с, $v_y = g t_2 = 23{,}4$ м/с; отсюда $v = 26{,}7$ м/с.

Угол φ, составляемый траекторией камня с горизонтом в точке падения камня на землю, найдется из формулы $v_y = v_x \operatorname{tg}\varphi$, откуда $\operatorname{tg}\varphi = v_y/v_x = 1{,}8$ и $\varphi = 61°$.

1.40. Удар мяча о стенку происходит при подъеме мяча. Мяч ударит о стенку на высоте $h = 2{,}1$ м. В момент удара составляющие скорости $v_x = v_0 \cos\alpha = 7{,}07$ м/с и $v_y = v_0 \sin\alpha - gt = 2{,}91$ м/с; отсюда $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 7{,}6$ м/с.

1.41. а) $\omega = 7{,}26 \cdot 10^{-5}$ рад/с; б) $\omega = 14{,}5 \cdot 10^{-5}$ рад/с; в) $\omega = 1{,}74 \cdot 10^{-3}$ рад/с; г) $\omega = 1{,}19 \cdot 10^{-3}$ рад/с; д) $v = 7{,}8$ км/с.

1.42. $v = 231$ м/с.

1.43. $v = 1660$ км/ч.

1.44. $v = 400$ м/с.

1.45. $R = 8{,}33$ см.

1.46. При равнопеременном вращательном движении имеют место уравнения движения

$$\varphi = \omega_0 t + \varepsilon t^2/2, \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t. \tag{1}$$

По условию $\omega_0 = 0$. Тогда уравнения (1) примут вид

$$\varphi = \varepsilon t^2/2, \quad \omega = \varepsilon t. \tag{2}$$

Решая (2) совместно и учитывая, что $\varphi = 2\pi N$, получим $\varepsilon = \omega^2/4\pi N = 3{,}2$ рад/с^2.

1.47. $\varepsilon = 1{,}26$ рад/с^2; $N = 360$ об.

1.48. $\varepsilon = -0{,}21$ рад/с^2; $N = 240$ об.

1.49. $t = 10$ с.

1.50. $t = 6{,}3$ с; $N = 9{,}4$ об.

1.51. По условию $a_\tau = \text{const}$. Если t отсчитывать от начала движения, то $a_\tau = v/t$, $a_n = v^2/R$; отсюда $t = \sqrt{a_n R}/a_\tau$. а) Если $a_n = a_\tau$, то $t = \sqrt{R/a_\tau} = 2$ с; б) если $a_n = 2a_\tau$, то $t = \sqrt{2R/a_\tau} = 2{,}8$ с.

1.52. $a_\tau = v^2/4\pi NR = 0{,}1$ м/с^2.

1.53. $a_n = v^4 t^2/16\pi^2 N^2 R^3 = 0{,}01$ м/с^2.

1.54. $\omega = 4{,}4 \cdot 10^{16}$ рад/с; $a_n = 9{,}7 \cdot 10^{22}$ м/с^2.

1.55. а) При равнопеременном вращательном движении угловая скорость ω связана с временем t уравнением $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$. По условию $\omega_0 = 0$ и тогда $\omega = \varepsilon t$, т. е. угловая скорость растет пропорционально времени; при $t = 1$ с имеем $\omega = 3{,}14$ рад/с.

б) Так как $v = \omega R$, то линейная скорость также пропорциональна времени; при $t = 1$ с имеем $v = 0{,}314$ м/с.

в) Тангенциальное ускорение $a_\tau = \varepsilon R$ не зависит от t, т. е. постоянно во все время движения; при $t = 1$ с имеем $a_\tau = 0{,}314$ м/с^2.

г) Нормальное ускорение $a_n = \omega^2 R = \varepsilon^2 t^2 R$, т. е. растет пропорционально квадрату времени; при $t = 1$ с имеем $a_n = 0{,}986$ м/с^2.

д) Полное ускорение растет со временем по закону $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = a_\tau \sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4}$; при $t = 1$ с имеем $a = 1{,}03$ м/с^2.

е) Имеем $\sin \alpha = a_\tau / a = 1/\sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4}$, где α — угол, составляемый вектором полного ускорения с раднусом колеса. В начальный момент $t = 0$ имеем $a = a_\tau$ — полное ускорение направлено по касательной. При $t = \infty$ имеем $a = a_n$ (так как $a_\tau = \text{const}$ и a_n пропорционально квадрату времени) — полное ускорение направлено по нормали. К концу первой секуиды $\sin \alpha = a_\tau / a_n = 0{,}314/1{,}03 = 0{,}305$ и $\alpha = 17°46'$.

1.56. $a_n = 4{,}50$ м/с^2; $a_\tau = 0{,}06$ м/с^2.

1.57. $v = 4$ м/с; $a_\tau = 2$ м/с^2; $a_n = 2$ м/с^2; $a = 2{,}83$ м/с^2.

1.58. $\varepsilon = 0{,}43$ рад/с^2.

1.59. $R = a/\varepsilon \sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4} = 6{,}1$ м.

1.60. а) $\omega = 14$ рад/с; б) $v = 1{,}4$ м/с; в) $\varepsilon = 12$ рад/с^2; г) $a_\tau = 1{,}2$ м/с^2, $a_n = 19{,}6$ м/с^2.

1.61. $\Delta a_\tau = 0{,}3$ м/с^2.

1.62. Угол α определяется равенством $\operatorname{tg} \alpha = a_\tau / a_n$, где a_τ — тангенциальное и a_n — нормальное ускорения. Но $a_\tau = dv/dt$, $a_n = v^2/R$; следовательно, в условиях нашей задачи $\operatorname{tg} \alpha = (3 + 2t) R/(3t + t^2)^2$. Подставляя в эту формулу значения $t = 0$, 1, 2, 3, 4 и 5 с, получим: $t = 0$, $\operatorname{tg} \alpha = \infty$, т. е. $\alpha = 90°$ — полное ускорение направлено по касательной; $t = 1$ с, $\operatorname{tg} \alpha = 3{,}13$ и $\alpha = 72°17'$; $t = 2$ с, $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}7$ и $\alpha = 35°0'$; $t = 3$ с, $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}278$ и $\alpha = 15°32'$; $t = 4$ с, $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}14$ и $\alpha = 7°58'$; $t = 5$ с, $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}081$ и $\alpha = 4°38'$. При $t = \infty$ имеем $\operatorname{tg} \alpha = 0$, т. е. $\alpha = 0$ — полное ускорение направлено по нормали.

1.63. $R = 1{,}2$ м.

1.64. $a_n / a_\tau = 0{,}58$.

§ 2. Динамика

2.1. На опускающийся аэростат (с балластом) действуют подъемная сила F (вверх), сила сопротивления воздуха $F_{\text{сопр}}$ (вверх) и сила тяжести mg (вниз). Так как аэростат движется равномерно, то по первому закону Ньютона равнодействующая сила равна нулю:

$$F + F_{\text{сопр}} = mg. \qquad (1)$$

Когда балласт сброшен и аэростат начнет подниматься, вместо уравнения (1) будем иметь

$$F = F_{\text{сопр}} + (m - m_x) g. \qquad (2)$$

Решая (1) и (2) совместно, получим $m_x = 2(m - F/g) = 800$ кг.

2.2. а) На груз, поднимающийся вверх, действуют сила тяжести mg (вниз) и сила натяжения нити T (вверх). Применяя второй закон Ньютона, получим

$$ma = T - mg; \quad \text{отсюда} \quad T = m(a+g) = 14{,}8 \text{ Н}.$$

б) На груз, опускающийся вниз, действует сила тяжести mg (вниз) и сила натяжения нити T (вверх). Поэтому

$$ma = mg - T; \quad \text{отсюда} \quad T = m(g-a) = 4{,}8 \text{ Н}.$$

Если груз опускается с ускорением g (свободное падение груза), т. е. если $a = g$, то, как и следовало ожидать, сила натяжения нити $T = 0$.

2.3. $a = 1{,}25$ м/с^2.

2.4. а) $a = 4{,}9$ м/с^2 (вверх); б) $a = 2{,}45$ м/с^2 (вниз).

2.5. $a_2 = 13{,}8$ м/с^2.

2.6. Задачу можно решить двумя способами.

I. По второму закону Ньютона

$$F = ma, \tag{1}$$

где F — сила торможения, m — масса автомобиля, a — его ускорение (в нашем случае отрицательное). Так как автомобиль движется равнозамедленно, из уравнений кинематики равнопеременного движения получим

$$a = 2s/t^2, \tag{2}$$

$$v_0 = 2s/t = 36 \text{ км/ч} \tag{3}$$

(см. решение 1.17). Подставляя (2) в (1), имеем

$$F = 2sm/t^2 = 2{,}04 \text{ кН}. \tag{4}$$

II. Используем закон сохранения энергии. При торможении автомобиля его кинетическая энергия переходит в работу против силы торможения, т. е.

$$mv_0^2/2 = Fs. \tag{5}$$

Но из уравнений кинематики имеем

$$v_0 = 2s/t. \tag{3}$$

Подставляя (3) в (5), получим, как и раньше,

$$F = 2sm/t^2. \tag{4}$$

2.7. $F = 27{,}7$ кН.

2.8. а) $\overline{F} = 3$ кН; б) $\overline{F} = 30$ кН; в) $\overline{F} = 300$ кН.

2.9. Сила, которую надо приложить к вагону, идет на преодоление трения и на сообщение вагону ускорения, т. е. $F = F_{тр} + ma$. Но $F_{тр} = kmg$, где $k = 0{,}05$ — коэффициент трения. Так как вагон

движется равноускоренно, то $s=at^2/2$; отсюда $a=2s/t^2$, и тогда

$$F=kmg+2ms/t^2=8{,}2 \text{ кН}.$$

2.10. $v_0=11{,}75$ м/с.

2.11. $F=6$ кН; $t=50$ с; $s=375$ м.

2.12. По второму закону Ньютона $F=ma$, где $a=dv/dt$. У нас $v=ds/dt=-B+2Ct-3Dt^2$; следовательно, $a=dv/dt=2C-6Dt$. Тогда

$$F=ma=m(2C-6Dt)=0{,}5(10-6t) \text{ Н}.$$

Это уравнение дает зависимость силы F от времени t. В конце первой секунды $F=2$ Н.

2.13. $m=4{,}9$ кг.

2.14. $F=-0{,}123$ Н.

2.15. $F\Delta t=5{,}6\cdot10^{-23}$ Н·с.

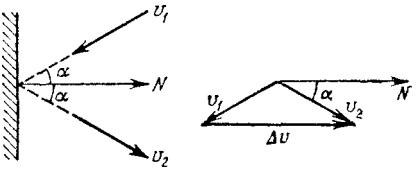


Рис. 75.

2.16. По второму закону Ньютона имеем $F\Delta t=m\Delta v$, где Δv — векторная разность скоростей. Считая положительным направление нормали, внешней к стенке (рис. 75), получим

$$\Delta v=v_2\cos\alpha-(-v_1\cos\alpha)=v_2\cos\alpha+v_1\cos\alpha.$$

Так как по условию $v_1=v_2=v$, то $\Delta v=2v\cos\alpha$. Таким образом, $F\Delta t=2mv\cos\alpha=2{,}8\cdot10^{-23}$ Н·с.

2.17. $t=0{,}51$ с.

2.18. $F=86$ Н. Указание. Учесть, что за время Δt о стенку ударяется масса воды, находящейся в цилиндре длиной $l=v\Delta t$ и поперечным сечением S, т. е. $m=\rho Sv\Delta t$, где ρ — плотность воды.

2.19. $v=21{,}6$ км/ч; $t=73$ с; $a=-0{,}098$ м/с^2; $s=218$ м.

2.20. а) $F=980$ Н; б) $F=3$ кН.

2.21. $\alpha=14°$. Указание. Учесть, что равнодействующая силы тяжести и силы инерции должна быть перпендикулярна к поверхности жидкости.

2.22. $\alpha=6°30'$.

2.23. $k\leqslant0{,}15$.

2.24. Обозначим силу тяжести, действующую на единицу длины каната, через m_1g. Тогда сила тяжести свешивающейся части каната

равна $m_1gl/4$. Эта сила тяжести уравновешивается силой трения $F_{тр}$, действующей на ту часть каната, которая лежит на столе: $F_{тр} = 3km_1gl/4$. Таким образом, $m_1gl/4 = 3km_1gl/4$, откуда $k = 0{,}33$.

2.25. а) Сила тяги, развиваемая мотором автомобиля, поднимающегося в гору, идет на преодоление силы трения и составляющей силы тяжести, параллельной перемещению (рис. 76): $F = F_{тр} + mg \sin \alpha$, причем $F_{тр} = kmg \cos \alpha$. Таким образом, сила тяги

$$F = mg (k \cos \alpha + \sin \alpha) = 1{,}37 \text{ кН}.$$

б) Для автомобиля, движущегося под гору, сила тяги

$$F = mg (k \cos \alpha - \sin \alpha) = 590 \text{ Н}.$$

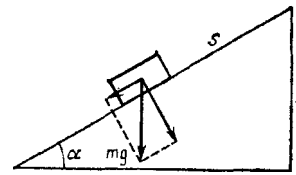


Рис. 76.

Если сила трения меньше составляющей силы тяжести, параллельной перемещению, т. е. если $kmg \cos \alpha < mg \sin \alpha$, то $F < 0$. В этом случае, чтобы осуществить равномерное движение автомобиля под гору, необходимо приложить задерживающую силу. При отсутствии этой силы автомобиль будет двигаться под гору с ускорением $a = g (\sin \alpha - k \cos \alpha)$.

2.26. $F = 2{,}37$ кН.

2.27. $k \leqslant 0{,}07$; $a = 0{,}39$ м/с^2; $t = 22{,}7$ с; $v = 8{,}85$ м/с.

2.28. $k = \operatorname{tg} \alpha - v^2/2gs \cos \alpha = 0{,}2$.

2.29. $k = 0{,}5$.

2.30. Сила $mg_1 - mg_2$ сообщает обеим гирям ускорение

$$a = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 3{,}27 \text{ м/с}^2. \qquad (1)$$

Уравнения движения гирь с массами m_1 и m_2 запишутся в виде

$$m_1 a = m_1 g - T_1, \quad m_2 a = T_2 - m_2 g \qquad (2)$$

(см. решение 2.2). Из уравнений (1) и (2) получим

$$T_1 = T_2 = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = 13{,}0 \text{ Н}.$$

2.31. $a = g \dfrac{m_1 - km_2}{m_1 + m_2} = 4{,}4$ м/с^2;

$$T_1 = T_2 = \frac{m_1 m_2 (1 + k)}{m_1 + m_2} g = 5{,}4 \text{ Н}.$$

2.32. $a = g \dfrac{m_1 - m_2 \sin \alpha}{m_1 + m_2} = 2{,}45$ м/с^2;

$$T_1 = T_2 = \frac{m_1 m_2 (1 + \sin \alpha)}{m_1 + m_2} g = 7{,}35 \text{ Н}.$$

2.33. $a = g\dfrac{m_1 - m_2(\sin\alpha + k\cos\alpha)}{m_1 + m_2} = 2{,}02$ м/с^2;

$T_1 = T_2 = \dfrac{m_1 m_2[1 + (\sin\alpha + k\cos\alpha)]}{m_1 + m_2} g = 7{,}77$ Н.

2.34. $a = g\dfrac{m_1\sin\beta - m_2\sin\alpha}{m_1 + m_2} = 1{,}02$ м/с^2;

$T_1 = T_2 = \dfrac{m_1 m_2(\sin\alpha + \sin\beta)}{m_1 + m_2} g = 5{,}9$ Н.

2.35. $a = g\dfrac{m_1(\sin\beta - k\cos\beta) - m_2(\sin\alpha + k\cos\alpha)}{m_1 + m_2} = 0{,}244$ м/с^2;

$T_1 = T_2 = \dfrac{m_1 m_2[\sin\alpha + \sin\beta + k(\cos\alpha - \cos\beta)]}{m_1 + m_2} g = 6{,}0$ Н.

2.36. Работа A идет на увеличение потенциальной энергии груза и на сообщение ему ускорения, т. е.

$A = mgh + mah = mh(g + a)$, откуда $a = (A - mgh)/mh = 29{,}4$ м/с^2.

2.37. $A_1/A_2 = 10$.

2.38. а) $A = 21{,}0$ Дж; б) $A = 64{,}0$ Дж.

2.39. $m\,\Delta v = -3{,}5$ кг·м/с.

2.40. $k = 0{,}01$.

2.41. $A = 2{,}25$ МДж; $s = 375$ м.

2.42. $v \leqslant 50$ км/ч.

2.43. $k = 0{,}05$.

2.44. $A = 35{,}6$ Дж.

2.45. $m = 0{,}06$ кг.

2.46. При мощности двигателя N и скорости движения v двигатель при перемещении автомобиля на расстояние s совершает работу $A = Nt/\eta = Ns/\eta v$. При этом затрачивается масса бензина $m = A/q = Ns/q\eta v = 13$ кг.

2.47. $\eta = 0{,}22$.

2.48. На рис. 77 дан характер зависимости от времени t кинетической $W_к$, потенциальной $W_п$ и полной W энергий камня, брошенного вертикально вверх.

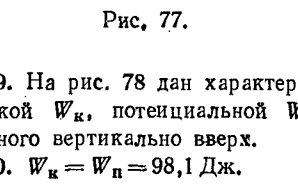


Рис. 77.

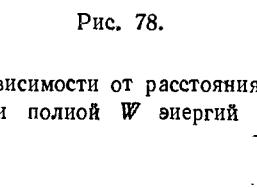


Рис. 78.

2.49. На рис. 78 дан характер зависимости от расстояния h кинетической $W_к$, потенциальной $W_п$ и полной W энергий камня, брошенного вертикально вверх.

2.50. $W_к = W_п = 98{,}1$ Дж.

2.51. $W_к = 32{,}2$ Дж; $W_п = 39{,}4$ Дж.

2.52. а) $W_к = 6{,}6$ Дж, $W_п = 15{,}9$ Дж, $W = 22{,}5$ Дж; б) $W_к = 5{,}7$ Дж, $W_п = 16{,}8$ Дж, $W = 22{,}5$ Дж. Отметим, что, согласно закону сохранения энергии, полная энергия в случаях а) и б) $W = 22{,}5$ Дж.

2.53. $t = 1{,}5$ с; $s_x = 19{,}1$ м.

2.54. $a_т = 0{,}1$ м/с^2.

2.55. Потенциальная энергия тела при соскальзывании с наклонной плоскости переходит в кинетическую энергию и в работу против силы трения, т. е. $mgh = mv^2/2 + F_{тр}l$. Но $h = l \sin \alpha$, $F_{тр} = kmg \cos \alpha$, где α — угол наклона плоскости.

а) $W_к = mv^2/2 = mgh - F_{тр}l = mgl\,(\sin \alpha - k \cos \alpha) = 4{,}9$ Дж.

б) $v = \sqrt{2W_к/m} = 3{,}1$ м/с.

в) Кинетическая энергия, которую тело имеет у основания наклонной плоскости, переходит в работу против силы трения на горизонтальной поверхности, т. е. $W_к = F_{тр}s = kmgs$, откуда $s = W_к/kmg = 10$ м.

2.56. $k = 0{,}07$.

2.57. $k = 0{,}22$; $Q = 5{,}7$ Дж.

2.58. $A = 7$ МДж; $N = 29{,}4$ кВт.

2.59. Мощность, развиваемая двигателем автомобиля, определяется формулой $N = Fv = kmgv$, где mg — сила тяжести, действующая на автомобиль.

а) При движении автомобиля по горизонтальной дороге мощность $N = kmgv = 6{,}9$ кВт.

б) При движении в гору автомобилю приходится преодолевать силу трения и составляющую силы тяжести, параллельную перемещению (см. решение 2.25), т. е. $F = mg\,(k \cos \alpha + \sin \alpha)$; следовательно мощность $N = mgv\,(k \cos \alpha + \sin \alpha) = 11{,}8$ кВт.

в) При движения автомобиля под гору мощность $N = mgv \times (k \cos \alpha - \sin \alpha) = 1{,}98$ кВт.

2.60. Чтобы автомобиль двигался под гору с выключенным мотором с постоянной скоростью, необходимо, чтобы сила трения была равна составляющей силы тяжести, параллельной перемещению, т. е. $kmg \cos \alpha = mg \sin \alpha$; отсюда $k = \operatorname{tg} \alpha$. Мощность, развиваемая двигателем при движении автомобиля в гору, определяется формулой $N = Fv = mgv\,(k \cos \alpha + \sin \alpha)$. Подставляя в эту формулу $k = \operatorname{tg} \alpha$, получим $N = 2mgv \sin \alpha = 11{,}8$ кВт.

2.61. а) При неподвижной платформе начальная скорость снаряда относительно земли равна его скорости v_0 относительно орудия. На основании закона сохранения импульса имеем

$$(m_1 + m_2 + m_3)\,v = m_3v_0 + (m_1 + m_2)\,u. \qquad (1)$$

В рассматриваемом случае $v = 0$. Тогда уравнение (1) дает

$$u = -m_3v_0/(m_1 + m_2) = -12 \text{ км/ч}.$$

Знак «минус» указывает, что если считать направление движения снаряда положительным, т. е. если считать $v_0 > 0$, то $u < 0$, платформа стала двигаться в направлении, противоположном направлению движения снаряда.

б) Если выстрел был произведен в направлении движения платформы, то начальная скорость снаряда относительно земли равна $v_0 + v$. На основании закона сохранения импульса имеем

$$(m_1 + m_2 + m_3)\, v = m_3 (v_0 + v) + (m_1 + m_2)\, u, \qquad (2)$$

откуда

$$u = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)\, v - m_3 (v_0 + v)}{m_1 + m_2} = 6 \text{ км/ч}.$$

Отметим, что $u > 0$, т. е. платформа продолжает двигаться в том же направлении, но с меньшей скоростью.

в) Если выстрел был произведен в направлении, противоположном направлению движения платформы, то при $v_0 > 0$ имеем $v < 0$. Тогда уравнение (2) примет вид

$$-(m_1 + m_2 + m_3)\, v = m_3 (v_0 - v) + (m_1 + m_2)\, u,$$

откуда

$$u = -\frac{(m_1 + m_2 + m_3)\, v + m_3 (v_0 - v)}{m_1 + m_2} = -30 \text{ км/ч}.$$

Отметим, что u и v направлены одинаково ($u < 0$ и $v < 0$); следовательно, платформа продолжает двигаться в том же направлении, но с большей скоростью.

2.62. $v = 0{,}6$ м/с.

2.63. $u = 5{,}14$ км/ч; $u' = 1{,}71$ км/ч.

2.64. а) $u = 17{,}8$ км/ч; б) $u = 53{,}5$ км/ч; в) $u = -17{,}8$ км/ч. Знак «минус» указывает, что вагон продолжает двигаться навстречу снаряду, но с меньшей скоростью.

2.65. $u_2 = -12{,}5$ м/с.

2.66. а) $u = 0{,}67$ м/с; б) $u = 0{,}83$ м/с; в) $u = 0{,}5$ м/с.

2.67. $s = 0{,}3$ м.

2.68. $W_к = 49$ Дж.

2.69. $t = 0{,}58$ с.

2.70. $\bar{F} = 20$ Н.

2.71. а) $s = 284$ м; б) $s = 71$ м; в) $s = 1770$ м.

2.72. $W_{к1} = 150$ кДж.

2.73. а) $u_1 = u_2 = 1{,}8$ м/с; б) $u_1 = 0{,}6$ м/с, $u_2 = 2{,}6$ м/с.

2.74. $m_1/m_2 = 1/3$.

2.75. Первое тело до удара обладало кинетической энергией $W_{к1} = m_1 v^2/2$. После неупругого удара оба тела начали двигаться с общей скоростью $u = m_1 v/(m_1 + m_2)$. Кинетическая энергия обоих

тел после удара стала $W'_к=(m_1+m_2)\,u^2/2=m_1^2v^2/2\,(m_1+m_2)$. Разность $W_{к1}-W'_к$ равна количеству теплоты Q, выделившемуся при ударе:

$$Q=m_1v^2/2-m_1^2v^2/2\,(m_1+m_2)=12\text{ Дж}.$$

2.76. $W_{к1}=5{,}62$ Дж; $W'_{к1}=0{,}62$ Дж.

2.77. $W_{к1}=7{,}5$ Дж.

2.78. $W_{к1}/W_{к2}=1{,}25$.

2.79. а) $h_1=0{,}005$ м, $h_2=0{,}08$ м; б) $h=0{,}02$ м.

2.80. $v=550$ м/с.

2.81. $l=0{,}64$ м.

2.82. $Q=0{,}188$ Дж.

2.83. $F\,\Delta t=0{,}75$ Н·с.

2.84. $h_2=0{,}5$ м; $Q=1{,}48$ Дж.

2.85. Падая с высоты h_1, шарик подлетает к полу со скоростью v_1, а отскакивает от него со скоростью $v_2=kv_1$. Согласно закону сохранения энергии $mgh_1=mv_1^2/2$ и $mgh_2=mv_2^2/2$, откуда $h_2/h_1=v_2^2/v_1^2=k^2v_1^2/v_1^2=k^2$, т. е. $h_2=k^2h_1$. Промежуток времени с момента падения шарика до второго удара о пол $t=t_1+2t_2$, где t_1—время падения шарика с высоты h_1 и t_2—время падения шарика с высоты h_2. Так как $t_1=\sqrt{2h_1/g}$ и $t_2=\sqrt{2h_2/g}=k\sqrt{2h_1/g}$, то

$$t=\sqrt{2h_1/g}\,(1+2k);\quad\text{отсюда}\quad k=\frac{t-\sqrt{2h_1/g}}{2\sqrt{2h_1/g}}=0{,}94.$$

2.86. $h_2=0{,}84$ м; $t=1{,}4$ с.

2.87. $k=0{,}9$.

2.88. $F\,\Delta t=0{,}17$ Н·с; $Q=37{,}2$ мДж.

2.89. Кинетическая энергия первого тела до удара $W_{к1}=m_1v^2/2$; кинетическая энергия второго тела до удара $W_{к2}=0$. После удара кинетическая энергия обоих тел $W'_к=(m_1+m_2)\,u^2/2$, где $u=m_1v/(m_1+m_2)$—общая скорость тел. Следовательно, $W'_к=m_1^2v^2/2\,(m_1+m_2)$. Тогда кинетическая энергия, перешедшая при ударе в тепло,

$$W_{к1}-W'_к=\frac{m_1v^2}{2}-\frac{m_1^2v^2}{2\,(m_1+m_2)}=\frac{m_1v^2}{2}\left(1-\frac{m_1}{m_1+m_2}\right).$$

Искомое отношение:

$$\frac{W_{к1}-W'_к}{W_{к1}}=1-\frac{m_1}{m_1+m_2}=\frac{m_2}{m_1+m_2}.$$

а) Если $m_1=m_2$, то $(W_{к1}-W'_к)/W_{к1}=0{,}5$; б) если $m_1=9m_2$, то $(W_{к1}-W'_к)/W_{к1}=0{,}1$.

2.90. Кинетическая энергия первого тела до удара $W_{к1}=m_1v^2/2$; кинетическая энергия второго тела до удара $W_{к2}=0$. После

удара второе тело приобрело кинетическую энергию $W'_{к2}=m_2u^2/2$, где $u=2m_1v/(m_1+m_2)$. Таким образом, первое тело передало второму телу кинетическую энергию $W'_{к2}=\frac{m_2}{2}\left(\frac{2m_1v}{m_1+m_2}\right)^2$. Искомое отношение:

$$\frac{W'_{к2}}{W_{к1}}=\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}.$$

а) Если $m_1=m_2$, то $W'_{к2}/W_{к1}=1$; б) если $m_1=9m_2$, то $W'_{к2}/W_{к1}=0{,}36$.

2.91. $m_1/m_2=5$; $W'_{к2}=(5/9)$ кДж.

2.92. $W_к/W'_к=1{,}4$.

2.93. а) $(\Delta v)/v=2/13$; б) $(\Delta v)/v=2/236$.

2.94. $x=\frac{mv^2/R}{mg}=\frac{v^2}{Rg}=\frac{\omega^2R}{g}=0{,}34\%$.

2.95. $T=1$ ч 25 мин.

2.96. $F=245$ Н.

2.97. $v=2{,}43$ м/с; $T=0$ (в высшей точке), $T=39{,}2$ Н (в низшей точке).

2.98. $n=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9g}{l}}=2{,}1$ об/с.

2.99. $m=0{,}5$ кг.

2.100. $n=59$ об/мин.

2.101. $T=1{,}96$ Н.

2.102. $k=0{,}2$.

2.103. а) $R=1600$ м; б) $R=711$ м.

2.104. $\alpha=22°$.

2.105. $\alpha=1°$.

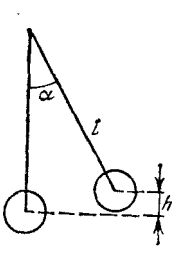


Рис. 79.

2.106. а) $n=2$ об/с; б) $n=1{,}5$ об/с.

2.107. $v=47$ км/ч.

2.108. Сила натяжения нити в момент прохождения грузом положения равновесия $T=mg+mv^2/l$, где l — длина нити. Кроме того, $mgh=mv^2/2$, откуда $v=\sqrt{2gh}$. Но (рис. 79) $h=l-l\cos\alpha=l(1-\cos\alpha)$. Тогда

$$\frac{mv^2}{l}=\frac{m}{l}2gh=\frac{m}{l}2gl(1-\cos\alpha)=2mg(1-\cos\alpha)$$

и сила натяжения $T=mg[1+2(1-\cos\alpha)]=12{,}4$ Н.

2.109. $\alpha=45°34'$; $T=632$ Н; $v=6$ м/с.

2.110. $\alpha=60°$; $T_1/T_2=2{,}3$.

2.111. $T=3mg$.

2.112. $\alpha=60°$.

2.113. $h=2$ м.

2.114. Боковое давление воды

$$P=F/ld, \tag{1}$$

где F — центробежная сила, l — длина той части трубы, на которую производится давление. Далее,

$$F=mv^2/R, \tag{2}$$

где

$$m=\rho lS \tag{3}$$

— масса воды в объеме Sl (S — площадь поперечного сечения трубы, ρ — плотность воды). Скорость течения воды

$$v=\frac{m_t}{\rho S}. \tag{4}$$

Подставляя (2)—(4) в (1), получим $P=m_t^2/R\rho dS=56{,}0$ Па.

2.115. $P=1{,}25$ кПа.

2.116. Работа, совершаемая при сжатии пружины, определяется формулой

$$A=-\int_0^l F\,dl, \tag{1}$$

где l — сжатие. По условию сила пропорциональна сжатию, т. е.

$$F=-kl. \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1), получим

$$A=\int_0^l kl\,dl=kl^2/2=58{,}8 \text{ Дж}.$$

2.117. При статическом прогибе $mg=kh_0$; отсюда $k=mg/h_0$. При падении этого груза с высоты H имеем

$$mg(H+h)=kh^2/2=mgh^2/2h_0, \text{ или } h^2-2h_0h-2h_0H=0.$$

Решая это уравнение, находим $h=h_0\pm\sqrt{h_0^2+2h_0H}$. Если $H=0$, то $h=2h_0=4$ см; если $H=1$ м, то $h=22{,}1$ см.

2.118. $h=1{,}23$ м.

2.119. 10 делений.

2.120. $F=72{,}5$ Н.

2.121. $v=3{,}6$ км/ч.

2.122. $v=22{,}1$ м/с.

2.123. $W_{п1}/W_{п2}=k_2/k_1$.

2.124. На расстоянии $l=k_2L/(k_1+k_2)=6$ см от первой пружины.

2.125. $F=m\Delta l/(\Delta t)^2=13{,}7$ Н.

2.126. Сила натяжения шнура (рис. 80) $T = mg/\cos\alpha = 5{,}7$ Н вызывает растяжение шнура на Δl, причем $T = k\,\Delta l$; отсюда $\Delta l = T/k = 9{,}5$ мм. Из рис. 80 видно, что

$$l/R = T/F. \tag{1}$$

Но

$$F = T\sin\alpha = mv^2/R = 4\pi^2 n^2 mR. \tag{2}$$

Из (1) и (2) имеем $l = T/4\pi^2 n^2 m = 7{,}25$ см. Таким образом, длина нерастянутого резинового шнура $l_0 = l - \Delta l = 6{,}3$ см.

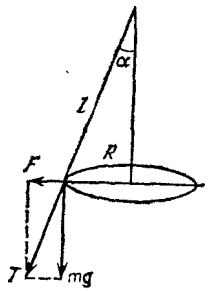


Рис. 80.

2.127. $l = 10{,}8$ см. Указание. Учесть, что потенциальная энергия поднятого груза переходит в работу растяжения шнура и в кинетическую энергию груза.

2.128. Мяч плавает, если сила тяжести, действующая на него, уравновешивается силой Архимеда, т. е.

$$mg = F_{\text{Арх}}, \quad \text{или} \quad mg = \rho_0 V_0 g, \tag{1}$$

где V_0 — объем шарового сегмента высотой h, находящегося в воде при равновесии, ρ_0 — плотность воды, m — масса мяча. Очевидно, что $H + h = R$, т. е. радиусу мяча. Если теперь погрузить мяч в воду на глубиину x, то сила Архимеда превысит силу тяжести, действующую на мяч, и результирующая сила, выталкивающая мяч из воды, будет

$$F_x = F'_{\text{Арх}} - mg. \tag{2}$$

Против этой силы F_x и должна быть совершена работа. Сила Архимеда

$$F'_{\text{Арх}} = \rho_0 V g, \tag{3}$$

где V — объем шарового сегмента высотой $h + x$. Из (1)—(3) имеем

$$F_x = \rho_0 V g - \rho_0 V_0 g = \rho_0 g\,(V - V_0) = \rho_0 g V_x,$$

где V_x — объем шарового слоя высотой x. Шаровой сегмеит высотой l имеет обьем $V_l = \pi l^2\,(3R - l)/3$, где R — радиус шара; отсюда объем шарового слоя

$$V_x = V - V_0 = \frac{\pi\,(x+h)^2}{3}\,[3R - (x+h)] - \frac{\pi h^2}{3}\,(3R - h).$$

Тогда

$$F_x = \rho_0 g V_x = \frac{\pi\rho_0 g}{3}\,[3R\,(x+h)^2 - (x+h)^3 - h^2\,(3R - h)]. \tag{4}$$

Работа, которую надо совершить против этой силы при погружении мяча до диаметральной плоскости, будет

$$A = \int_0^H F_x\, dx. \tag{5}$$

Подставляя (4) в (5), интегрируя и учитывая, что $H+h=R$, получим после подстановки данных задачи $A=0{,}74$ Дж.

2.129. $A=0{,}17$ Дж (см. решение 2.128).

2.130. $A=0{,}84$ Дж (см. решение 2.128).

2.131. $A=Sgh^2(\rho_0-\rho)^2/2\rho_0=7{,}84$ Дж, где ρ_0 — плотность воды и ρ — плотность льда.

2.132. $F=1{,}86\cdot10^{-44}$ Н.

2.133. $W_п=-3{,}8\cdot10^{-10}$ Дж.

2.134. $G=3g/4\pi\rho R=6{,}7\cdot10^{-11}$ Н·м^2/кг^2.

2.135.

Планета	ρ, 10^3 кг/м^3	Планета	ρ, 10^3 кг/м^3
Меркурий	5,50	Юпитер	1,32
Венера	4,80	Сатурн	0,71
Земля	5,50	Уран	1,26
Марс	3,90	Нептун	1,6

2.136. На расстоянии $r=3{,}4\cdot10^5$ км от поверхности Земли.

2.137. $g_Л=0{,}165g_З$.

2.138. $T_Л=2{,}46T_З$.

2.139. Сила гравитационного взаимодействия между телом и Землей $F=GmM/r^2$, где m — масса тела, M — масса Земли и r — расстояние между ними. У поверхности Земли r равно радиусу Земли R и $F=mg$. Тогда

$$F=mg=GmM/R^2. \tag{1}$$

При движении тела вокруг Земли по круговой орбите сила гравитационного взаимодействия является центростремительной силой. Таким образом,

$$F=mv_1^2/R; \tag{2}$$

отсюда первая космическая скорость $v_1=\sqrt{GM/R}=\sqrt{gR}=7{,}9$ км/с.

2.140. Для того чтобы тело удалилось от Земли, необходимо, чтобы кинетическая энергия тела была достаточна для преодоления гравитационной потенциальной энергии, т. е.

$$mv^2/2 \geqslant GmM/R. \tag{1}$$

У поверхности Земли $GM/R^2 = g$ (см. уравнение (1) решения предыдущей задачи); поэтому $mv_2^2/2 \geqslant mgR$, откуда вторая космическая скорость $v_2 \geqslant \sqrt{2gR} = 11{,}2$ км/с.

2.141.

Планета	v_1, км/с	v_2, км/с	Планета	v_1, км/с	v_2, км/с
Меркурий	3,0	4,25	Юпитер	42,6	60,4
Венера	7,2	10,2	Сатурн	25,7	36,4
Земля	7,9	11,2	Уран	15,2	21,5
Марс	3,57	5,05	Нептун	16,6	23,5

2.142. $v = 30$ км/с.

2.143.

h, км	v, км/с	T
0	7,91	1 ч 25 мин
200	7,79	1 ч 28 мин
7000	5,46	4 ч 16 мин

2.144. $T = \sqrt{3\pi/G\rho}$.

Планета	T, ч	Планета	T, ч
Меркурий	1,41	Юпитер	2,86
Венера	1,50	Сатурн	3,90
Земля	1,41	Уран	2,94
Марс	1,66	Нептун	2,61

2.145. $a_n = 9{,}20$ м/с^2.

2.146. $T_1 = 7{,}8$ ч; $T_2 = 31{,}2$ ч.

2.147. $h = 35\,800$ км.

2.148. $v = 1{,}7$ км/с; $T = 1$ ч 50 мин.

2.149. $v_1 = 1{,}7$ км/с; $v_2 = 2{,}4$ км/с.

2.150. У поверхности Земли имеем

$$F = mg = GmM/R^2, \qquad (1)$$

где R — радиус Земли. На высоте h от поверхности Земли

$$mg_h = GmM/(R+h)^2. \quad (2)$$

Из (1) и (2) получим

$$g_h/g = R^2/(R+h)^2. \quad (3)$$

Уравнение (3) дает зависимость g_h/g от высоты h. Обозначим $g_h/g = n$; тогда из (3) имеем уравнение $h^2 + 2Rh + (R^2 - R^2/n) = 0$. Решая это уравнение, находим $h = -R \pm R/\sqrt{n}$. Так как h должно быть больше нуля, то надо взять решение со знаком плюс, т. е. $h = -R + R/\sqrt{n}$. В этом случае h будет всегда положительным, так как всегда $n < 1$. Подставляя $n = 0{,}25$, находим $h = R$, т. е. $g_h = 0{,}25g$ на высоте, равной радиусу Земли. Заметим, что если $h \ll R$, то уравнение (3) можно записать так:

$$g_h/g = R^2/(R+h)^2 \approx 1 - 2h/R.$$

2.151. $h = 13\,600$ км.

2.152. $W_п/W_к = 2$.

2.153. Пусть m — масса тела, находящегося на расстоянии h от поверхности Земли и на расстоянии r от ее центра масс. Учитывая указание, данное в условии задачи, можем написать

$$F_h = mg_h = GmM_r/r^2, \quad (1)$$

где M_r — масса шара радиусом r и с плотностью, равной плотности Земли ρ. Так как $M_r = 4\pi r^3\rho/3$, то $mg_h = 4Gm\pi r\rho/3$. У поверхности Земли

$$F = mg = GmM/R^2 = 4Gm\pi R\rho/3. \quad (2)$$

Из (1) и (2) получим

$$g_h/g = r/R = (R-h)/R. \quad (3)$$

Обозначим $g_h/g = n$, тогда из (3) имеем $h = R(1-n)$. Если $n = 0{,}25$, то $h = 0{,}75\ R$.

2.154. $h = 2H$.

2.155. По третьему закону Кеплера

$$T_1^2/T_2^2 = R_1^3/R_2^3. \quad (1)$$

Так как нас интересует период обращения планеты Солнечной системы, то целесообразно в качестве планеты с известными значениями T_2 и R_2 взять Землю (отметим, что при применении закона Кеплера к искусственным спутникам Земли естественно взять Луну в качестве спутника с известными значениями T_2 и R_2). Для нашего случая $T_2 = 12$ мес, $R_2 = 1{,}5 \cdot 10^8$ км. По условию $R_1 = (1{,}5 \cdot 10^8 + 0{,}24 \cdot 10^8)$ км $= 1{,}74 \cdot 10^8$ км. Тогда из (1) имеем $T_1 = T_2\sqrt{(R_1/R_2)^3} = 15$ мес $= 450$ сут.

2.156. $v=27{,}6$ км/с; $T=450$ сут.

2.157. $R_2=1{,}46\cdot10^4$ км; $T_2=104$ мин.

2.158. $T=88$ мин.

2.159. Возьмем элемент кольца dl (рис. 81). Сила гравитационного взаимодействия между элементом кольца dl и массой m, помещенной в точке A, будет

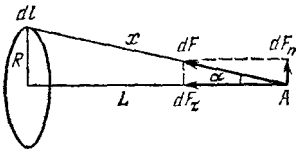


Рис. 81.

$$dF=G\frac{m\rho\pi r^2}{x^2}\,dl.$$

Сила dF направлена по линии x, соединяющей элемент кольца dl с массой m. Для нахождения силы гравитационного взаимодействия всего кольца и массы m надо векторно сложить все силы dF. Силу dF можно разложить на две составляющие: dF_n и dF_τ. Составляющие dF_n двух диаметрально расположенных элементов взаимно уничтожаются, поэтому

$$F=\int dF_\tau.$$

Но $dF_\tau=dF\cos\alpha=dF\,L/x$ и

$$F=\int\frac{L}{x}\,dF=G\frac{m\rho\pi r^2L}{x^3}\int\limits_0^{2\pi R}dl=G\frac{m\rho\pi r^2L\cdot2\pi R}{x^3}. \qquad (1)$$

Учитывая, что $x=\sqrt{R^2+L^2}$, имеем

$$F=\frac{2\pi^2Gm\rho r^2RL}{(R^2+L^2)^{3/2}}. \qquad (2)$$

2.160. Из формулы (2) решения предыдущей задачи видно, что если $L=0$, то $F=0$. Нетрудно убедиться, что функция F с увеличением L сначала растет, а затем уменьшается. Найдем максимум функции F. Выразим переменные величины x и L через угол α:

$$x=\frac{R}{\sin\alpha},\quad L=x\cos\alpha=\frac{R}{\sin\alpha}\cos\alpha.$$

Тогда формула (2) решения предыдущей задачи примет вид

$$F=\frac{2\pi^2Gm\rho r^2}{R}\cos\alpha\sin^2\alpha=B\cos\alpha\sin^2\alpha.$$

Для нахождения максимума функции F возьмем производную $dF/d\alpha$ и приравняем ее нулю:

$$dF/d\alpha=B\,(2\cos^2\alpha\sin\alpha-\sin^3\alpha)=0,\quad\text{или}\quad \operatorname{tg}^2\alpha=2.$$

Тогда расстояние L, на котором сила F максимальна, равно

$$L=\frac{R}{\sin\alpha}\cos\alpha=\frac{R}{\operatorname{tg}\alpha}=\frac{R}{\sqrt{2}}.$$

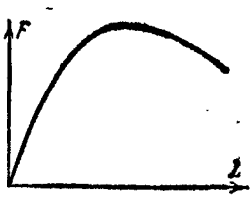


Рис. 82.

На рис. 82 изображен характер зависимости $F=f(L)$ (по оси абсцисс удобно откладывать L в см, по оси ординат F в 10^{-11} Н); $L_{max}=14{,}1$ см; $F_{max}=4{,}33\cdot10^{-11}$ Н.

2.161. $F_{max}/F=1/3$.

§ 3. Вращательное движение твердых тел

3.1. $J=9{,}7\cdot10^{37}$ кг·м^2; $L=7\cdot10^{33}$ кг·м^2/с.

3.2. а) $J_1=63{,}5\cdot10^{-3}$ кг·м^2; б) $J_2=62{,}5\cdot10^{-3}$ кг·м^2; в) $\delta=1{,}6\%$.

3.3. Результирующий момент сил, под действием которого вращается диск,

$$M=FR-M_{тр}. \qquad (1)$$

По основному закону динамики этот момент сил связан с угловым ускорением тела уравнением

$$M=J\varepsilon, \qquad (2)$$

где $J=mR^2/2$ — момент инерции диска. Из (1) и (2) получим $m=2(FR-M_{тр})/\varepsilon R^2=7{,}36$ кг.

3.4. $\varepsilon=2{,}35$ рад/с^2;

3.5. $F=4{,}0$ Н.

3.6. $M=100$ Н·м.

3.7. $\varepsilon=7{,}8$ рад/с^2; $t=1$ мин 20 с.

3.8. $n=23{,}4$ об/с.

3.9. $M_{тр}=513$ Н·м; $N=600$ об.

3.10. Гиря m_1 движется вниз с ускорением a под действием силы тяжести m_1g (вниз) и силы натяжения нити T_1 (вверх). Поэтому для гири m_1 имеем

$$m_1a=m_1g-T_1. \qquad (1)$$

Гиря m_2 движется вверх с тем же ускорением a под действием силы тяжести m_2g (вниз) и силы натяжения нити T_2 (вверх). Поэтому для гири m_2 имеем

$$m_2a=T_2-m_2g. \qquad (2)$$

Нить будет натянута по обе стороны блока по-разному, и разность сил натяжения T_1-T_2 будет создавать момент сил, вращающий блок.

Применяя основной закон динамики, получим

$$(T_1 - T_2)\,R = J\varepsilon = Ja/R, \qquad (3)$$

где $J = mR^2/2$ — момент инерции блока и m — масса блока. Решая (1)—(3) совместно, найдем

$$a = \frac{(m_1 - m_2)\,g}{m_1 + m_2 + J/R^2} = \frac{(m_1 - m_2)\,g}{m_1 + m_2 + m/2} = 2{,}8\ \text{м/с}^2. \qquad (4)$$

Если в уравнении (4) положить $m = 0$, т. е. пренебречь массой блока, то мы получим решение 2.30. Подставляя (4) в (1) и (2), получим

$$T_1 = \frac{m_1 g\,(2m_2 + J/R^2)}{m_1 + m_2 + J/R^2} = 14{,}0\ \text{Н}, \quad T_2 = \frac{m_2 g\,(2m_1 + J/R^2)}{m_1 + m_2 + J/R^2} = 12{,}6\ \text{Н}. \qquad (5)$$

Если в (5) положить $J = 0$ ($m = 0$), то мы снова получим решение 2.30.

3.11. Задачу можно решить двумя способами: применяя основной закон динамики вращательного движения (см. решение 3.10); применяя закон сохранения энергии. Учащимся предлагается найти самостоятельно решение задачи первым способом и получить ответ $a = 2mg/(m_0 + 2m) = 3\ \text{м/с}^2$.

При решении задачи вторым способом рассуждаем так. При опускании груза его потенциальная энергия уменьшается, переходя в кинетическую энергию поступательного движения груза и в кинетическую энергию вращения барабана. Таким образом,

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \qquad (1)$$

где J — момент инерции барабана. Так как $J = m_0R^2/2$ и $\omega = v/R$, где R — радиус барабана, то уравнение (1) можно записать так:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{m_0v^2}{2 \cdot 2} = \frac{v^2}{2}\left(m + \frac{m_0}{2}\right). \qquad (2)$$

Опускание груза происходит под действием постоянной силы, т. е. движение груза равноускоренное, поэтому

$$h = at^2/2, \quad v = at. \qquad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получим $a = 2mg/(m_0 + 2m) = 3\ \text{м/с}^2$.

3.12. $J = 9{,}5\ \text{кг} \cdot \text{м}^2$.

3.13. $t = 1{,}1$ с; $W_к = 0{,}81$ Дж; $T = 4{,}1$ Н.

3.14. $T_1 - T_2 = (J\varepsilon + M_{тр})/R = 1{,}08$ кН.

3.15. $a = 3{,}53\ \text{м/с}^2$; $T_1 = 6{,}3$ Н, $T_2 = 4{,}5$ Н. Учащимся предлагается проверить, что из формул, дающих решение этой задачи, можно получить решение 2.31.

3.16. Кинетическая энергия диска складывается из кинетической энергии поступательного движения и кинетической энергии вращения:

$$W_к = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}.$$

Так как $J = mR^2/2$ и $\omega = v/R$, где m — масса диска, R — его радиус, то $W_к = 3mv^2/4 = 24{,}0$ Дж.

3.17. $W_к = 0{,}1$ Дж.

3.18. $W_{к2} = 29{,}4$ Дж.

3.19. $Q = 2{,}51$ мДж.

3.20. $\delta = (W_{к1} - W_{к2})/W_{к2} = 40\%$, где $W_{к1} = W_{пост} + W_{вр}$; $W_{к2} = W_{пост}$.

3.21. $A = 355$ Дж.

3.22. $L = 3{,}8$ кг·м^2/с.

3.23. $W_к = 253$ Дж.

3.24. $s = 4{,}1$ м.

3.25. $h = 2R + \frac{R}{2}\left(1 + \frac{m_0}{m}\right) = 7{,}56$ м.

3.26. $A = 3{,}2\pi^3 R^5 \rho n^2 = 34{,}1$ Дж, где ρ — плотность меди.

3.27. При скатывании тела с наклонной плоскости его потенциальная энергия переходит в кинетическую. Таким образом,

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \qquad (1)$$

где J — момент инерции тела и m — его масса. Но

$$h = l\sin\alpha, \quad \omega = v/R. \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим

$$mgl\sin\alpha = \frac{v^2}{2}\left(m + \frac{J}{R^2}\right). \qquad (3)$$

Так как движение тел происходит под действием постоянной силы, то движение тел равноускоренное, поэтому

$$l = at^2/2, \quad v = at. \qquad (4)$$

Решая (3) и (4) совместно, получим

$$a = \frac{mg\sin\alpha}{m + J/R^2}. \qquad (5)$$

Подставляя в (5) выражения для момента инерции различных тел, найдем для шара, диска и обруча соответственно

$$a_1 = 3{,}50 \text{ м/с}^2, \quad a_2 = 3{,}27 \text{ м/с}^2, \quad a_3 = 2{,}44 \text{ м/с}^2.$$

Для тела, соскальзывающего с наклонной плоскости без трения, имеем $a = g\sin\alpha = 4{,}9$ м/с^2.

3.28. $v=\sqrt{\dfrac{2mgh}{m+J/R^2}}$; $v_1=2{,}65$ м/с, $v_2=2{,}56$ м/с, $v_3=2{,}21$ м/с; $v=3{,}13$ м/с.

3.29. Поступательная скорость цилиндров у основания наклонной плоскости определяется формулой

$$v=\sqrt{\frac{2mgh}{m+J/R^2}} \tag{1}$$

(см. предыдущую задачу). Алюминиевый цилиндр, у которого момент инерции меньше, чем у свинцового, достигнет у основания наклонной плоскости большей скорости и, следовательно, быстрее скатится с нее.

Момент инерции алюминиевого (сплошного) цилиндра

$$J_1=\frac{mR^2}{2}. \tag{2}$$

Момент инерции свинцового (полого) цилиндра

$$J_2=m\frac{R^2+R_0^2}{2}.$$

Найдем внутренний радиус R_0 свинцового цилиндра. По условию массы обоих цилиндров равны: $\rho_1 L\pi R^2=\rho_2 L\pi\left(R^2-R_0^2\right)$, где L — длина цилиндров, ρ_1 — плотность алюминия и ρ_2 — плотность свинца. Отсюда $R_0^2=R^2(\rho_2-\rho_1)/\rho_2$. Тогда момент инерции свинцового цилиндра

$$J_2=\frac{mR^2}{2}\frac{2\rho_2-\rho_1}{\rho_2}. \tag{3}$$

Подставляя числовые данные (см. табл. XI), получим $J_1=9\cdot10^{-4}$ кг·м², $J_2=15{,}9\cdot10^{-4}$ кг·м².

Так как скатывание цилиндров происходит под действием постоянной силы, то $v=at$ и $l=h/\sin\alpha=at^2/2$; отсюда $h/\sin\alpha=vt/2$ и

$$t=\frac{1}{\sin\alpha}\frac{2h}{v}. \tag{4}$$

Подставляя в (4) формулу (1), получим

$$t=\frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h\,(m+J/R^2)}{mg}}. \tag{5}$$

Учитывая в (5) формулы (2) и (3), получим соответственно для алюминиевого и свинцового цилиндров

$$t=\frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{3h}{g}}=0{,}78\text{ с},\qquad t=\frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}\left(1+\frac{2\rho_2-\rho_1}{2\rho_2}\right)}=0{,}88\text{ с}.$$

3.30. $\varepsilon = -0{,}21$ рад/с^2; $M = 0{,}42$ Н·м; $A = 630$ Дж; $N = 240$ об.

3.31. $J = 0{,}01$ кг·м^2; $M = 94 \cdot 10^{-3}$ Н·м.

3.32. $M_{тр} = 308$ Н·м; $t = 100$ с.

3.33. $h = 86{,}5$ см.

3.34. $W_к = \varepsilon L t_2^2 / 2t_1 = 490$ Дж.

3.35. $t = W_к / \pi n M = 5$ с.

3.36. $W_к = F^2 t^2 / m = 1{,}92$ кДж.

3.37. $\alpha = 81°22'$.

3.38. $v = 7{,}1$ м/с.

3.39. $\omega_1 = \omega_2 = 14$ рад/с; $v_1 = 1{,}05$ м/с, $v_2 = 2{,}10$ м/с.

3.40. На основании закона сохранения момента импульса имеем

$$J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2, \tag{1}$$

где J_1 — момент инерции платформы с человеком, стоящим на ее краю, J_2 — момент инерции платформы с человеком, стоящим в центре платформы, ω_1 и ω_2 — угловые скорости платформы в первом и во втором положениях человека. При этом

$$J_1 = mR^2/2 + m_0 R^2, \quad J_2 = mR^2/2, \tag{2}$$

где R — радиус платформы. Подставляя (2) в (1) и учитывая, что $\omega = 2\pi n$, где n — частота вращения платформы, получим

$$(mR^2/2 + m_0 R^2)\, 2\pi n_1 = 2\pi n_2 m R^2/2,$$

откуда

$$n_2 = n_1 \frac{mR^2 + 2m_0 R^2}{mR^2} = n_1 \frac{m + 2m_0}{m} = 22 \text{ об/мин}.$$

3.41. $A = 162$ Дж.

3.42. $n_2 = 21$ об/мин.

3.43. $W_{к2} / W_{к1} = 1{,}05$.

3.44. $n = 0{,}49$ об/мин.

3.45. $T = 1{,}16$ с.

3.46. $T = 1{,}07$ с.

3.47. $l = T\sqrt{gd}/\pi = 0{,}446$ м.

3.48. $T = 1{,}5$ с.

3.49. Период малых колебаний математического маятника

$$T_1 = 2\pi \sqrt{l/g}, \tag{1}$$

период малых колебаний физического маятника

$$T_2 = 2\pi \sqrt{J/mgl},$$

где J — момент инерции шарика относительно оси вращения, m — масса шарика и l — расстояние от центра масс шарика до точки

подвеса. В нашем случае

$$J=\frac{2}{5}mR^2+ml^2=ml^2\left[1+\frac{2}{5}\left(\frac{R}{l}\right)^2\right]=ml^2x.$$

С учетом этого получим

$$T_2=2\pi\sqrt{lx/g}. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) имеем $T_2/T_1=\sqrt{x}$. Ошибка, которую мы делаем, принимая подвешенный шарик за математический маятник, будет

$$\delta=\frac{T_2-T_1}{T_1}=\frac{T_2}{T_1}-1=\sqrt{x}-1;$$

отсюда

$$x=\left[1+\frac{2}{5}\left(\frac{R}{l}\right)^2\right]=(1+\delta)^2, \quad \text{или} \quad \frac{R}{l}=\sqrt{\frac{5}{2}[(1+\delta)^2-1]}. \qquad (3)$$

У нас $\delta\leqslant 0{,}01$. Подставляя в (3), получим $R/l\leqslant 0{,}0224$. Так как $R=D/2=0{,}02$ м, то предельное расстояние от центра масс шарика до точки подвеса $l\geqslant 0{,}089$ м, а предельная длина нити $L=l-R=0{,}069$ м.

3.50. $T_1/T_2=1{,}05$.

§ 4. Механика жидкостей и газов

4.1. $v=0{,}12$ м/с.

4.2. Обозначим: S_1 — площадь поперечного сечения сосуда и v_1 — скорость течения воды в нем (скорость понижения уровня воды в сосуде), S_2 — площадь поперечного сечения отверстия и v_2 — скорость вытекания воды из отверстия. По теореме Бернулли

$$\frac{\rho v_1^2}{2}+\rho gh=\frac{\rho v_2^2}{2}, \quad \text{или} \quad v_1^2+2gh=v_2^2. \qquad (1)$$

В силу неразрывности струи $v_1S_1=v_2S_2$, или

$$v_2=v_1S_1/S_2. \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим $v_1=S_2\sqrt{2gh}/\sqrt{S_1^2-S_2^2}$. Учитывая, что $S_1=\pi D^2/4$ и $S_2=\pi d^2/4$, имеем $v_1=d^2\sqrt{2gh}/\sqrt{D^4-d^4}$. Так как $d^4\ll D^4$, то приближенно

$$v_1=(d^2/D^2)\sqrt{2gh}. \qquad (3)$$

Отметим, что если $d=D$, то $v_1=\sqrt{2gh}$. При $h=0{,}2$ м скорость $v_1=0{,}8$ мм/с.

4.3. В обоих случаях струя воды падает на стол на расстоянии $l=0{,}4$ м от сосуда.

4.4. а) $v=0$; б) $v=1{,}04$ м/с; в) $v=1{,}25$ м/с.

4.5. Скорость понижения уровня воды в баке $v=S_2\sqrt{2gy}/\sqrt{S_1^2-S_2^2}$ (см. решение 4.2). Здесь y — уровень воды в баке (переменный). За время dt уровень воды в баке понизится на

$$dy=v\,dt=A\sqrt{y}\,dt, \quad \text{где} \quad A=S_2\sqrt{2g}/\sqrt{S_1^2-S_2^2}. \tag{1}$$

Из (1) имеем $dt=dy/A\sqrt{y}$; отсюда

$$t=\frac{1}{A}\int_0^h\frac{dy}{\sqrt{y}}.$$

Учащимся предлагается довести интегрирование до конца и получить ответ

$$t=\frac{2\sqrt{h}\sqrt{S_1^2-S_2^2}}{S_2\sqrt{2g}}=\sqrt{\frac{2h\left[(S_1/S_2)^2-1\right]}{g}}=3\text{ мин}.$$

Нетрудно убедиться, что если бы уровень воды в баке поддерживался постоянным на высоте $h=1$ м от отверстия, то время вытекания такого же объема воды было бы в два раза меньше.

4.6. $d=1{,}4$ см.

4.7. $P=250$ кПа.

4.8. $v=1{,}4$ м/с.

4.9. $\Delta h=1{,}6$ мм.

4.10. $F_{\text{тр}}/mg=3$.

4.11. $v=4{,}1$ м/с.

4.12. $\eta=2$ Па·с.

4.13. $\Delta t=4$ мин.

4.14. $\eta=1{,}09$ Па·с, $\nu=12{,}1$ см^2/с.

4.15. Скорость понижения уровня касторового масла в сосуде зависит от скорости протекания масла через капилляр. Объем масла, протекающего за время t через капилляр, определяется формулой Пуазейля

$$V=\frac{\pi r^4 t\,\Delta P}{8l\eta}. \tag{1}$$

Разность давлений на концах капилляра обусловлена гидростатическим давлением слоя жидкости, т. е.

$$\Delta P=\rho gh. \tag{2}$$

С другой стороны,

$$V=S'v't=\pi r^2 v't, \tag{3}$$

где v' — скорость протекания масла через капилляр. Из (1) — (3) имеем $v'=r^2\rho gh/8l\eta$. Но так как $v'S'=vS$, где v — скорость понижения

уровня масла в сосуде и S — площадь поперечного сечения сосуда, то окончательно имеем $v = r^4 \rho g h / 8 l \eta R^2$. При $h = 0{,}26$ м скорость $v = 3 \cdot 10^{-5}$ м/с.

4.16. $t = 1{,}5$ мин.

4.17. $l = 1{,}1$ см.

4.18. $D = 4{,}6$ мм.

4.19. Число Рейнольдса $\mathrm{Re} = 1800$, т. е. $\mathrm{Re} < 3000$ — движение ламинарное.

4.20. $D \leqslant 0{,}085$ м.

Глава II

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

§ 5. Физические основы молекулярно-кинетической теории и термодинамики

5.1. $t = 7$ °C.

5.2. $V = 7{,}6$ л.

5.3. $m = 1{,}13$ кг.

5.4. $t_2 = 91$ °C.

5.5. $V = 31$ л.

5.6. $\Delta m = m_1 \Delta p / p_1 = 7{,}5$ кг.

5.7. $m = 65$ г.

5.8. $m = 1{,}2$ т.

5.9. В 1,1 раза.

5.10. а) $pV = \frac{m}{\mu} RT_1 = 567$ Дж; б) $pV = \frac{m}{\mu} RT_2 = 775$ Дж. Задавая различные значения V, будем получать соответствующие значения p.

5.11. См. решение 5.10.

5.12. $\nu = m/\mu = 0{,}4$ кмоль.

5.13. $p_1 = 108$ кПа; $p_2 = 116$ кПа.

5.14. При горизонтальном положении капилляра в каждой половине его объем воздуха $V_0 = Sh$ и давление равно p_0, где S — площадь поперечного сечения капилляра. При вертикальном положении капилляра в верхней половине его объем воздуха $V_1 = S(h + \Delta l)$ и давление равно p_1. По закону Бойля — Мариотта $V_0 p_0 = V_1 p_1$, или

$$h p_0 = (h + \Delta l)\, p_1. \qquad (1)$$

Аналогично для нижней половины капилляра

$$h p_0 = (h - \Delta l)\, p_2. \qquad (2)$$

Давление p_2 в нижней половине капилляра складывается из давления воздуха p_1 и давления ртутного столбика p:

$$p_2 = p_1 + p. \qquad (3)$$

Решая уравнения (1)—(3) совместно, получим

$$p_0 = \frac{p\,(h-\Delta l)\,(h+\Delta l)}{2h\,\Delta l}. \qquad (4)$$

У нас $p = 200$ мм рт. ст., $h = (L-l)/2 = 0{,}4$ м и $\Delta l = 0{,}1$ м. Подставляя эти данные в (4), получим $p_0 = 375$ мм рт. ст.

5.15. По закону Архимеда потеря в весе тела, погруженного в газ, равна весу этого газа в объеме тела. Объем массы m свинца $V_1 = m/\rho_1$, где ρ_1 — плотность свинца. Воздух в этом объеме весит $m_1 g = \mu p V_1 g/RT = \mu p m g/\rho_1 RT$. Объем массы m пробки $V_2 = m/\rho_2$, где ρ_2 — плотность пробки. Воздух в этом объеме весит $m_2 g = \mu p m g/\rho_2 RT$. Истинный вес свинца $P_1 = g\,(m+m_1)$, истинный вес пробки $P_2 = g\,(m+m_2)$ и

$$\Delta P = P_2 - P_1 = g\,(m_2 - m_1) = \frac{\mu p m g}{RT}\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right) = 58{,}6\ \text{Н}.$$

5.16. Результирующая подъемная сила воздушного шарика равна разности между весом воздуха в объеме шарика и весом самого шарика (весом его оболочки P и находящегося в нем водорода). Таким образом, $F = m_2 g - (m_1 g + P)$, где m_2 — масса воздуха в объеме шарика, m_1 — масса водорода в объеме шарика. По условию $F = 0$; следовательно,

$$P = g\,(m_2 - m_1) = g\,\frac{pV}{RT}\,(\mu_2 - \mu_1) = \frac{4\pi r^3}{3}\,\frac{pg}{RT}\,(\mu_2 - \mu_1) = 96\ \text{мН}.$$

5.17. $\rho = m/V = p\mu/RT = 0{,}083$ кг/м^3.

5.18. $\rho = 0{,}08$ кг/м^3.

5.19. $\mu = 0{,}004$ кг/моль.

5.20. $\rho = 1{,}6 \cdot 10^{-14}$ кг/м^3.

5.21. $T_2 = 1400$ К.

5.22. Уравнения состояния газа до и после нагревания имеют вид

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad p_2 V_2 = \frac{m}{\mu} RT_2.$$

По условию $p_1 = p_2 = p$; отсюда можно найти искомые величины:

$$V_1 = mRT_1/\mu p = 2{,}4\ \text{л}, \quad T_2 = \mu p V_2/mR = 1170\ \text{К},$$
$$\rho_1 = \mu p/RT_1 = 4{,}14\ \text{кг/м}^3, \quad \rho_2 = \mu p/RT_2 = 1\ \text{кг/м}^3.$$

5.23. $p = 155$ МПа; $\rho = 0{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

5.24. $\rho = p\mu/RT$. а) При $T = \text{const}$ плотность $\rho = Ap$, т. е. ρ прямо пропорционально p. б) При $p = \text{const}$ плотность $\rho = B/T$, т. е. ρ обратно пропорционально T.

5.25. По закону Дальтона после испарения воды в сосуде установится давление $p = p_1 + p_2$, где p_1 — давление кислорода, p_2 — дав-

ление водяного пара. По уравнению Менделеева—Клапейрона

$$p_1 = m_1 RT/V\mu_1 = 320 \text{ кПа}, \quad p_2 = m_2 RT/V\mu_2 = 320 \text{ кПа},$$

откуда $p = 640$ кПа.

5.26. По закону Дальтона $p = p_1' + p_2'$, где p_1' и p_2' — парциальные давления газа после соединения сосудов 1 и 2. Так как $T = \text{const}$, то

$$p_1'(V_1 + V_2) = p_1 V_1, \quad p_2'(V_1 + V_2) = p_2 V_2.$$

Таким образом,

$$p_1' = \frac{p_1 V_1}{V_1 + V_2}, \quad p_2' = \frac{p_2 V_2}{V_1 + V_2}, \quad p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2} = 140 \text{ кПа}.$$

5.27. $p = 415$ кПа.

5.28. $\mu = \dfrac{m_1 + m_2}{m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2} = 0{,}0046$ кг/моль; $V = 11{,}7$ л.

5.29. $m = 2{,}5$ г.

5.30. Если бы молекулы йода не были диссоциированы, то давление в сосуде было бы

$$p = mRT/\mu V = 83{,}3 \text{ кПа}.$$

После диссоциации в сосуде находится количество $\nu_1 = 2\alpha m/\mu$ атомарного йода (I) и количество $\nu_2 = (1-\alpha)\, m/\mu$ молекулярного йода (I_2). Давления, создаваемые ими, равны

$$p_1 = \frac{2\alpha m RT}{\mu V}, \quad p_2 = \frac{(1-\alpha)\, mRT}{\mu V}.$$

Давление смеси

$$p_c = p_1 + p_2 = \frac{mRT}{\mu V}(2\alpha + 1 - \alpha) = \frac{mRT}{\mu V}(1+\alpha) = p(1+\alpha),$$

т. е. $1 + \alpha = p_c/p = 1{,}12$ и $\alpha = 0{,}12$.

5.31. $p_c/p = 1{,}25$.

5.32. $\rho = 1{,}2$ кг/м^3; $p_1 = 21$ кПа; $p_2 = 79$ кПа.

5.33. $\rho = 1{,}98$ кг/м^3.

5.34. а) $m_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг; б) $m_0 = 6{,}65 \cdot 10^{-27}$ кг.

5.35. $F\,\Delta t = 5{,}6 \cdot 10^{-23}$ Н·с.

5.36. $F\,\Delta t = 3{,}3 \cdot 10^{-23}$ Н·с.

5.37. $mv = 2 \cdot 10^{-23}$ кг·м/с.

5.38. $n = 3{,}3 \cdot 10^{25}$ кг$^{-1}$.

5.39. $n = 7{,}5 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$.

5.40. $N = 2 \cdot 10^{27}$.

5.41. $n = 3{,}4 \cdot 10^{11}$ м$^{-3}$.

5.42. Давление p газа в сосуде связано с числом молекул n в единице объема сосуда соотношением

$$p = nkT = NkT/V,$$

где N — общее число молекул в объеме V. Так как эти N молекул образуют на стенках сосуда мономолекулярный слой, то $N = S/s_0$, где $S = 4\pi r^2$ — площадь поверхности сосуда. Объем сосуда $V = 4\pi r^3/3$. Подставляя значения N и V в формулу для p, получим

$$p = 3kT/s_0 r = 2{,}4 \text{ Па}.$$

5.43. В сосуде находится количество $\nu_1 = 2\alpha m/\mu$ атомарного йода (I) и количество $\nu_2 = (1-\alpha)\, m/\mu$ молекулярного йода (I_2). Общее количество йода в сосуде $\nu = 2\alpha m/\mu + (1-\alpha)\, m/\mu$, и тогда искомое число частиц в единице массы парообразного йода

$$n = N_A\,[2\alpha/\mu + (1-\alpha)/\mu] = 3{,}56 \cdot 10^{24} \text{ кг}^{-1}.$$

5.44. $N = 4{,}5 \cdot 10^{23}$.

5.45. $V = 3{,}2$ л; $p_1 = 98$ мПа, $p_2 = 35$ мПа; $n = 2{,}6 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$.

5.46. $\sqrt{\overline{v^2}} = 500$ м/с.

5.47. $\sqrt{\overline{v_1^2}} \Big/ \sqrt{\overline{v_2^2}} = 2{,}65$.

5.48. $\sqrt{\overline{v^2}} = 5 \cdot 10^5$ м/с.

5.49. $n = 4{,}2 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$.

5.50. $p = \rho\overline{v^2}/3 = 5$ кПа.

5.51. В $1{,}44 \cdot 10^7$ раза.

5.52. $m\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{3kTm} = 6{,}3 \cdot 10^{-24}$ кг·м/с.

5.53. $\sqrt{\overline{v^2}} = 230$ м/с; $N = 1{,}9 \cdot 10^{23}$; $\rho = 5{,}0$ кг/м^3.

5.54. $\sqrt{\overline{v^2}} = 4{,}6$ мм/с.

5.55. $\rho = 0{,}74$ кг/м^3.

5.56. $\sqrt{\overline{v^2}} = 1{,}9$ км/с; $\mu = 0{,}002$ кг/моль.

5.57. $n = 1{,}88 \cdot 10^{25}$ кг$^{-1}$.

5.58. Внутренняя энергия газа определяется формулой

$$W = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT.$$

Для двухатомного газа $i = 5$, причем $i = 3$ приходится на долю поступательного движения молекул и $i = 2$ — на долю вращательного движения. Подставляя числовые данные, получим $W = 3{,}7$ кДж, причем $W_{\text{пост}} = 2{,}2$ кДж и $W_{\text{вр}} = 1{,}5$ кДж.

5.59. $W = 210$ Дж.

5.60. $W_{\text{вр}} = 83$ кДж.

5.61. $W=750$ Дж.

5.62. $m=2W/\overline{v^2}=2{,}5$ г; $p=2W/3V=167$ кПа.

5.63. $T_1=2\cdot10^4$ К; $T_2=900$ К.

5.64. $W=imp/2\rho=50$ кДж.

5.65. $N=1{,}3\cdot10^{19}$; $W=0{,}133$ Дж.

5.66. $c_V=650$ Дж/(кг·К); $c_p=910$ Дж/(кг·К).

5.67. а) $c_p=800$ Дж/(кг·К); б) $c_p=1025$ Дж/(кг·К); в) $c_p=970$ Дж/(кг·К); г) $c_p=1040$ Дж/(кг·К); д) $c_p=103$ Дж/(кг·К).

5.68. $c_p/c_V=1{,}4$.

5.69. $\mu=0{,}002$ кг/моль.

5.70. $c_V=650$ Дж/(кг·К); $c_p=910$ Дж/(кг·К).

5.71. $c_V=693$ Дж/(кг·К); $c_p=970$ Дж/(кг·К).

5.72. Из уравнения $2H_2+O_2=2H_2O$ видно, что из количества $\nu'=3$ моль двухатомного газа после реакции получается количество $\nu''=2$ моль трехатомного газа. Поэтому до сгорания $C'_V=3\cdot5R/2$ и $C'_p=3\cdot7R/2$; после сгорания $C''_V=2\cdot6R/2$ и $C''_p=2\cdot8R/2$, что дает: а) $C'_V/C''_V=1{,}25$; б) $C'_p/C''_p=1{,}31$.

5.73. Для нагревания количества $\nu'=2\alpha m/\mu$ атомарного кислорода и количества $\nu''=(1-\alpha)\,m/\mu$ молекулярного кислорода при $p=\text{const}$ необходимо количество теплоты

$$Q=2\alpha\frac{m}{\mu}C'_p\Delta t+(1-\alpha)\frac{m}{\mu}C''_p\Delta t=\frac{m}{\mu}C_p\Delta t, \qquad (1)$$

где C'_p и C''_p — молярные теплоемкости атомарного и молекулярного кислорода, C_p — молярная теплоемкость смеси. Отсюда получаем $2\alpha C'_p+(1-\alpha)C''_p=C_p$, т. е.

$$\alpha=(C_p-C''_p)/(2C'_p-C''_p). \qquad (2)$$

Здесь $C_p=c_p\mu=1{,}05$ кДж/(кг·К)·0,032 кг/моль$=33{,}6$ Дж/(моль·К), $C'_p=20{,}8$ Дж/(моль·К), $C''_p=29{,}1$ Дж/(моль·К). Подставляя эти данные в (2), получим $\alpha=0{,}36$.

5.74. $c_V=90$ Дж/(кг·К), $c_p=139$ Дж/(кг·К).

5.75. $\alpha=0{,}23$.

5.76. $c_p=685$ Дж/(кг·К).

5.77. $c_p/c_V=1{,}59$.

5.78. $m_2=60$ кг.

5.79. Количество теплоты, полученное газом, $Q=\frac{m}{\mu}C_p(T_2-T_1)$, где $C_p=29{,}1$ Дж/(моль·К) — молярная теплоемкость кислорода. Температуру T_2 находим из уравнений состояния газа до и после нагревания:

$$pV_1=\frac{m}{\mu}RT_1,\quad pV_2=\frac{m}{\mu}RT_2,\quad \text{откуда}\quad T_2=T_1\frac{V_2}{V_1}.$$

Но $V_1 = mRT_1/\mu p$ и, следовательно,

$$T_2 = \mu V_2 p/mR = 1156 \text{ К}.$$

Таким образом, $T_2 - T_1 = 873$ К и

$$Q = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1) = 7{,}9 \text{ кДж}.$$

Энергия газа до нагревания может быть найдена по формуле

$$W_1 = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT_1 = 1{,}8 \text{ кДж},$$

где $i = 5$, так как кислород — газ двухатомный. Энергия газа после нагревания

$$W_2 = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT_2 = 7{,}6 \text{ кДж}.$$

5.80. $Q = 4{,}15$ кДж.

5.81. а) При $p = \text{const}$ имеем $Q = mC_p \Delta T/\mu$. Но $pV_1 = mRT_1/\mu$ и $pV_2 = mRT_2/\mu$, откуда

$$p \Delta V = \frac{m}{\mu} R \Delta T, \quad \text{или} \quad \frac{m}{\mu} \Delta T = \frac{p \Delta V}{R}.$$

Следовательно, $Q = C_p p \Delta V/R = 700$ Дж.

б) При $V = \text{const}$ имеем $Q = (m/\mu) C_V \Delta T$. Но $p_1 V = mRT_1/\mu$ и $p_2 V = mRT_2/\mu$, откуда

$$V \Delta p = \frac{m}{\mu} R \Delta T, \quad \text{или} \quad \frac{m}{\mu} \Delta T = \frac{V \Delta p}{R}.$$

Следовательно, $Q = C_V V \Delta p/R = 500$ Дж.

5.82. $T_2 = 1500$ К; $V = 12{,}4$ л; $Q = 12{,}4$ кДж.

5.83. $Q = 545$ Дж.

5.84. $Q = mC_x \Delta T/\mu$; отсюда $C_x = \mu Q/m \Delta T = 20{,}8$ Дж/(моль·К). Так как кислород — газ двухатомный, то полученное значение C_x говорит о том, что нагревание происходило при постоянном объеме.

5.85. Количество теплоты, которое надо сообщить воздуху,

$$Q = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T. \tag{1}$$

Чтобы найти ΔT, напишем уравнения состояния газа до и после нагревания:

$$p_1 V = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad p_2 V = \frac{m}{\mu} RT_2; \quad \text{отсюда} \quad V \Delta p = \frac{m}{\mu} R \Delta T,$$

или

$$\Delta T = \frac{\mu V \Delta p}{mR}. \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1), найдем

$$Q = C_V \frac{V\,\Delta p}{R} = \frac{i}{2} V\,\Delta p = 10 \text{ кДж}.$$

5.86. $m = 3{,}7$ г; $\Delta W_0 = 3{,}3 \cdot 10^{-21}$ Дж.

5.87. $Q = C_V \rho V\,\Delta T/\mu = 208$ Дж.

5.88. $T_2 = 2500$ К; $Q = C_V V\,\Delta p/R = 16{,}5$ кДж.

5.89. $i = 6$.

5.90. $Q = 6{,}25$ кДж; $T_2 = 4T_1$; $p_2 = 4p_1$.

5.91. $Q = 102$ Дж; $\sqrt{\overline{v^2}} = 1{,}57$ км/с; $p_2 = 133$ кПа; $\rho_1 = \rho_2 = 0{,}164$ кг/м^3; $W = 400$ Дж.

5.92. $Q = 155$ Дж.

5.93. $\bar{v} = 579$ м/с; $\sqrt{\overline{v^2}} = 628$ м/с; $v_в = 513$ м/с.

5.94. $T = 83$ К.

5.95. Распределение молекул по скоростям дается формулой

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} u^2\,\Delta u, \qquad (1)$$

где u — относительная скорость. В нашем случае $v = 100$ м/с и $\Delta v = 10$ м/с. Наиболее вероятная скорость $v_в = \sqrt{2RT/\mu} = 376$ м/с. Следовательно, $u = v/v_в = 100/376$, $u^2 = 0{,}071$, $e^{-u^2} = 0{,}93$ и $\Delta u = 10/376$. Тогда формула (1) дает

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} 0{,}93 \cdot 0{,}071 \frac{10}{376} = 0{,}004 = 0{,}4\%.$$

Таким образом, число молекул, скорости которых лежат в указанном интервале, равно 0,4% общего числа молекул. Для решения этой задачи можно также воспользоваться графиком $\Delta N/(N\,\Delta u) = f(u)$, построенным по данным табл. 10 на с. 60 (рис. 83). У нас $u = 0{,}27$. Из графика для этого значения u находим $\Delta N/(N\,\Delta u) \approx 0{,}16$. Так как $\Delta u = 0{,}027$, то $\Delta N/N = 0{,}16 \cdot 0{,}027 = 0{,}004 = 0{,}4\%$.

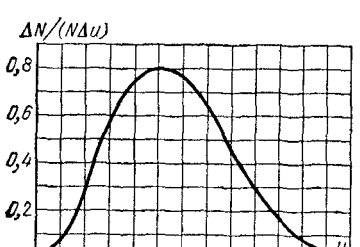


Рис. 83.

5.96. $\Delta N/N = 2{,}8\%$.

5.97. $\Delta N/N = 4{,}5\%$.

5.98. $\Delta N_1/\Delta N_2 = 1{,}1$ для любого газа при любой температуре.

5.99. а) $v_в = 487$ м/с и $\Delta N/N = 3{,}4\%$; б) $v_в = 731$ м/с и $\Delta N/N = 2{,}2\%$. Таким образом, при повышении температуры максимум кривой распределения сдвигается вправо и величина максимума уменьшается.

5.100. Так как в данной задаче интервал скоростей велик, то нельзя пользоваться формулой Максвелла. Для решения этой задачи поступаем так: находим числа молекул N_1 и N_2, скорости которых соответственно больше v_1 и v_2. Тогда искомое число молекул $N_x = N_1 - N_2$. Для нахождения чисел N_1 и N_2 пользуемся графиком $N_x/N = f(u)$, построенным по данным табл. 11 на с. 60 (рис. 84). У нас $v_в = \sqrt{2RT/\mu} = 500$ м/с. Следовательно, $u_1 = 300/500 = 0{,}6$ и $u_2 = 800/500 = 1{,}6$. Из графика для этих значений u находим соответственно $N_1/N = 0{,}87 = 87\%$ и $N_2/N = 0{,}17 = 17\%$. Полученные данные означают, что 87% всех молекул движется со скоростями, превышающими $v_1 = 300$ м/с, и только 17% молекул имеют скорости, превышающие $v_2 = 800$ м/с. Тогда относительное число молекул, скорости которых лежат в интервале от $v_1 = 300$ м/с до $v_2 = 800$ м/с, $N_x/N = 87\% - 17\% = 70\%$.

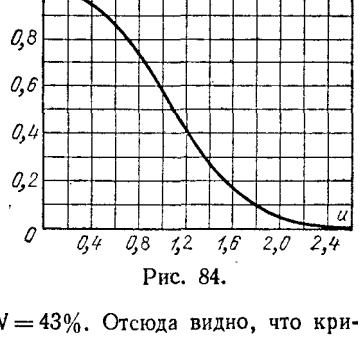


Рис. 84.

5.101. а) $N_1/N = 57\%$; б) $N_2/N = 43\%$. Отсюда видно, что кривая распределения молекул по скоростям несимметрична.

5.102. $N_x = 1{,}9 \cdot 10^{22}$.

5.103. Чтобы молекула имела кинетическую энергию поступательного движения, равную W_0, она должна обладать скоростью v_0, удовлетворяющей уравнению $m_0 v_0^2/2 = W_0$; отсюда $v_0 = \sqrt{2W_0/m_0}$. Так как наиболее вероятная скорость $v_в = \sqrt{2RT/\mu} = \sqrt{2kT/m_0}$, то относительная скорость этой молекулы $u = v_0/v_в = \sqrt{W_0/kT} = 1{,}73$. Пользуясь графиком на рис. 84, находим относительное число молекул N_x/N, относительная скорость которых больше скорости $u = 1{,}73$. График дает $N_x/N = 0{,}12$. Таким образом, 12% молекул кислорода при данной температуре имеют кинетическую энергию, превышающую энергию W_0. Общее число молекул кислорода в сосуде $N = \frac{m}{\mu} N_A = 1{,}5 \cdot 10^{23}$. Следовательно, искомое число молекул $N_x = 0{,}12N = 1{,}8 \cdot 10^{22}$.

5.104. $T_0 = 7730$ К. По условию $N_x/N = 0{,}5$. График на рис. 84 дает, что значению $N_x/N = 0{,}5$ соответствует значение $u = 1{,}1$. Но $u = \sqrt{W_0/kT}$ (см. решение 5.103); отсюда $T = W_0/ku^2 = 9600$ К.

5.105. $T = 1{,}57 \cdot 10^4$ К.

5.106. Давление газа p уменьшается с высотой h по закону $p = p_0 \exp(-\mu gh/RT)$. В условиях данной задачи $p = 67{,}2$ кПа.

5.107. $h = 2{,}3$ км.

5.108. $p_1 = 35{,}8$ кПа, $p_2 = 72{,}5$ кПа, $\Delta p = 36{,}3$ кПа.

5.109. В 1,7 раза.

5.110. а) $\rho = 1{,}28$ кг/м^3; б) $\rho = 0{,}78$ кг/м^3.

5.111. а) $h = 5{,}5$ км; б) $h = 80$ км.

5.112. Имеем барометрическую формулу

$$p = p_0 \exp(-\mu g h/RT). \quad (1)$$

Концентрация (число частиц в единице объема) $n = p/kT$, откуда

$$p = nkT. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим соответственно для высот h_1 и h_2:

$$n_1 = n_0 \exp(-\mu g h_1/RT), \quad n_2 = n_0 \exp(-\mu g h_2/RT);$$

отсюда

$$\frac{n_1}{n_2} = \exp\left(-\frac{\mu g (h_1 - h_2)}{RT}\right) = \exp\frac{\mu g (h_2 - h_1)}{RT},$$

или

$$\ln\frac{n_1}{n_2} = \frac{\mu g (h_2 - h_1)}{RT}. \quad (3)$$

Так как масса частицы $m = \mu/N_A$, то формулу (3) можно записать так:

$$\ln\frac{n_1}{n_2} = \frac{N_A m g (h_2 - h_1)}{RT},$$

откуда, учитывая поправку на закон Архимеда, получим

$$N_A = \frac{RT \ln(n_1/n_2)}{gV(\rho - \rho_0)(h_2 - h_1)} = 6{,}1 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1},$$

где ρ — плотность гуммигута и ρ_0 — плотность жидкости.

5.113. $\bar{\lambda} = 850$ мкм.

5.114. $\bar{\lambda} = 5{,}6$ км.

5.115. $\bar{\lambda} = 93$ нм.

5.116. $\bar{z} = 4{,}9 \cdot 10^5$ с$^{-1}$.

5.117. $\bar{z} = 2{,}47 \cdot 10^9$ с$^{-1}$.

5.118. $Z = 3 \cdot 10^{31}$.

5.119. В 2,3 раза.

5.120. $\bar{\lambda} = 1$ мкм.

5.121. $\bar{\lambda} = \mu/\sqrt{2}\pi\sigma^2 N_A \rho = 1{,}8$ мкм.

5.122. $\bar{\lambda} = 14{,}2$ см.

5.123. Среднее число столкновений в единицу времени молекул кислорода $\bar{z} = \bar{v}/\bar{\lambda}_2$, где $\bar{v} = \sqrt{8RT/\pi\mu}$ и $\bar{\lambda}_2 = \bar{\lambda}_1 p_1/p_2$, где $p_1/p_2 = 100$. Таким образом,

$$\bar{z} = \frac{\sqrt{8RT/\pi\mu}}{\bar{\lambda}_1 p_1/p_2} = 4{,}5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}.$$

5.124. $\bar{z}=9{,}6\cdot10^{9}\ \text{с}^{-1}$.

5.125. $\bar{\lambda}=23$ нм.

5.126. $\sigma=\sqrt{\mu/\sqrt{2}N_A\pi\bar{\lambda}\rho}=0{,}35$ нм.

5.127. $\bar{\tau}=1{,}6\cdot10^{-7}$ с.

5.128. $\rho=1{,}6\cdot10^{-9}$ кг/м^3; $n=3{,}3\cdot10^{16}$ м$^{-3}$; $\bar{\lambda}=76{,}0$ м.

5.129. Чтобы молекулы не сталкивались друг с другом, средняя длина свободного пробега должна быть не меньше диаметра сосуда, т. е. $\bar{\lambda}\geqslant D\geqslant 1/\sqrt{2}\pi\sigma^2 n$; отсюда $n\leqslant 1/\sqrt{2}\pi\sigma^2 D=1{,}7\cdot10^{19}$ м$^{-3}$.

5.130. а) $p=931$ мПа; б) $p=93{,}1$ мПа; в) $p=9{,}31$ мПа.

5.131. $p\leqslant 399$ мПа.

5.132. $\rho\leqslant 9{,}4\cdot10^{-7}$ кг/м^3.

5.133. $\bar{z}=\dfrac{\sqrt{\bar{v}^2}}{\bar{\lambda}}\sqrt{\dfrac{8}{3\pi}}=9{,}2\cdot10^{7}\ \text{с}^{-1}$.

5.134. $D=9{,}1\cdot10^{-5}$ м^2/с.

5.135. $D=8{,}4\cdot10^{-5}$ м^2/с.

5.136. $D=\dfrac{1}{3}\bar{v}\bar{\lambda}=\dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu}}\dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$. При $p=\text{const}$ имеем $D=AT^{3/2}$, где A — некоторая постоянная. На рис. 85 дан характер зависимости коэффициента диффузии D от температуры T при $p=\text{const}$.

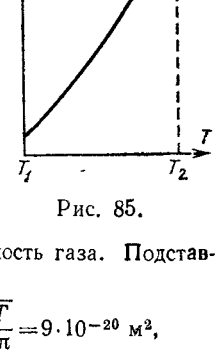


Рис. 85.

5.137. $m=2$ мг.

5.138. $p=39{,}9$ кПа.

5.139. $\bar{\lambda}=184$ нм.

5.140. $\eta=17{,}8$ мкПа·с.

5.141. Имеем

$$\eta=\bar{v}\bar{\lambda}\rho/3, \qquad (1)$$

где $\bar{v}=\sqrt{8RT/\pi\mu}$ — средняя арифметическая скорость молекул, $\bar{\lambda}=kT/\sqrt{2}\pi\sigma^2 p$ — средняя длина свободного пробега и $\rho=p\mu/RT$ — плотность газа. Подставляя эти величины в (1), получим

$$\eta=\frac{2k}{3\pi\sigma^2}\sqrt{\frac{\mu T}{R\pi}}, \quad \text{откуда} \quad \sigma^2=\frac{2k}{3\pi\eta}\sqrt{\frac{\mu T}{R\pi}}=9\cdot10^{-20}\ \text{м}^2,$$

т. е. $\sigma=0{,}3$ нм.

5.142. $\eta=\bar{v}\bar{\lambda}\rho/3$. Подставляя выражения для $\bar{v}$, $\bar{\lambda}$ и ρ, найдем $\eta=A\sqrt{T}$, где A — некоторая постоянная. На рис. 86 дан характер зависимости вязкости η от температуры T.

5.143. $D=1{,}48\cdot10^{-5}$ м^2/с; $\eta=18{,}5$ мкПа·с.

5.144. В 1,07 раза.

5.145. $n=N_A\eta/\mu D=1{,}8\cdot10^{25}$ м$^{-3}$.

5.146. $\rho = 1{,}6$ кг/м^3; $\bar{\lambda} = 83{,}5$ нм; $\bar{v} = 440$ м/с.

5.147. $v = 2{,}72$ м/с.

5.148. $F_S = 45$ мН/м^2.

5.149. $\eta = F(R-r)/4\pi^2 nhRr = 18$ мкПа·с.

5.150. $K = 90$ мВт/(м·К).

5.151. $K = 13{,}2$ мВт/(м·К).

5.152. $K = \bar{v}\bar{\lambda}c_V\rho/3$. Подставляя выражения для $\bar{v}$, $\bar{\lambda}$ и ρ, найдем $K = A\sqrt{T}$, где A — некоторая постоянная. На рис. 87 дан характер зависимости теплопроводности K от температуры T.

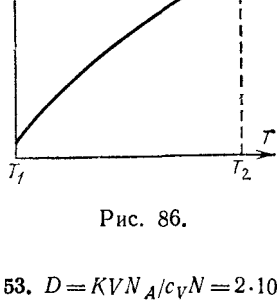


Рис. 86.

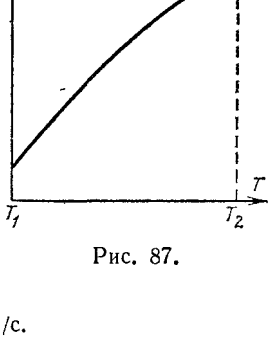


Рис. 87.

5.153. $D = KVN_A/c_V N = 2\cdot 10^{-5}$ м^2/с.

5.154. а) $D_1/D_2 = 0{,}8$; б) $\eta_1/\eta_2 = 1{,}25$; в) $K_1/K_2 = 0{,}96$.

5.155. $p = 1{,}26$ Па.

5.156. Теплопроводность воздуха начнет зависеть от давления при $\bar{\lambda} = d$, где d — расстояние между стенками термоса. Имеем $\bar{\lambda} = kT/\sqrt{2}\pi\sigma^2 p$, откуда при $\bar{\lambda} = d$ получим $p = kT/\sqrt{2}\pi\sigma^2 d = 980$ мПа. $K_1 = 13{,}1$ мВт/(м·К). Если $p = 13{,}3$ мПа, то средняя длина свободного пробега $\bar{\lambda}$ больше расстояния d между стенками термоса. Тогда

$$K_2 = \frac{1}{3} d\bar{v}\rho c_V = \frac{1}{3} d\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\frac{p\mu}{RT}\frac{iR}{2\mu} = \frac{1}{6} dpi\sqrt{\frac{8R}{\pi\mu T}} =$$

$$= 17{,}8\cdot 10^{-5} \text{ Вт/(м·К)}.$$

Имеем $Q = K\dfrac{\Delta T}{\Delta x}\Delta S\,\Delta t$. Но $\Delta S = 2\pi rh$, где $r = (r_1 + r_2)/2$. Тогда

$$Q = K\frac{\Delta T}{\Delta x} 2\pi rh\,\Delta t.$$

Подставляя числовые данные, получим $Q_1 = 188$ Дж и $Q_2 = 2{,}55$ Дж. Действительные потери будут больше из-за конвекции.

5.157. $Q = 23{,}9$ кДж.

5.158. $Q = 78$ Дж.

5.159. $Q=\frac{m}{\mu}C_p\,\Delta T=7{,}92$ кДж; $\Delta W=\frac{i}{2}p\,\Delta V=5{,}66$ кДж; $A=p\,\Delta V=2{,}26$ кДж. Таким образом, как и следовало ожидать, на основании первого закона термодинамики $Q=\Delta W+A$.

5.160. $A=8{,}1$ кДж; $\Delta W=20{,}2$ кДж; $Q=28{,}3$ кДж.

5.161. $\Delta W=1$ кДж.

5.162. $\Delta W=2{,}5$ МДж; $A=0{,}83$ МДж; $Q=3{,}33$ МДж.

5.163. $A=600$ Дж.

5.164. $Q=A\,(i/2+1)=550$ Дж.

5.165. $\Delta T=57$ К.

5.166. $A=13{,}2$ Дж; $\Delta W=39{,}6$ Дж.

5.167. $Q=3{,}32$ МДж; $\Delta W=2{,}49$ МДж; $A=0{,}83$ МДж.

5.168. $Q=10{,}4$ Дж; $\Delta h=2{,}8$ см.

5.169. $Q=360$ Дж.

5.170. $A=714$ Дж.

5.171. В 2,72 раза.

5.172. $\sqrt{\overline{v^2}}=500$ м/с.

5.173. $A=70$ Дж; $Q=A=70$ Дж.

5.174. $A=223$ кДж.

5.175. $T_2=207$ К.

5.176. $p_1=95$ кПа.

5.177. $T_2=865$ К.

5.178. $i=5$.

5.179. $t_2=123$ °С, $p_2=5{,}28$ МПа.

5.180. $T=780$ К.

5.181. $c_p/c_V=1{,}4$.

5.182. На рис. 88 изображен график процесса; $V_2=0{,}25$ л, $p_2=132$ кПа.

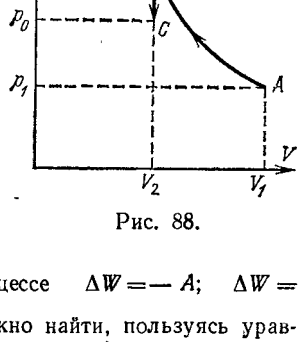


Рис. 88.

5.183. $c_p/c_V=1{,}4$.

5.184. При адиабатическом процессе $\Delta W=-A$; $\Delta W=\frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\,(T_2-T_1)$. Температуру T_2 можно найти, пользуясь уравнением Пуассона. Проделав необходимые вычисления, найдем $\Delta W=-2{,}69$ МДж. $A=-\Delta W=2{,}69$ МДж.

5.185. Работа при адиабатическом сжатии

$$A_{ад}=\frac{RT_1}{\varkappa-1}\frac{m}{\mu}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right],$$

где $\varkappa=c_p/c_V$; работа при изотермическом сжатии

$$A_{из}=RT\frac{m}{\mu}\ln\frac{V_2}{V_1};\ \text{отсюда}\ \frac{A_{ад}}{A_{из}}=\frac{1-(V_1/V_2)^{\varkappa-1}}{(\varkappa-1)\ln(V_2/V_1)}=1{,}4.$$

Таким образом, изотермически сжимать выгоднее.

5.186. $\Delta T = 7$ К.

5.187. В 1,15 раза.

5.188. а) $p_2 = 510$ кПа, $T_2 = 273$ К, $A = -1140$ Дж; б) $p_2 = 960$ кПа, $T_2 = 520$ К, $A = -1590$ Дж.

5.189. а) $T_2 = T_1 = 313$ К, $p_2 = 0{,}20$ МПа, $A = -1{,}80$ кДж; б) $T_2 = 413$ К, $p_2 = 0{,}26$ МПа, $A = -2{,}08$ кДж.

5.190. а) В 2 раза; б) в 1,64 раза.

5.191. Одноатомный газ нагреется больше в 1,2 раза.

5.192. $V_2/V_1 = 1{,}33$; $T_2 = 270$ К, $A = 23$ кДж.

5.193. а) $p = A/V$; б) $p = B/V^{\varkappa}$, где $\varkappa = c_p/c_V$, A и B — некоторые постоянные. На рис. 89 изображен характер зависимости давления p

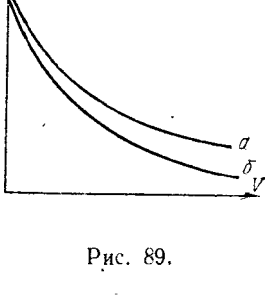


Рис. 89.

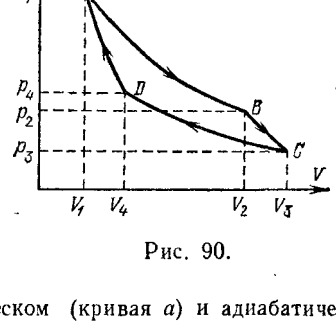


Рис. 90.

газа от объема V при изотермическом (кривая a) и адиабатическом (кривая $б$) расширении газа.

5.194. а) $Q = 1{,}55$ кДж, $A = 0{,}92$ кДж, $\Delta W = 0{,}63$ кДж; б) $Q = 1{,}88$ кДж, $A = 1{,}25$ кДж, $\Delta W = 0{,}63$ кДж.

5.195. Тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает работу $A = Q_1 - Q_2 = \eta Q_1$, где Q_1 — количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя, Q_2 — количество теплоты, отдаваемое холодильнику, η — к.п.д. машины. Имеем $\eta = (T_1 - T_2)/T_1 = 0{,}25$. Тогда $A = \eta Q_1 = 630$ Дж. Далее $Q_2 = Q_1 - A = 1{,}88$ кДж.

5.196. $\eta = 18\%$.

5.197. $\eta = 26{,}8\%$; $Q_1 = 274$ кДж; $Q_2 = 200$ кДж.

5.198. $\eta = 20\%$; $A = 1{,}26$ кДж.

5.199. Уравнение изотермы AB (рис. 90) имеет вид

$$pV = \frac{m}{\mu} RT_1. \qquad (1)$$

Координаты точки A удовлетворяют этому уравнению, т. е.

$$p_1V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad \text{откуда} \quad \frac{m}{\mu} = \frac{p_1V_1}{RT_1} = 0{,}427 \text{ моль},$$

и тогда (1) принимает вид

$$pV = 0{,}427\,RT_1 = 1{,}42 \text{ кДж}. \qquad (2)$$

Для точки B имеем

$$p_2 = pV/V_2 = 284 \text{ кПа}.$$

Так как координаты точек B и C удовлетворяют адиабате BC, то $p_2V_2^{\varkappa} = p_3V_3^{\varkappa}$, откуда $p_3 = p_2\,(V_2/V_3)^{\varkappa} = 146$ кПа. Уравнение изотермы CD имеет вид

$$pV = \frac{m}{\mu}\,RT = p_3V_3 = 1{,}17 \text{ кДж};$$

отсюда $T_2 = 330$ К. Так как координаты точек D и A должны удовлетворять уравнению адиабаты DA, то $(V_4/V_1)^{\varkappa-1} = T_1/T_2$; отсюда $V_4 = 3{,}22$ л и $p_4 = 365$ кПа.

а) $V_1 = 2$ л, $p_1 = 708$ кПа; $V_2 = 5$ л, $p_2 = 284$ кПа; $V_3 = 8$ л, $p_3 = 146$ кПа; $V_4 = 3{,}22$ л, $p_4 = 365$ кПа.

б) Работа при изотермическом процессе AB

$$A_1 = RT_1\,\frac{m}{\mu}\ln\frac{V_2}{V_1} = 1300 \text{ Дж};$$

работа при адиабатическом процессе BC

$$A_2 = \frac{RT_1}{\varkappa-1}\,\frac{m}{\mu}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right] = \frac{RT_1}{\varkappa-1}\,\frac{m}{\mu}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right) = 620 \text{ Дж};$$

работа при изотермическом процессе CD

$$A_3 = RT_2\,\frac{m}{\mu}\ln\frac{V_4}{V_3} = -1070 \text{ Дж};$$

работа при адиабатическом процессе DA

$$A_4 = \frac{RT_2}{\varkappa-1}\,\frac{m}{\mu}\left(1-\frac{T_1}{T_2}\right) = -620 \text{ Дж}.$$

в) Работа за весь цикл $A = \sum A_i = 230$ Дж.

г) К.п.д. цикла $\eta = (T_1 - T_2)/T_1 = 0{,}175$.

д) Количество теплоты, полученное от нагревателя за один цикл,

$$Q_1 = A/\eta = 1300 \text{ Дж}.$$

е) Количество теплоты, отданное холодильнику за один цикл,

$$Q_2 = Q_1 - A = 1070 \text{ Дж}.$$

5.200. В 2,1 раза.

5.201. При обратном цикле внешние силы совершают над газом работу A. При этом количество теплоты Q_2, отнятое у холодного тела, вместе с затраченной работой A равно количеству теплоты Q_1,

переданному более нагретому телу. При этом $\eta=(T_1-T_2)/T_1=0{,}093$;

$$Q_2=Q_1-A=\frac{A}{\eta}-A=\frac{1-\eta}{\eta}A=360\text{ кДж};\quad Q_1=Q_2+A=397\text{ кДж}.$$

Таким образом, холодильная машина будет за каждый цикл передавать более горячему телу количество теплоты 397 кДж, из которых 37 кДж за счет механической работы, а 360 кДж от холодного тела.

5.202. Коэффициенты η_1, η_2 и η_3 связаны между собой соотношениями $\eta_1=1/(1-\eta_3)$, $\eta_2=(1-\eta_3)/\eta_3$. В условиях задачи $\eta_1=1{,}09$, $\eta_2=11{,}0$, $\eta_3=0{,}083$.

5.203. $m_2=4{,}94$ кг.

5.204. За счет количества теплоты Q можно совершить работу $A=\eta Q$, где η—к.п.д. тепловой машины, причем $\eta=(T_1-T_2)/T_1$. Помещению будет передано холодильной машиной количество теплоты $Q'=A/\eta'$, где η'—к.п.д. холодильной машины, причем $\eta'=(T_1'-T_2')/T_1'$. Тогда

$$\frac{Q'}{Q}=\frac{\eta A}{\eta' A}=\frac{\eta}{\eta'}=\frac{(T_1-T_2)\,T_1'}{(T_1'-T_2')\,T_1}=3,$$

т. е. помещение получает в три раза меньше количества теплоты от сгорания дров в печке, чем при отоплении его холодильной машиной.

5.205. Из рис. 9 видно, что

$$A=p_1(V_1-V_0)+\frac{p_1V_1}{\varkappa-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right]-p_0(V_2-V_0)=1{,}92\text{ кДж}.$$

5.206. $\eta=0{,}2$, $\eta'=0{,}3$.

5.207. 104 цикла.

5.208. Имеем $\eta=A/Q$, где A—полная работа за весь цикл и Q—количество теплоты, выделяющееся при сгорании горючего. Так как $A_{AB}=A_{BA}$ и $A_{CD}=A_{EB}=0$, то

$$A=A_{BC}-A_{DE}=\frac{m}{\mu}\frac{R\,(T_0-T_3)}{\varkappa-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right].$$

Но $R/(\varkappa-1)=C_V$ и $(V_1/V_2)^{\varkappa-1}=T_1/T_0=T_2/T_3$; поэтому

$$A=\frac{m}{\mu}C_V(T_0-T_3)\left(1-\frac{T_2}{T_3}\right).$$

Так как $Q=\frac{m}{\mu}C_V(T_2-T_1)$, то

$$\eta=\frac{A}{Q}=\frac{(T_0-T_3)(1-T_2/T_3)}{T_2-T_1}=\frac{T_2-T_3}{T_2}=$$

$$=1-\frac{T_3}{T_2}=1-\frac{1}{(V_1/V_2)^{\varkappa-1}}=0{,}412=41{,}2\%.$$

5.209. $p_2=930$ кПа, $T_2=686$ К.

5.210. $n=1{,}3$.

5.211. Имеем $V_1-V_2=Sh$, где S — площадь сечения цилиндра. С другой стороны, $(V_1/V_2)^{\varkappa}=p_2/p_1$. Решая эти два уравнения относительно V_2 и подставляя числовые данные, найдем $V_2=176$ см^3. Так как $T_1/T_2=(p_1/p_2)^{(\varkappa-1)/\varkappa}$, то $T_2=680$ К. $A=\dfrac{p_1V_1}{\varkappa-1}\dfrac{T_1-T_2}{T_1}=$ $=243$ Дж, где $V_1=Sh+V_2=1040$ см^3.

5.212. а) $\eta=36{,}7\%$; б) $\eta=44{,}6\%$; в) $\eta=49{,}6\%$.

5.213. Зная потребление бензина и его удельную теплоту сгорания, найдем фактический к.п.д.: $\eta_\Phi=0{,}216\approx 22\%$. Теоретический к.п.д.

$$\eta=1-\frac{1}{(V_1/V_2)^{n-1}}=0{,}3=30\%.$$

Таким образом, потеря бензина на трение в движущихся частях механизма и пр. составляет $30\%-22\%=8\%$.

5.214. Работа, совершаемая при полном цикле (см. рис. 11),

$$A=Q_1-Q_2, \tag{1}$$

где Q_1 — количество теплоты, выделившееся при сгорании топлива (на участке CD), и Q_2 — количество теплоты, отданное среде (на участке EB). Но так как участок CD — изобара, то

$$Q_1=\frac{m}{\mu}C_p(T_2-T_1), \tag{2}$$

где T_1 — температура в начале изобарического расширения и T_2 — температура в конце его. Так как участок EB — изохора, то

$$Q_2=\frac{m}{\mu}C_V(T_3-T_0), \tag{3}$$

где T_3 — температура в начале изохорического процесса и T_0 — температура в конце его. Подставляя (2) и (3) в формулу (1), имеем

$$A=\frac{m}{\mu}C_V[\varkappa(T_2-T_1)-(T_3-T_0)], \tag{4}$$

где $\varkappa$ — показатель адиабаты, и тогда к.п.д.

$$\eta=\frac{A}{Q_1}=1-\frac{1}{\varkappa}\frac{T_3-T_0}{T_2-T_1}. \tag{5}$$

Уравнение (5) можно представить в другом виде. Температуры T_0, T_1 и T_3 можно выразить через T_2. Для изобары CD имеем $T_2/T_1=V_3/V_1=\beta$ — степень изобарического расширения, и, следовательно, $T_1=T_2/\beta$. Для адиабаты DE имеем $T_2/T_3=(V_2/V_3)^{\varkappa-1}=$ $=\delta^{\varkappa-1}$, где δ — степень адиабатического расширения; следовательно, $T_3=T_2/\delta^{\varkappa-1}$. Для адиабаты BC имеем $T_1/T_0=(V_2/V_1)^{\varkappa-1}=\varepsilon^{\varkappa-1}$, где

ε — степень адиабатического сжатия; следовательно, $T_0 = T_1/\delta^{\varkappa-1} = T_2/\beta\varepsilon^{\varkappa-1}$. Подставляя полученные значения T_0, T_1, T_2 в (5) и замечая, что $\beta = \dot{e}/\delta$, получим

$$\eta = 1 - \frac{\beta^{\varkappa} - 1}{\varkappa\varepsilon^{\varkappa-1}(\beta - 1)}.$$

5.215. Имеем

$$\eta = A/Q = Pt/mq. \qquad (1)$$

С другой стороны,

$$\eta = 1 - \frac{\beta^{\varkappa} - 1}{\varkappa\varepsilon^{\varkappa-1}(\beta - 1)} \qquad (2)$$

(см. решение 2.214). У нас $\beta = \varepsilon/\delta = 16/6{,}4 = 2{,}5$; $\varkappa = 1{,}3$; $\beta^{\varkappa} = 3{,}29$; $\beta^{\varkappa} - 1 = 2{,}29$; $\varepsilon^{\varkappa-1} = 2{,}30$; $\beta - 1 = 1{,}5$. Подставляя эти данные в формулу (2), получим $\eta = 0{,}49 = 49\%$. Тогда $m = 5{,}9$ кг.

5.216. Изменение энтропии определяется формулой

$$\Delta S = S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

где S_A и S_B — энтропии в первом и во втором состояниях. Общее изменение энтропии в данном случае складывается из изменений ее в отдельных процессах.

При нагревании массы m льда от температуры T до температуры $T_0 = 273$ К имеем $dQ = mc_{\text{л}}\,dT$, где $c_{\text{л}} = 2{,}1$ кДж/(кг·К) — удельная теплоемкость льда, и

$$\Delta S_1 = mc_{\text{л}} \ln (T_0/T).$$

При плавлении массы m льда при температуре T_0 имеем $\int dQ = m\lambda$, где $\lambda = 0{,}33$ МДж/кг — удельная теплота плавления, и

$$\Delta S_2 = m\lambda/T_0.$$

При нагревании массы m воды от температуры T_0 до температуры $T_{\text{п}}$ имеем

$$\Delta S_3 = mc \ln (T_{\text{п}}/T_0),$$

где $c = 4{,}19$ кДж/(кг·К) — удельная теплоемкость воды. При испарении массы m воды при температуре $T_{\text{п}}$ имеем

$$\Delta S_4 = mr/T_{\text{п}},$$

где $r = 2{,}26$ МДж/кг — удельная теплота парообразования. Общее изменение энтропии

$$\Delta S = m\left(c_{\text{л}} \ln \frac{T_0}{T} + \frac{\lambda}{T_0} + c \ln \frac{T_{\text{п}}}{T_0} + \frac{r}{T_{\text{п}}}\right) = 88 \text{ Дж/К}.$$

5.217. $\Delta S = 7{,}4$ Дж/К.

5.218. $\Delta S = 1230$ Дж/К.

5.219. $\Delta S = 63$ Дж/К.

5.220. Имеем

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Но $dQ = \frac{m}{\mu} C_V\, dT + p\, dV$ и, кроме того, $pV = \frac{m}{\mu} RT$; тогда

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{m}{\mu} C_V \frac{dT}{T} + \int_1^2 \frac{m}{\mu} R \frac{dV}{V},$$

или

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} = 5{,}4 \text{ Дж/К}.$$

5.221. В предыдущей задаче мы нашли энтропию как функцию параметров T и V. В этой задаче нам требуется выразить энтропию через параметры V и p. Имеем

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} \qquad (1)$$

Уравнение Менделеева—Клапейрона дает

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}. \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} =$$
$$= \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{V_2}{V_1} = 71{,}0 \text{ Дж/К}.$$

Учащимся предлагается выразить энтропию через параметры p и T и получить формулу

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{m}{\mu} R \ln \frac{p_2}{p_1}.$$

5.222. Имеем (см. решение 5.221)

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{V_2}{V_1};$$

при изобарическом процессе $p_1 = p_2$ и

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{V_2}{V_1} = 66{,}3 \text{ Дж/К}.$$

5.223. $\Delta S = 38{,}1$ Дж/К.

5.224. Имеем (см. решение 5.221)

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{m}{\mu} R \ln \frac{p_2}{p_1};$$

при изотермическом процессе $T_1 = T_2$ и

$$\Delta S = -\frac{m}{\mu} R \ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{p_1}{p_2} = 17{,}3 \text{ Дж/К}.$$

5.225. $\Delta S = 2{,}9$ Дж/К.

5.226. а) $\Delta S = 1{,}76$ Дж/К; б) $\Delta S = 2{,}46$ Дж/К.

5.227. а) $\Delta S = 8{,}5$ кДж/К; б) $\Delta S = 11{,}8$ кДж/К.

5.228. Нагревание производилось при постоянном давлении.

5.229. Учащимся предлагается убедиться, что изменение энтропии ΔS не зависит от того, каким путем совершается переход газа из одного состояния в другое. В обоих случаях изменение энтропии $\Delta S = 5{,}45$ Дж/К.

5.230. $\Delta S = 500$ Дж/К.

5.231. $Q = 420$ кДж.

§ 6. Реальные газы

6.1. Величина a выражается в Па·м^6/моль^2, величина b — в м^3/моль.

6.2.

Вещество	a, Па·м^6/моль^2	b, 10^{-5} м^3/моль
Водяной пар	0,556	3,06
Углекислый газ	0,364	4,26
Кислород	0,136	3,16
Аргон	0,136	3,22
Азот	0,136	3,85
Водород	0,0244	2,63
Гелий	0,00343	2,34

6.3. а) Решая уравнение Менделеева — Клапейрона относительно температуры, находим

$$T = \mu pV/mR = 280 \text{ К}.$$

б) Решая уравнение Ван-дер-Ваальса относительно температуры, находим

$$T = \frac{\mu}{mR}\left(p + \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{\mu} b\right) = 280 \text{ К}.$$

Таким образом, при малых давлениях газ ведет себя как идеальный. При больших давлениях параметры газа уже не подчиняются уравнению Менделеева—Клапейрона (см. задачу 6.4).

6.4. а) $T=281$ К; б) $T=289$ К.

6.5. а) $T=482$ К; б) $T=204$ К.

6.6. а) $p_1=2{,}87$ МПа, $p_2=273$ МПа; б) $p_1=3{,}09$ МПа, $p_2=61{,}8$ МПа. Из сравнения полученных результатов можно заметить, что при не очень больших давлениях реальные газы более сжимаемы, чем идеальные (влияние сил притяжения между молекулами); при больших давлениях реальные газы менее сжимаемы, чем идеальные (влияние собственных объемов молекул).

6.7. $T_2/T_1=(2p+p_i)/(p+p_i)=1{,}85$, где $p_i=a\nu^2/V^2$. Если бы газ подчинялся уравнению Менделеева—Клапейрона, то было бы $T_2/T_1=2$.

6.8. Определение объема по формуле Ван-дер-Ваальса требует решения уравнения третьей степени. Один из трех корней этого уравнения, соответствующий газообразному состоянию вещества, может быть найден методом последовательных приближений. Из уравнения Ван-дер-Ваальса для произвольного количества $\nu=m/\mu$ кислорода имеем

$$V=\frac{\nu RT}{p+\nu^2a/V^2}+\nu b=\frac{\nu RT}{p+p_i}+\nu b. \qquad (1)$$

В качестве первого приближения берем $V=V_1$—объем, получаемый из уравнения Менделеева—Клапейрона:

$$V_1=\frac{\nu RT}{p}=0{,}24 \text{ м}^3.$$

Тогда

$$p_i=\frac{\nu^2a}{V_1^2}=\frac{10^6\cdot 0{,}136}{(0{,}24)^2} \text{ Па}=2{,}4 \text{ МПа}.$$

Подставляя p_i в (1), получим второе приближение:

$$V_2=\left(\frac{10^3\cdot 8{,}31\cdot 300}{1{,}24\cdot 10^7}+10^3\cdot 3{,}16\cdot 10^{-5}\right) \text{ м}^3=0{,}232 \text{ м}^3.$$

Тогда

$$p_i=\frac{\nu^2a}{V_2^2}=\frac{10^6\cdot 0{,}136}{(0{,}232)^2}=2{,}53 \text{ МПа},$$

$$V_3=\left(\frac{10^3\cdot 8{,}31\cdot 300}{1{,}253\cdot 10^7}+10^3\cdot 3{,}16\cdot 10^{-5}\right) \text{ м}^3=0{,}231 \text{ м}^3.$$

Поступая таким же образом, можно получить четвертое и т. д. приближения. Нетрудно убедиться, что уже четвертое приблнжение практически совпадает с третьим. Таким образом, искомый объем $V=231$ л.

6.9. $V=0{,}49$ м^3 (см. решение 6.8).

6.10. Постоянная b, входящая в уравнение Ван-дер-Ваальса, приближенно равна учетверенному собственному объему молекул. С другой стороны, $b=T_к R/8p_к$. Отсюда объем одной молекулы

$$V=\frac{RT_к}{32N_A p_к}=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{1}{6}\pi\sigma^3.$$

Замечая, что $R/N_A=k$ — постоянная Больцмана, получим $\sigma=\sqrt[3]{3kT_к/16\pi p_к}=294$ пм. Это значение хорошо совпадает со значением σ, полученным другими способами (см. решение 5.141).

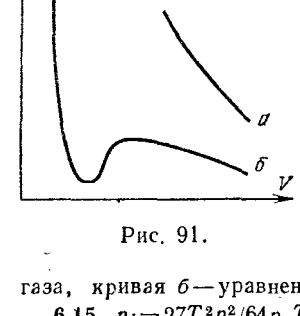


Рис. 91.

6.11. а) $\sigma=297$ пм; б) $\sigma=313$ пм. Таким образом, результаты, полученные двумя разными способами, дают достаточно хорошее совпадение.

6.12. $\overline{\lambda}=79$ нм.

6.13. $D=3{,}5\cdot10^{-5}$ м^2/с.

6.14. На рис. 91 дан график $p=f(V)$, построенный для $\nu=1$ кмоль углекислого газа при $t=0$ °С. Кривая a соответствует уравнению идеального газа, кривая $б$ — уравнению реального газа.

6.15. $p_i=27T_к^2p^2/64p_кT^2=1{,}31$ кПа.

6.16. $p\left(V-\frac{m}{\mu}b\right)=\frac{m}{\mu}RT$; $x=\frac{\nu-\nu'}{\nu'}=\frac{pb}{RT}=33\%$, где ν и ν' — количества водорода без учета и с учетом собственного объема молекул.

6.17. $p_i/p=4{,}95\%$; $V_i/V=0{,}86\%$.

6.18. Работа, совершенная против сил взаимодействия молекул,

$$A=\int_{V_1}^{V_2}p_i\,dV,\quad \text{где}\quad p_i=\frac{m^2a}{\mu^2V^2}.$$

Таким образом,

$$A=\frac{m^2a}{\mu^2}\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V^2}=\frac{m^2a}{\mu^2}\left(\frac{1}{V_1}-\frac{1}{V_2}\right)=\frac{m^2a\,(V_2-V_1)}{\mu^2V_1V_2},$$

откуда

$$a=\frac{A\mu^2V_1V_2}{m^2\,(V_2-V_1)}=\frac{AV_1V_2}{\nu^2\,(V_2-V_1)}=0{,}136\ \text{Па}\cdot\text{м}^6/\text{моль}^2.$$

6.19. $\Delta T=a\nu\,(V_2-V_1)^2/V_1V_2iR=2{,}33$ К, где i — число степеней свободы молекул газа, ν — количество азота,

6.20. $a = 0{,}364$ Па·м^6/моль^2.

6.21. Так как температура $t_1 = 31$ °С — критическая температура углекислого газа, то необходимое давление $p = p_к = 7{,}38$ МПа. Так как температура $t_2 = 50$ °С больше критической температуры, то ни при каком давлении при 50 °С нельзя превратить углекислый газ в жидкую углекислоту. Наибольший объем $V_{max} = 3b/\mu = 2{,}9$ л; наибольшее давление $p_{max} = p_к = 7{,}38$ МПа.

6.22. $\rho_к = \mu/3b = 196$ кг/м^3.

6.23. $\rho_к = 8\mu p_к/3T_к R = 57$ кг/м^3.

6.24. Из уравнения Ван-дер-Ваальса в приведенных величинах имеем

$$\tau = (\pi + 3/\omega^2)(3\omega - 1)/8. \qquad (1)$$

У иас $\pi = p/p_к = 93/5{,}07 = 18{,}4$, $V_{0к} = 3b = 3T_к R/8p_к = 9{,}5 \cdot 10^{-5}$ м^3/моль; $\omega = V_0/V_{0к} = 0{,}056/0{,}095 = 0{,}59$. Подставляя эти значения в (1), получим $\tau = 2{,}6$ и, следовательно, $T = \tau T_к = 2{,}6 \cdot 154$ К $= 400$ К.

6.25. $p = 2{,}7$ МПа.

6.26. $\pi = p/p_к = 2{,}45$.

§ 7. Насыщенные пары и жидкости

7.1. Массу водяного пара m в объеме V воздуха можно найти по формуле Менделеева — Клапейрона

$$m = pV\mu/RT. \qquad (1)$$

При $T = 323$ К давление насыщенного пара $p_н = 12{,}3$ кПа. Так как $\mu = 0{,}018$ кг/моль, то из (1) получим $m = 82$ г.

7.2. $\rho_н = 0{,}082$ кг/м^3.

7.3. В 74 000 раз.

7.4. В 12 раз.

7.5. Относительная влажность определяется формулой $w = p/p_н$, где p — давление водяного пара, находящегося в воздухе, и $p_н$ — давление водяного пара, насыщающего пространство при данной температуре. Масса m водяного пара в объеме V воздуха

$$m = pV\mu/RT = wp_н V\mu/RT. \qquad (1)$$

При $T = 303$ К давление насыщенного пара $p_н = 4{,}23$ кПа. Так как $\mu = 0{,}018$ кг/моль, то из (1) получим $m = 22{,}5$ г.

7.6. $\Delta m = 6{,}9$ г.

7.7. $t_2 = 7$ °С.

7.8. $n = 10^{24}$ м$^{-3}$.

7.9. $w = 60{,}4\%$; $\Delta m = 86$ мг.

7.10. а) До расширения насыщенный водяной пар находится при температуре $t_1 = 20$ °С, а следовательно (см. табл. VIII), давление

этого пара $p_1 = 2{,}33$ кПа. б) Масса водяного пара в камере до расширения $m_1 = p_1 \mu V_1 / RT_1 = 17{,}2$ мг. в) $\rho_1 = p_1 \mu / RT_1 = 17{,}2 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3. г) $T_2 = T_1 / (V_2/V_1)^{\varkappa - 1} = 268$ К. д) При температуре $t_2 = -5$ °С давление насыщенного водяного пара $p_2 = 399$ Па. Масса пара в камере, соответствующая этому давлению, $m_2 = p_2 \mu V_2 / RT_2 = 4{,}0$ мг. Следовательно, масса сконденсированного пара $\Delta m = m_1 - m_2 = (17{,}2 - 4{,}0)$ мг $= 13{,}2$ мг. е) $\rho_2 = p_2 \mu / RT_2 = 3{,}2 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3. ж) Так как плотность водяного пара после расширения (но до конденсации)

$$\rho_3 = \frac{m_1}{V_2} = \frac{17{,}2 \cdot 10^{-6}}{1{,}25 \cdot 10^{-3}} \text{ кг/м}^3 = 13{,}7 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3,$$

то степень пересыщения $s = \rho_3 / \rho_2 = 4{,}3$.

7.11. $v_ж = 0{,}001$ м^3/кг; $v_п = 1{,}25$ м^3/кг.

7.12. В процессе испарения количество теплоты тратится на преодоление сил взаимодействия молекул и на работу расширения против внешнего давления. Таким образом, согласно первому закону термодинамики имеем

$$r_0 = \Delta W + A, \qquad (1)$$

где r_0 — молярная теплота парообразования, ΔW — изменение молярной внутренней энергии сил взаимодействия при испарении, A — молярная работа, совершаемая против внешнего давления. При этом

$$A = p_н (V_{0п} - V_{0ж}), \qquad (2)$$

где $p_н$ — давление насыщенного пара при температуре парообразования, $V_{0ж}$ — молярный объем жидкости и $V_{0п}$ — молярный объем пара. Имеем

$$V_{0ж} = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0{,}018 \text{ кг/моль}}{1000 \text{ кг/м}^3} = 18 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3\text{/моль},$$

где μ — молярная масса и ρ — плотность воды. Так как по условию $\nu = m/\mu = 1$ кмоль, то по уравнению Менделеева — Клапейрона $V_{0п} = RT/p_н$. При $T = 473$ К имеем (см. табл. VIII) $p_н = 1{,}55$ МПа и $V_{0п} = RT/p_н = 2{,}5$ л/моль.

Считая, что изменение внутренней энергии взаимодействия молекул при испарении соответствует уравнению Ван-дер-Ваальса (см. задачу 6.18), имеем

$$\Delta W = \frac{a (V_{0п} - V_{0ж})}{V_{0ж} V_{0п}}, \qquad (3)$$

где $a = 27 T_к^2 R^2 / 64 p_к = 5{,}56 \cdot 10^2$ Па·м^6/моль^2. Замечая, что $V_{0ж} \ll V_{0п}$, получим из (1) — (3)

$$r_0 = \frac{a}{V_{0ж}} + p_н V_{0п} = \frac{a\rho}{\mu} + RT = 35 \text{ кДж/моль}.$$

Тогда удельная теплота парообразования $r = r_0/\mu = 1{,}95$ МДж/кг.

Табл. IX дает для температуры $t=200$ °С значение $r=$ $=1{,}94$ МДж/кг. Таким образом, несмотря на то, что уравнение Ван-дер-Ваальса, а следовательно, и формула (3) являются приближенными, совпадение результатов хорошее.

7.13. $\Delta W/r_0=(r_0-A)/r_0=1-RT/r_0=92{,}4\%$.

7.14. $\Delta W=7{,}22$ кДж.

7.15. Имеем уравнение Клаузиуса — Клапейрона

$$\frac{dp}{dT}=\frac{r_0}{T(V_{0\text{п}}-V_{0\text{ж}})}. \qquad (1)$$

Считая, что насыщенные пары подчиняются уравнению Менделеева — Клапейрона, имеем (для $\nu=1$ моль) $V_{0\text{п}}=RT/p$. Так как (см. табл. VIII) при температуре $t=5$ °С давление насыщенного пара $p_{\text{н}}=870$ Па, то нетрудно найти, что $V_{0\text{п}}=2{,}65$ м^3/моль. Кроме того, $V_{0\text{ж}}=\mu/\rho\leqslant 18\cdot 10^{-6}$ м^3/моль. Таким образом, мы видим, что $V_{0\text{ж}}\ll V_{0\text{п}}$, и тогда уравнение (1) можно написать так:

$$\frac{dp}{dT}=\frac{r_0 p}{RT^2}, \quad \text{или} \quad \frac{dp}{p}=\frac{r_0}{R}\frac{dT}{T^2}. \qquad (2)$$

Для небольшого интервала температур T_2-T_1 молярную теплоту испарения r_0 можно считать постоянной и тогда, интегрируя уравнение (2), получим

$$\ln\frac{p_2}{p_1}=\frac{r_0(T_2-T_1)}{RT_1T_2}, \qquad (3)$$

откуда

$$r_0=\frac{RT_1T_2\ln(p_2/p_1)}{T_2-T_1}. \qquad (4)$$

Здесь p_1 и p_2 — давления насыщенного пара при температурах T_1 и T_2. В задаче требуется найти удельную теплоту парообразования r при температуре $t=5$ °С. Поэтому для величин T_1 и T_2 можно взять значения $t_1=4$ °С и $t_2=6$ °С. Тогда на основании данных табл. VIII имеем $p_1=811$ Па, $p_2=932$ Па и $p_2/p_1=1{,}15$. Подставляя в (4) числовые данные, получим $r_0=45$ кДж/моль. Отсюда удельная теплота парообразования $r=r_0/\mu=2{,}49$ МДж/кг. Построив по данным табл. IX график $r=f(t)$, нетрудно убедиться, что при $t=5$ °С имеем $r=2{,}48$ МДж/кг, что дает хорошее совпадение с найденным значением.

7.16. $r=0{,}302$ МДж/кг.

7.17. $p_{\text{н}}=86{,}46$ кПа.

7.18. $\Delta S=2{,}86$ Дж/К.

7.19. $\Delta p=599$ Па.

7.20. До давления $p=93$ мПа, т. е. до давления насыщенного ртутного пара при $t=15$ °С.

7.21. Имеем $\rho_0 = m/V_0$ и $\rho = m/V$. Но так как $V = V_0(1+\beta t)$, то $\rho = \rho_0/(1+\beta t) = 12{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3.

7.22. $t_2 = 222$ °C.

7.23. $\rho = 1{,}055 \cdot 10^3$ кг/м^3.

7.24. $\Delta p = \beta\, \Delta t/k = 1{,}4$ МПа.

7.25. $k = 3{,}96 \cdot 10^{-11}$ Па$^{-1}$.

7.26. $\Delta h = 16{,}4$ мм.

7.27. $\Delta t = h(1+\beta t)/(L-h)\,\beta = 56$ °C.

7.28. $m = 884$ г.

7.29. При нагревании объем сосуда увеличился и стал равным $V = V_0(1+\beta' t)$. Плотность ртути при нагревании стала равной

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0(1+\beta' t)}. \qquad (1)$$

С другой стороны (см. решение 7.21),

$$\rho = \frac{\rho_0}{1+\beta t} = \frac{m_0}{V_0(1+\beta t)}. \qquad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), находим

$$m = \frac{m_0(1+\beta' t)}{1+\beta t} = 887 \text{ г}.$$

7.30. $\beta = 7 \cdot 10^{-4}$ К$^{-1}$.

7.31. $x = (\beta - \beta_0)/\beta = 5\%$, где β и β_0 — коэффициенты объемного расширения масла, найденные соответственно с учетом и без учета расширения стекла.

7.32. $p = 102$ кПа.

7.33. Сила, необходимая для отрыва кольца от поверхности воды, складывается из силы тяжести, действующей на кольцо, и силы поверхностного натяжения, т. е. $F = F_1 + F_2$. Сила тяжести

$$F_1 = \rho h \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2)\, g = 40{,}0 \text{ мН}.$$

При отрыве кольца поверхностная пленка разрывается по внешней и внутренней окружностям кольца, поэтому сила поверхностного натяжения

$$F_2 = \pi\alpha\,(d_1 + d_2) = 23{,}5 \text{ мН}.$$

Таким образом, $F = 63{,}5$ мН. При этом $x = F_2/F = 37\%$.

7.34. $\alpha = 0{,}032$ Н/м.

7.35. $d = 1{,}2$ мм; $l = 5$ см.

7.36. Сила тяжести, действующая на каплю, в момент ее отрыва должна разорвать поверхностную пленку на длине $l = 2\pi r$, где r — радиус шейки капли. Отсюда сила тяжести $P = 2\pi r\alpha = \pi d\alpha$. В массе m спирта содержится N капель, причем $N = mg/P =$

$= mg/\pi d\alpha = 780$ капель. Так как по условию капли отрываются через время $\Delta\tau = 1$ с одна после другой, то весь спирт вытечет через время $\tau = 780$ с $= 13$ мин.

7.37. $\alpha_1 = 0{,}059$ Н/м.

7.38. $\Delta l = 34$ см.

7.39. $R = \sqrt[3]{3r\alpha/2\rho g} = 2{,}2$ мм.

7.40. Выделенная энергия при слиянии двух капель ртути $\Delta W = \alpha\,\Delta S$, где изменение площади поверхности $\Delta S = 4\pi r^2 \cdot 2 - 4\pi R^2$, где R — радиус большой капли. Радиус R находим, приравнивая объем большой капли сумме объемов слившихся капель: $2 \cdot 4\pi r^3/3 = 4\pi R^3/3$, откуда $R = r\sqrt[3]{2}$. Тогда $\Delta S = 4\pi r^2\left(2 - \sqrt[3]{4}\right)$ и

$$\Delta W = \alpha\,\Delta S = \alpha \cdot 4\pi r^2\left(2 - \sqrt[3]{4}\right). \qquad (1)$$

Выделенная энергия пойдет на нагревание ртутной капли; следовательно,

$$\Delta W = cm\,\Delta t = c\rho\,(4/3)\,\pi R^3\,\Delta t = c\rho\,(8/3)\,\pi r^3\,\Delta t. \qquad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), находим

$$\Delta t = 3\alpha\left(2 - \sqrt[3]{4}\right)/c\rho 2r = 1{,}65 \cdot 10^{-4}\ \text{К}.$$

7.41. $A = 14{,}7$ мкДж.

7.42. $A = 64$ мкДж.

7.43. $A = 432$ мкДж.

7.44. Давление воздуха в пузырьке p сложится из атмосферного давления p_0, гидростатического давления воды $p_1 = \rho gh$ и добавочного давления $p_2 = 2\alpha/r = 4\alpha/d$, вызванного кривизной поверхности. Таким образом, $p = p_0 + \rho gh + 2\alpha/r = 132{,}9$ кПа.

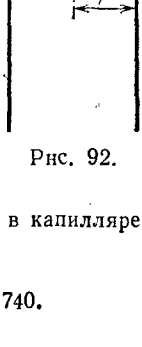


Рис. 92.

7.45. $d = 8\alpha/\Delta p = 2{,}6$ мм.

7.46. $h = 4{,}9$ м.

7.47. В 4,4 раза.

7.48. Радиус мениска R связан с радиусом трубки r следующим образом (рис. 92):

$$r = R\cos\varphi = R\cos(180° - \theta) = -R\cos\theta,$$

где θ — краевой угол. Добавочное давление, вызванное кривизной мениска, $\Delta p = -(2\alpha\cos\theta)/r$. Так как для ртути $\theta > \pi/2$, т. е. $\cos\theta < 0$, то это добавочное давление положительно, и уровень ртути в капилляре будет ниже, чем в сосуде. Разность уровней

$$\Delta h = -\frac{4\alpha\cos\theta}{\rho g d},\ \text{отсюда}\ -\cos\theta = \frac{\Delta h\,\rho g d}{4\alpha} = 0{,}740.$$

Следовательно, радиус кривизны мениска ртути $R = -r/\cos\theta = 2$ мм.

7.49. $R=0{,}53$ мм; $\Delta h=2{,}98$ см.

7.50. $h=13{,}9$ мм.

7.51. а) $d=1{,}5$ мм; б) $d=8{,}8$ мм.

7.52. $\Delta h=7{,}5$ мм.

7.53. $d=0{,}15$ мм.

7.54. $\alpha=0{,}07$ Н/м.

7.55. $p=p_0+2\alpha/r=102{,}2$ кПа.

7.56. Обозначим: p_0 и p — давления воздуха в капилляре до и после погружения капилляра в воду, V_0 и V — объемы воздуха в капилляре до и после погружения. По закону Бойля — Мариотта

$$p_0V_0=pV. \qquad (1)$$

Здесь $p=p_0+2\alpha/r$, $V_0=Sh_0$, где S — площадь сечения капилляра и h_0 — его длина, $V=Sh$, где h — длина трубки, выступающей над жидкостью после погружения. С учетом этого имеем

$$p_0h_0=\left(p_0+\frac{2\alpha}{r}\right)h, \quad \text{откуда} \quad r=\frac{2\alpha h}{p_0(h_0-h)}. \qquad (2)$$

По условию $(h_0-h)/h_0=0{,}015$, или $h/(h_0-h)=65{,}7$. Подставляя числовые данные в (2), получим $r=0{,}1$ мм.

7.57. а) $h=755$ мм; б) $h=757$ мм. Таким образом, если трубка узкая, то атмосферное давление не может быть непосредственно определено по высоте ртутного столба h, так как к давлению столба прибавляется еще давление выпуклого мениска ртути в трубке.

7.58. К высоте ртутного столба надо добавить 2 мм.

7.59. а) $x=(H-h)/h=0{,}4\%$; б) $x=(H-h)/h=0{,}2\%$.

7.60. Чтобы иголка могла держаться на воде, необходимо, чтобы давление, оказываемое иголкой на площадь ее опоры, не превышало давления, вызванного кривизной поверхности жидкости в углублении под иголкой и направленного вверх (силой Архимеда пренебрегаем). Давление иголки на воду $p_1=mg/ld=\rho Vg/ld=\rho\pi dg/4$, где l — длина иголки и V — ее объем. Давление, вызванное кривизной поверхности жидкости, определяется формулой Лапласа $p_2=\alpha(1/R_1+1/R_2)$. В нашем случае поверхность жидкости цилиндрическая, т. е. $R_1=\infty$ и $R_2=r$ — радиус иголки. Тогда $p_2=\alpha/r=2\alpha/d$. Так как необходимо, чтобы $p_1\leqslant p_2$, то $\rho\pi dg/4\leqslant 2\alpha/d$, откуда $d\leqslant\sqrt{8\alpha/\rho\pi g}=1{,}6$ мм.

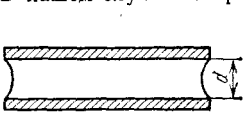


Рис. 93.

7.61. Нет.

7.62. $d=0{,}5$ мм.

7.63. $m=1{,}22$ кг.

7.64. $m=27{,}5$ мг.

7.65. Поверхность смачивающей жидкости между пластинками имеет цилиндрическую форму с радиусом кривизны $R=d/2$ (рис. 93). Тогда добавочное отрицательное давление под цилиндрической во-

гнутой поверхностью $p=\alpha/R=2\alpha/d$. Величина p — избыток внешнего давления, действующего на площадь пластинок S. Следовательно, сила, которую надо приложить, чтобы оторвать пластинки друг от друга,

$$F=pS=\frac{2\alpha}{d}S=31{,}5\text{ Н}.$$

7.66. $\rho=0{,}79\cdot10^3$ кг/м^3.

7.67. $\alpha=0{,}5$ Н/м.

7.68. При вертикальном положении капилляра верхний мениск вогнутый и давление, вызванное кривизной этого мениска, всегда направлено вверх и равно $p_1=2\alpha/R_1$, где R_1 — радиус кривизны верхнего мениска. При полном смачивании $p_1=2\alpha/r$, где r — радиус капилляра. Гидростатическое давление столба жидкости всегда направлено вниз и равно $p_2=\rho gh$. Если $p_1>p_2$, то результирующее давление, направленное вверх, заставляет нижний мениск быть вогнутым. При этом давление p_3, вызванное кривизной нижнего мениска, направлено вниз и равно $p_3=2\alpha/R_2$, где R_2 — радиус кривизны нижнего мениска. В равновесии $p_1=p_2+p_3$. Если $p_1<p_2$, то результирующее давление направлено вниз и нижний мениск будет выпуклым. При этом давление $p_3=2\alpha/R_2$ будет направлено уже вверх. В этом случае $p_1+p_3=p_2$. Если $p_1=p_2$, то нижний мениск будет плоским и $p_3=0$.

Пользуясь числовыми данными, нетрудно получить: а) $R_1=0{,}5$ мм, $R_2=-1{,}52$ мм; б) $R_1=0{,}5$ мм, $R_2=1{,}46$ мм; в) $R_1=0{,}5$ мм, $R_2=\infty$.

7.69. $m=0{,}22$ г.

7.70. а) $h=11{,}5$ мм; б) $h=12{,}9$ мм; в) $h=17{,}2$ мм (см. решение 7.68).

7.71. а) $\Delta h=6{,}8$ мм; б) $\Delta h=8{,}5$ мм; в) $\Delta h=17$ мм; г) $\Delta h=23{,}8$ мм. При $\Delta h>23{,}8$ мм жидкость начнет вытекать из трубки 1.

7.72. Если бы капилляр был достаточно длинным, то, как нетрудно убедиться, вода в нем поднялась бы на высоту $h'=2{,}98$ см. Но высота капилляра над водой $h<h'$. К мениску приложены давление $p_0=2\alpha/R$, вызванное кривизной мениска, направленное вверх, и гидростатическое давление $p=\rho gh$. Для любой высоты h будем иметь $\rho gh=2\alpha/R$, откуда $R=2\alpha/\rho gh=0{,}75$ мм.

7.73. На ареометр, плавающий в жидкости, действуют: сила тяжести P, направленная вниз, сила поверхностного натяжения $F=2\pi r\alpha=\pi d\alpha$, направленная при полном смачивании вниз (при полном несмачивании вверх), и сила Архимеда $F_A=\rho g(V+Sh)$, направленная вверх, где V — объем нецилиндрической части ареометра, S — площадь поперечного сечения трубки ареометра и h — длина цилиндрической трубки, находящейся в жидкости. В равно-

весии

$$P+F=F_A.$$

Считая, что от нескольких капель спирта плотность воды не изменилась, мы можем написать для воды и спирта соответственно

$$P+d\pi\alpha_1=\rho g\,(V+Sh_1),\quad P+d\pi\alpha_2=\rho g\,(V+Sh_2),$$

откуда $\Delta h=4\Delta\alpha/\rho g d=2{,}4$ мм.

7.74. $\Delta h=3{,}5$ мм.

7.75. $T=313$ К.

7.76. $N=1000$.

7.77. $p=290$ кПа.

7.78. $m=2$ г.

7.79. $\alpha=0{,}55$; $n=4\cdot10^{25}$ м$^{-3}$.

7.80. $p=12{,}4$ кПа.

7.81. $p_2=19{,}6$ кПа.

7.82. $N=50$.

7.83. Закон Рауля можно применить для определения молярной массы вещества. Действительно, закон Рауля можно написать так:

$$\frac{p_0}{p_0-p}=\frac{\nu}{\nu'}+1,\quad\text{или}\quad\frac{p_0}{p_0-p}-1=\frac{p}{p_0-p}=\frac{\nu}{\nu'}.\qquad(1)$$

Замечая, что $\nu=m/\mu$ и $\nu'=m'/\mu'$, нетрудно из (1) получить

$$\mu'=\mu\frac{m'}{m}\frac{p}{p_0-p},\qquad(2)$$

где m — масса растворителя, μ — молярная масса растворителя, m' — масса растворенного вещества и μ' — молярная масса растворенного вещества. Подставляя числовые данные, получим $\mu'=0{,}092$ кг/моль.

7.84. $p_0=925$ кПа.

§ 8. Твердые тела

8.1. Из уравнения Клаузиуса — Клапейрона находим

$$\Delta T=\frac{\Delta p T\,(V_ж-V_т)}{q_0}.\qquad(1)$$

С другой стороны, изменение энтропии

$$\Delta S=m\lambda_0/T=\nu q_0/T,\qquad(2)$$

где λ_0 — удельная теплота плавления, q_0 — молярная теплота плавления, m — масса. Из (1) и (2) имеем

$$\Delta T=\Delta p\,(V_ж-V_т)\,\nu/\Delta S=0{,}009\text{ К}.\qquad(3)$$

8.2. $\Delta S=15{,}8$ кДж/К.

8.3. $\Delta V = 1{,}03$ л.

8.4. а) $c = 390$ Дж/(кг·К); б) $c = 450$ Дж/(кг·К); в) $c = 930$ Дж/(кг·К).

8.5. Молярная масса материала шарика $\mu = 0{,}107$ кг/моль; следовательно, шарик сделан из серебра.

8.6. В 7,2 раза.

8.7. $\Delta T = 66$ К.

8.8. Количество теплоты, прошедшее через сложенные вместе медную и железную пластинки, определяется формулой

$$Q = \lambda_1 \frac{t_1 - t}{d_1} S\tau = \lambda_2 \frac{t - t_2}{d_2} S\tau,$$

откуда

$$t = \frac{\lambda_1 t_1 d_2 + \lambda_2 t_2 d_1}{\lambda_1 d_2 + \lambda_2 d_1} = 34{,}5\ ^\circ\text{C}.$$

8.9. $\lambda = 1{,}28$ Вт/(м·К).

8.10. $Q = 190$ кДж.

8.11. $Q_\tau = 8{,}38$ Дж/с; $m = 60$ г.

8.12. $Q_\tau = 11{,}7$ Дж/с.

8.13. $t = 106\ ^\circ\text{C}$.

8.14. $\tau = 28{,}6$ ч.

8.15. При нагревании от $t_0 = 0\ ^\circ\text{C}$ до температуры $t = 30\ ^\circ\text{C}$ стержень удлинится на величину

$$\Delta l = l - l_0 = l_0 a t. \qquad (1)$$

Чтобы не дать стержню удлиниться, к нему надо приложить силу $F = \Delta l\, ES/l_0$, откуда

$$\Delta l = l_0 F/ES, \qquad (2)$$

где E — модуль Юнга материала стержня. Из (1) и (2) находим $F = ESat = 71$ кН.

8.16. $m = 15{,}2$ кг.

8.17. $t_2 = 20\ ^\circ\text{C}$.

8.18. $a = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$.

8.19. Имеем для стального и медного стержней

$$l_1 = l_{01}(1 + a_1 t) = l_{01} + l_{01} a_1 t, \qquad (1)$$
$$l_2 = l_{02}(1 + a_2 t) = l_{02} + l_{02} a_2 t. \qquad (2)$$

По условию

$$l_1 - l_2 = \Delta l, \quad l_{01} - l_{02} = \Delta l. \qquad (3)$$

Вычитая (2) из (1) и учитывая условия (3), получим

$$a_1 l_{01} = a_2 l_{02}. \qquad (4)$$

Из уравнений (3) и (4) нетрудно найти длину стержней при $t_0 = 0$ °C:

$$l_{02} = La_1/(a_2 - a_1) = 11 \text{ см}, \quad l_{01} = l_{02} + L = 16 \text{ см}.$$

8.20. В 1,02 раза.

8.21. $p = 29{,}4$ МПа.

8.22. $d = 4{,}0$ мм.

8.23. $l = 2{,}9$ км.

8.24. $l = 180$ м.

8.25. $l = 11{,}9$ км.

8.26. $F = 2{,}45$ кН; $\Delta l = 4$ см; нет, так как удельная нагрузка меньше предела упругости.

8.27. $\alpha = 75°30'$.

8.28. $n = 3{,}4$ с$^{-1}$.

8.29. Центробежная сила, действующая на стержень, в данном случае

$$F = \int_0^l r\omega^2 \, dm,$$

где ω — угловая скорость вращения, r — расстояние от элемента массы dm до оси вращения. Для однородного стержня $dm = \rho S \, dr$, где ρ — плотность материала стержня и S — его сечение. Произведя интегрирование, получим

$$F = \rho S \omega^2 l^2/2,$$

откуда предельная частота вращения

$$n = \frac{1}{\pi l}\sqrt{\frac{F}{2\rho S}} = 38 \text{ об/с}.$$

8.30. $p = 570$ МПа.

8.31. По закону Гука

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} p_н = \frac{1}{E}\frac{F}{S}, \quad \text{откуда} \quad F = \frac{SE}{l}\Delta l. \tag{1}$$

Для упругих сил

$$F = k \, \Delta l. \tag{2}$$

Сравнивая (1) и (2), видим, что $k = SE/l$. Тогда

$$A = k \, (\Delta l)^2/2 = SE \, (\Delta l)^2/2l. \tag{3}$$

Вычисляя величину Δl из (1) и подставляя остальные числовые данные в (3), получим $A = 0{,}706$ Дж.

8.32. $E = 2{,}94$ МПа.

8.33. Для растяжения шланга на Δl требуется приложить силу

$$F = \frac{1}{\alpha} S \frac{\Delta l}{l}. \tag{1}$$

При этом внутренний диаметр шланга уменьшится на $\Delta d=\beta d_1 F/S$. Но из (1) имеем $F/S=\Delta l/\alpha l$; следовательно,

$$\Delta d=\beta d_1 \frac{1}{\alpha}\frac{\Delta l}{l}=\frac{\sigma d_1 \Delta l}{l},$$

где $\sigma=\beta/\alpha$ — коэффициент Пуассона. Подставляя числовые данные, найдем $\Delta d=1$ мм и, следовательно, $d_2=d_1-\Delta d=9$ мм.

8.34. $x=0{,}3$ м.

8.35. $M=2{,}26\cdot 10^{-7}$ Н·м.

8.36. Закручивающий момент $M=\pi N d^4\varphi/(2l\cdot 16)$, причем $\operatorname{tg} 2\varphi=a/L$. При малых φ можно положить $\operatorname{tg}\varphi\approx\varphi$, и тогда $\varphi=a/2L=32lM/\pi N d^4$. Отсюда $M=a\pi N d^4/64lL=1{,}96\cdot 10^{-13}$ Н·м.

8.37. Для поворота проволоки на угол $d\varphi$ надо совершить работу

$$dA=M\,d\varphi,$$

где M — закручивающий момент. Так как $M=\pi N r^4\varphi/2l$, то

$$A=\int_0^{\varphi}\frac{\pi N r^4\varphi}{2l}\,d\varphi=\frac{\pi N r^4\varphi^2}{4l}=1{,}25\cdot 10^{-12}\text{ Дж}.$$

Эта работа перейдет в потенциальную энергию W закрученной проволоки.

8.38. $a=1{,}74$ см.

8.39. Коэффициент Пуассона $\sigma=\dfrac{\beta}{\alpha}=\dfrac{\Delta r/r}{\Delta l/l}$, где r — радиус проволоки и l — ее длина. Объемы проволоки до и после растяжения:

$$V_1=\pi r^2 l,\qquad V_2=\pi\,(r-\Delta r)^2\,(l+\Delta l).$$

Если объем при растяжении не изменился, то

$$\pi r^2 l=\pi\,(r-\Delta r)^2\,(l+\Delta l).$$

Пренебрегая квадратами величин Δr и Δl, найдем $\pi r^2\,\Delta l=2\pi r\,\Delta r l$, откуда $\sigma=0{,}5$.

8.40. Плотность несжатого стержня $\rho_1=m/V_1$, где $V_1=\pi r^2 l$. Плотность сжатого стержня $\rho_2=m/V_2$, где $V_2=\pi\,(r+\Delta r)^2\,(l-\Delta l)$. Следовательно, изменение плотности

$$\Delta\rho=\rho_2-\rho_1=m\left(\frac{1}{V_2}-\frac{1}{V_1}\right)=\frac{m\,\Delta V}{V_2 V_1}.$$

Так как сжатие невелико, то приближенно можно принять $V_2V_1=V_1^2$, т. е. положить $\Delta\rho=m\,\Delta V/V_1^2$. Тогда относительное изменение плотности $\Delta\rho/\rho_1=\Delta V/V_1$.

Найдем изменение объема:

$$\Delta V=\pi r^2 l-\pi\,(r+\Delta r)^2\,(l-\Delta l),$$

Пренебрегая квадратами величин Δr и Δl, получим

$$\Delta V = V_1 \frac{\Delta l}{l}(1-2\sigma), \quad \text{откуда} \quad \frac{\Delta\rho}{\rho_1} = \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\Delta l}{l}(1-2\sigma),$$

где σ — коэффициент Пуассона. По закону Гука $\Delta l/l = p_н/E$. Тогда

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_1} = \frac{p_н}{E}(1-2\sigma).$$

У нас $p_н = 9{,}81 \cdot 10^7$ Па, $E = 1{,}18 \cdot 10^{11}$ Па и $\sigma = 0{,}34$. Подставляя эти данные, получим $\Delta\rho/\rho_1 = 0{,}027\%$.

8.41. $\Delta V = 1$ мм^3.

Глава III

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

§ 9. Электростатика

9.1. $F = 92{,}3$ нН.

9.2. $r_2 = 8{,}94$ см.

9.4. В $1{,}25 \cdot 10^{36}$ раза.

9.5. $F = 0{,}7$ Н.

9.6. Энергия электростатического взаимодействия шариков $W_{эл} = q^2/4\pi\varepsilon_0\varepsilon r$, энергия их гравитационного взаимодействия $W_{гр} = Gm_1m_2/r$. По условию

$$q^2/4\pi\varepsilon_0\varepsilon r = nGm_1m_2/r,$$

где $n = 10^6$; отсюда $q = \sqrt{n\varepsilon_0\varepsilon \cdot 4\pi G m_1 m_2} = 17$ нКл.

9.7. а) $W_{эл}/W_{гр} = 4{,}17 \cdot 10^{42}$; б) $W_{эл}/W_{гр} = 1{,}24 \cdot 10^{36}$.

9.8. На рис. 94 представлен характер зависимости энергии $W_{эл}$ электростатического взаимодействия двух точечных зарядов от расстояния r между ними.

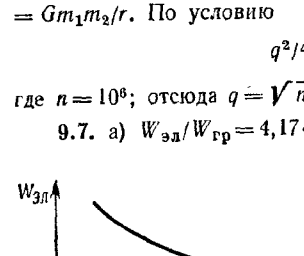


Рис. 94.

9.9. $E = 50{,}4$ кВ/м.

9.10. $q_0 = -2{,}23$ нКл.

9.11. В зависимости от расположения зарядов: а) $E = 0$; б) $E = 60$ кВ/м; в) $E = 30$ кВ/м.

9.12. $E = 0$.

9.13. $E = 112$ кВ/м.

9.14. На каждый шарик действуют две силы (рис. 95): сила тяжести mg и сила электростатического отталкивания $F_{эл}$. Равнодействующая этих сил равна F. Но

$$F_{эл} = mg \operatorname{tg}\alpha = q^2/4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2, \quad r/2 = l\sin\alpha,$$

где $q=q_0/2$ — заряд на каждом шарике, g — ускорение свободного падения; отсюда имеем

$$m=\frac{F_{эл}}{g\,\mathrm{tg}\,\alpha}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\cdot 4l^2 g\sin^2\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha}=15{,}6\text{ г}.$$

9.15. $q=1{,}1$ мкКл.

9.16. Для шарика, находящегося в воздухе, имеет место уравнение (см. решение 9.14)

$$mg=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\cdot 4l^2\sin^2\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha}. \qquad (1)$$

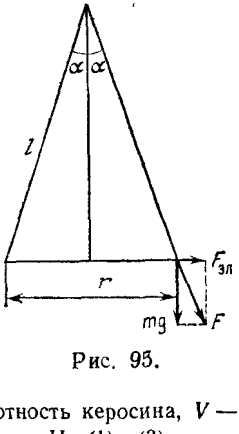


Рис. 95.

При погружении шарнка в керосин на каждый шарик стала действовать выталкивающая сила Архимеда $F_{Арх}$. Для шарика, находящегося в керосине, имеем

$$mg-F_{Арх}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_к\cdot 4l^2\sin^2\alpha_к\,\mathrm{tg}\,\alpha_к}, \qquad (2)$$

где

$$mg-F_{Арх}=(\rho-\rho_к)\,Vg, \qquad (3)$$

где ρ — плотность материала шарика, $\rho_к$ — плотность керосина, V — объем шарика, g — ускорение свободного падения. Из (1)—(3) имеем

$$\frac{mg-F_{Арх}}{mg}=\frac{\rho-\rho_к}{\rho}=\frac{\varepsilon\sin^2\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\varepsilon_к\sin^2\alpha_к\,\mathrm{tg}\,\alpha_к},$$

откуда

$$\rho=\rho_к\frac{\varepsilon_к\sin^2\alpha_к\,\mathrm{tg}\,\alpha_к}{\varepsilon_к\sin^2\alpha_к\,\mathrm{tg}\,\alpha_к-\varepsilon\sin^2\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha}=2{,}55\cdot 10^3\text{ кг/м}^3.$$

9.17. $\rho_0=\varepsilon\rho/(\varepsilon-1)$.

9.18. $\alpha=13°$.

9.19. $\sigma=2\varepsilon_0\varepsilon\sqrt{T^2-(mg)^2}/q=7{,}8$ мкКл/м^2.

9.20. а) $F=20$ мкН; б) $F=126$ мкН; в) $F=62{,}8$ мкН.

9.22. $E=36$ ГВ/м.

9.23. $F_l=3{,}4$ Н/м.

9.24. $F_l=8{,}1$ Н/м; $A_l=0{,}112$ Дж/м.

9.25. $E=3{,}12$ МВ/м; поле направлено перпендикулярно к плоскости, проходящей через обе нити.

9.26. $F_S=5{,}1$ кН/м^2.

9.27. На шар действуют три силы: сила электрического поля F (вверх), сила тяжести mg (вниз) и сила Архимеда $F_{Арх}$ (вверх). В равновесии

$$mg=F+F_{Арх}, \qquad (1)$$

причем

$$mg = 4\pi R^3 g\rho/3, \quad F = Eq, \quad F_{Apx} = 4\pi R^3 g\rho_м/3, \tag{2}$$

где ρ и $\rho_м$ — плотности меди и масла. Из (1) и (2) имеем

$$q = 4\pi R^3 g\,(\rho - \rho_м)/3E = 11 \text{ нКл}.$$

9.28. $R = 0{,}44$ мкм.

9.29. Имеем

$$E = \frac{\tau \sin\alpha}{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon a}. \tag{1}$$

Сделав чертеж, нетрудно установить, что

$$\sin\alpha = \frac{l/2}{\sqrt{a^2 + (l/2)^2}}, \tag{2}$$

где l — длина нити, a — расстояние рассматриваемой точки от нити. Подставляя (2) в (1), получим

$$E = \frac{\tau l}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon a \sqrt{a^2 + (l/2)^2}}. \tag{3}$$

а) Если $a \ll l$, то $\sqrt{a^2 + (l/2)^2} \approx l/2$. В этом случае формула (3) дает $E = \tau/2\pi\varepsilon_0 \varepsilon a$ — напряженность поля бесконечно длинной нити.

б) Если $a \gg l$, то $\sqrt{a^2 + (l/2)^2} \approx a$. Так как $\tau l = q$, то формула (3) дает $E = q/4\pi\varepsilon_0 \varepsilon a^2$ — напряженность поля точечного заряда.

9.30. $\frac{a}{l} = \frac{\sqrt{1 - (1-\delta)^2}}{2(1-\delta)} \approx \frac{1}{1-\delta}\sqrt{\frac{\delta}{2}}$. При $\delta = 0{,}05$ и $l = 0{,}25$ м предельное расстояние $a = 4{,}18$ см.

9.31. $l = 0{,}49$ м; $E = 135$ кВ/м; $\tau = 0{,}41$ мкКл/м.

9.32. Данная задача аналогична задаче 2.159.

Возьмем элемент кольца dl (см. рис. 81). Этот элемент имеет заряд dq. Напряженность электрического поля в точке A, созданная этим элементом, $dE = dq/4\pi\varepsilon_0 \varepsilon x^2$. Она направлена по линии x, соединяющей элемент кольца dl с точкой A. Для нахождения напряженности поля всего кольца надо векторно сложить $d\boldsymbol{E}$ от всех элементов. Вектор $d\boldsymbol{E}$ можно разложить на составляющие dE_τ и dE_n. Составляющие dE_n каждых двух диаметрально противоположных элементов взаимно уничтожатся, и тогда

$$E = \int dE_\tau.$$

Составляющая

$$dE_\tau = dE\cos\alpha = dE\frac{L}{x} = \frac{L\,dq}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon x^2},$$

что дает

$$E = \frac{L}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon x^3}\int dq = \frac{Lq}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon x^3}.$$

Но $x=\sqrt{R^2+L^2}$ и окончательно

$$E=\frac{Lq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\,(R^2+L^2)^{3/2}} \qquad (1)$$

— напряженность электрического поля на оси кольца.

Если $L\gg R$, то $E=q/4\pi\varepsilon_0\varepsilon L^2$, т. е. на больших расстояниях заряженное кольцо можно рассматривать как точечный заряд. Подставляя в (1) числовые данные, получим напряженности E, равные 0, 1,60, 1,71, 1,60 и 1,15 кВ/м.

Выразим величины x и L через угол α. Имеем $R=x\sin\alpha$, $L=x\cos\alpha$; теперь формула (1) примет вид

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}\cos\alpha\sin^2\alpha.$$

Для нахождения максимального значения напряженности E возьмем производную $dE/d\alpha$ и приравняем ее нулю:

$$\frac{dE}{d\alpha}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}(\cos^2\alpha\,2\sin\alpha-\sin^3\alpha)=0, \quad \text{или} \quad \operatorname{tg}^2\alpha=2.$$

Тогда напряженность электрического поля имеет максимальное значение в точке A, расположенной на расстоянии $L=R/\operatorname{tg}\alpha=R/\sqrt{2}=7{,}1$ см от центра кольца.

9.33. В 1,3 раза (ср. с задачей 2.161).

9.34. а) Если $a\ll R$, то R/a велико и $1-\dfrac{1}{\sqrt{1+(R/a)^2}}\approx 1$. В этом случае $E=\sigma/2\varepsilon_0\varepsilon$, т. е. для точек, находящихся на близком расстоянии от диска, диск можно уподобить бесконечно протяженной плоскости.

б) Если $a\gg R$, то R/a мало и $\sqrt{1+(R/a)^2}\approx 1-R^2/2a^2$. В этом случае $E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\dfrac{R^2}{2a^2}$. Так как $\sigma=q/\pi R^2$, то $E=q/4\pi\varepsilon_0\varepsilon a^2$, т. е. для точек, находящихся на большом расстоянии от диска, диск можно уподобить точечному заряду.

9.35. $a/R=\delta/\sqrt{1-\delta^2}\approx\delta$. При $\delta=0{,}05$ и $R=0{,}25$ м предельное расстояние $a=1{,}2$ см.

9.36. $R=2{,}5$ м; $E=113$ кВ/м; в 1,1 раза.

9.37. $R=0{,}2$ м; $\delta=10\%$.

9.38. $mv^2/2=qq_0/4\pi\varepsilon_0\varepsilon r$. Подставляя числовые данные, найдем $r=6$ см.

9.39. $r=5{,}1\cdot10^{-10}$ м.

9.40. $r=6{,}1\cdot10^{-14}$ м.

9.41. $r\approx 6\cdot10^{-15}$ м; $v=1{,}6\cdot10^7$ м/с.

9.42. $A=1{,}2$ мкДж.

9.44. а) $\varphi=11{,}3$ В; а) $\varphi=30$ В.

9.45. $A=113$ мкДж.

9.46. $v_1 = 16{,}7$ см/с.

9.47. Ответ удобно представить в виде таблицы:

U, В	1	5	10	100	1000
v, м/с	$5{,}93 \cdot 10^5$	$1{,}33 \cdot 10^6$	$1{,}87 \cdot 10^6$	$5{,}93 \cdot 10^6$	$1{,}87 \cdot 10^7$

9.48. $W_к = 8{,}5 \cdot 10^{-13}$ Дж; $U = 2{,}56$ МВ.

9.49. Имеем $dA = q\,dU$, но $dU = -E\,dr = \tau\,dr/2\pi\varepsilon_0\varepsilon r$ и

$$A = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{q\tau\,dr}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r} = \frac{q\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \ln\frac{r_1}{r_2}, \quad \text{откуда} \quad \tau = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon A}{q \ln(r_1/r_2)}. \qquad (1)$$

Подставляя числовые данные, получим $\tau = 0{,}6$ мкКл/м.

9.50. $\tau = 3{,}7$ мкКл/м.

9.51. $v = 2{,}97 \cdot 10^7$ м/с.

9.52. $\sigma = 2A\varepsilon_0\varepsilon/q\,\Delta r = 6{,}6$ мкКл/м^2.

9.53. $d = 4{,}8$ мм.

9.54. $m = 5{,}1 \cdot 10^{-16}$ кг.

9.55. В отсутствие электрического поля

$$mg = 6\pi\eta r v_1. \qquad (1)$$

При наличии поля

$$mg - Eq = 6\pi\eta r v_2. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) находим $mg - Eq = \frac{v_2}{v_1}\,mg$, или

$$q = \frac{mg}{E}\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) = \frac{mgd}{U}\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) = 4{,}1 \cdot 10^{-18} \text{ Кл}.$$

9.56. В отсутствие электрического поля

$$mg = 6\pi\eta r v_1. \qquad (1)$$

При наличии поля на пылинку действует горизонтальная сила $F = qE$. Под действием этой силы пылинка получит ускорение, но вследствие сопротивления воздуха в горизонтальном направлении также установится движение с некоторой постоянной скоростью v_2, причем

$$qE = 6\pi\eta r v_2. \qquad (2)$$

Равнодействующая скоростей v_1 и v_2 направлена под углом α, причем $\operatorname{tg}\alpha = v_2/v_1 = qE/mg$. Очевидно, $v_2/v_1 = 0{,}5d/l$, откуда $l = 0{,}5v_1 d/v_2 = 0{,}5mgd/qE = 2$ см. Далее, $v_2 = v_1 d/2l = 1$ см/с. Искомое время находится по одной из формул: $t = d/2v_2$, либо $t = l/v_1$. Подставляя в любую из этих формул числовые данные, получим $t = 1$ с.

9.57. $l=2$ см; $t=64$ мс.

9.58. $r=10^{-6}$ м; $q=7{,}3\cdot10^{-18}$ Кл.

9.59. $q=1{,}73$ нКл.

9.60. $U=22$ кВ.

9.61. $l=22$ мкм.

9.62. $l=0{,}5$ см.

9.63. $U=2{,}8$ В; $E=530$ В/м; $\sigma=4{,}7$ нКл/м^2.

9.64. $v=\sqrt{2eU\,\Delta r/md}=2{,}53\cdot10^6$ м/с.

9.65. $E=5{,}7$ В/м; $v=10^6$ м/с; $A=4{,}5\cdot10^{-19}$ Дж; $U=2{,}8$ В.

9.66. $F=9{,}6\cdot10^{-14}$ Н; $a=1{,}05\cdot10^{17}$ м/с^2; $v=3{,}24\cdot10^7$ м/с; $\sigma=5{,}3$ мКл/м^2.

9.67. Электрон в плоском конденсаторе будет двигаться по параболе подобно горизонтально брошенному телу в поле силы тяжести. Действительно, на электрон в конденсаторе действует постоянная сила $F=eE$, под действием которой он получит ускорение $a=eE/m$ и, пролетая длину l конденсатора за время $t=l/v$, отклонится на расстояние

$$y=at^2/2=eEl^2/2mv^2. \qquad (1)$$

Чтобы электрон не вылетел из конденсатора, надо, чтобы $y\geqslant d/2$; отсюда $v_0\leqslant l\sqrt{eE/md}$. Подставляя числовые данные, получим для электрона $v_0=3{,}64\cdot10^7$ м/с и для α-частицы $v_0=6\cdot10^5$ м/с.

9.68. $t=480$ нс; $s=22$ см.

9.69. $a_\tau=15{,}7\cdot10^{14}$ м/с^2; $a_n=8\cdot10^{14}$ м/с^2; $a=17{,}6\cdot10^{14}$ м/с^2.

9.70. В 2 раза.

9.71. Отклонение протона и α-частицы будет одно и то же.

9.72. $v=1{,}33\cdot10^7$ м/с; $\alpha=41°20'$.

9.73. $U=\dfrac{2U_0yd}{l(x+l/2)}=28$ В.

9.74. $y=1$ см.

9.75. В 2,24 раза.

9.76. $E_1=\varepsilon_2U/(d_1\varepsilon_2+d_2\varepsilon_1)=60$ кВ/м; $E_2=\varepsilon_1E_1/\varepsilon_2=10$ кВ/м.

9.77. $C=710$ мкФ; $\Delta\varphi=1400$ В.

9.78. $m=2{,}5\cdot10^{-20}$ кг.

9.79. Заряд n капель $q_n=nq$. Этот заряд будет находиться на большой капле. Радиус большой капли найдется из условия $n\cdot4\pi r^3\rho/3=4\pi R^3\rho/3$, откуда $R=r\sqrt[3]{n}$. Тогда потенциал этой капли

$$\varphi=q_n/C=nq/4\pi\varepsilon_0\varepsilon R=nq/4\pi\varepsilon_0\varepsilon r\sqrt[3]{n}=3{,}6\text{ кВ}.$$

9.80. $\varphi=19{,}5$ кВ.

9.81. $r=2{,}1$ см.

9.82. $\varphi=E_0R$ — линейная зависимость; $\varphi=1{,}5$ МВ.

9.83. $W_{эл}=2{,}66\cdot10^{-6}$ Дж.

9.84. $C=5{,}9$ нФ.

9.85. $\sigma = 1{,}77$ мкКл/м^2.

9.86. $D = 3$ см.

9.87. В данном случае $q_1 = q_2$, где q_1 и q_2 — заряды на пластинах конденсатора до и после заполнения эбонитом. Таким образом, $q = \text{const}$. Следовательно, и поверхностная плотность заряда на пластинах $\sigma = q/S = \text{const}$. Так как $E = \sigma/\varepsilon_0\varepsilon = U/d$, то до и после заполнения имеем

$$\sigma d = U_1\varepsilon_0\varepsilon_1, \quad \sigma d = U_2\varepsilon_0\varepsilon_2.$$

Учитывая, что $\sigma = \text{const}$ и $d = \text{const}$, получим $U_1\varepsilon_1 = U_2\varepsilon_2$, откуда $U_2 = U_1\varepsilon_1/\varepsilon_2 = 115$ В.

До и после заполнения эбонитом имеем

$$C_1 = \varepsilon_0\varepsilon_1 S/d = 17{,}7 \text{ пФ}, \quad C_2 = \varepsilon_0\varepsilon_2 S/d = 46 \text{ пФ},$$
$$\sigma_1 = \sigma_2 = q/S = CU/S = 531 \text{ нКл/м}^2.$$

9.88. В данном случае $U_1 = U_2 = 300$ В; $C_1 = 17{,}7$ пФ, $C_2 = 46$ пФ; $\sigma_1 = 531$ нКл/м^2, $\sigma_2 = 1{,}38$ мкКл/м^2.

9.89. Если E_1 и E_2 — напряженности электрического поля, U_1 и U_2 — падения потенциала в каждом слое, то

$$\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2, \tag{1}$$
$$U_1 + U_2 = U. \tag{2}$$

Уравнение (2) можно записать так:

$$E_1 d_1 + E_2 d_2 = U. \tag{3}$$

Из (1) и (3) имеем

$$E_1 = U\varepsilon_2/(\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1) = 15 \text{ кВ/м}, \quad E_2 = \varepsilon_1 E_1/\varepsilon_2 = 45 \text{ кВ/м}.$$

Падение потенциалов в каждом слое:

$$U_1 = 75 \text{ В}, \quad U_2 = 225 \text{ В}.$$

Емкость C находится по формуле

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}, \quad \text{где} \quad C_1 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 S}{d_1}, \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_2 S}{d_2}. \tag{4}$$

Решая совместно (4), получим

$$C = \varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 S/(d_1\varepsilon_2 + \varepsilon_1 d_2) = 26{,}6 \text{ пФ}.$$

Заряд на одной из пластин $q = \sigma S = C_1 U_1 = C_2 U_2 = CU$; отсюда $\sigma = CU/S = 0{,}8$ мкКл/м^2.

9.90. $U = 1{,}8$ кВ.

9.91. $C_l = 214$ пФ/м.

9.92. Имеем $E = \tau/2\pi\varepsilon_0\varepsilon x$, где заряд τ, приходящийся на единицу длины кабеля, находится из соотношения

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon L}{\ln(R/r)} = \frac{q}{U} = \frac{\tau L}{U}, \quad \text{откуда} \quad \tau = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon U}{\ln(R/r)}.$$

С учетом этого получим, что напряженность поля $E=\dfrac{U}{x\ln(R/r)}=$ $=136$ кВ/м.

9.93. Работа сил электрического поля переходит в кинетическую энергию электрона: $A=mv^2/2$. Имеем $dA=q\,dU=-qE\,dx$. Так как $E=\dfrac{U}{x\ln(R/r)}$, то

$$A=-\int_{l_1}^{l_2}\frac{qU\,dx}{x\ln(R/r)}=\frac{qU\ln(l_1/l_2)}{\ln(R/r)}=\frac{mv^2}{2},$$

откуда

$$v=\sqrt{\frac{2qU\ln(l_1/l_2)}{m\ln(R/r)}}=1{,}46\cdot10^7\ \text{м/с}.$$

9.94. Внутри цилиндрического конденсатора напряженность поля $E=\dfrac{U}{x\ln(R/r)}$. Падение потенциала в первом слое

$$U_1=-\int_{r+d_1}^{r}E\,dx=-\int_{r+d_1}^{r}\frac{U_0}{x\ln(R/r)}\,dx=\frac{U_0\ln[(r+d_1)/r]}{\ln(R/r)};$$

падение потенциала во втором слое

$$U_2=\frac{U_0\ln[R/(r+d_1)]}{\ln(R/r)}.$$

Отсюда

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{\ln[(r+d_1)/r]}{\ln[R/(r+d_1)]}=1{,}35.$$

9.95. $C=0{,}96$ пФ.

9.96. а) $\varphi=300$ В; б) $\varphi=75$ В.

9.97. $C=1{,}17$ нФ, $R_0=2{,}1$ м.

9.98. $E=UrR/(R-r)\,x^2=44{,}5$ кВ/м. Указание. Данная задача аналогична задаче 9.92, но поле цилиндрического конденсатора заменено полем сферического.

9.99. $v=\sqrt{\dfrac{2qUrR\,(x_1-x_2)}{m\,(R-r)\,x_1x_2}}=1{,}54\cdot10^7$ м/с. Указание. Данная задача аналогична задаче 9.93, но поле цилиндрического конденсатора заменено полем сферического.

9.100. $C=0{,}33$ мкФ.

9.101. $C_1/C_2=3$.

9.102. $q_1=q_2=8$ мкКл; $U_1=4$ В; $U_2=2$ В.

9.103. Емкость C системы конденсаторов изменяется от 10 до 170 нФ при параллельном соединении и от 2,23 до 3,27 нФ при последовательном.

9.104. Емкость C системы конденсаторов изменяется от 20 до 900 пФ при параллельном соединении и от 5 до 225 пФ при последовательном.

9.105. $W=0{,}1$ Дж.

9.106. $W=0{,}05$ Дж.

9.107. $R=7$ мм; $q=7{,}0$ нКл; $C=1{,}55$ пФ; $W=15{,}8$ мкДж.,

9.108. а) $W_1=50$ мкДж; б) $W_1'=W_2'=12{,}5$ мкДж, $A=25$ мкДж; в) $W_1'=W_3'=3{,}125$ мкДж, $A=6{,}25$ мкДж.

9.109. а) $\varphi_1=3$ кВ; б) $q_2=20$ нКл; в) $W_1=15$ мкДж, $W_2=90$ мкДж; г) $q_1'=18$ нКл, $\varphi_1'=5{,}4$ кВ; д) $q_2'=12$ нКл, $\varphi_2'=5{,}4$ кВ; е) $W=81$ мкДж; ж) $A=24$ мкДж.

9.110. $q_1=2{,}7$ мкКл.

9.111. $q=17{,}7$ мкКл; $E=333$ кВ/м; $W_0=2{,}94$ Дж/м^3.

9.112. $p=26{,}5$ Па.

9.113. $U=15$ кВ.

9.114. а) $E=56$ кВ/м; б) $d=5$ мм; в) $v=10^7$ м/с; г) $W=695$ нДж; д) $C=1{,}77$ пФ; е) $F=139$ мкН.

9.115. $U=21{,}7$ кВ.

9.116. $E=60$ кВ/м; $W_1=20$ мкДж, $W_2=8$ мкДж.

9.117. $E_1=E_2=150$ кВ/м; $W_1=20$ мкДж, $W_2=50$ мкДж.

9.118. а) $W_1=443$ нДж, $W_2=17{,}8$ нДж; б) $W_1=443$ нДж, $W_2=11{,}1$ мкДж.

9.119. $\varepsilon=4{,}5$.

9.120. а) Емкость уменьшилась на $\Delta C=1{,}1$ пФ; поток напряженности уменьшился на $\Delta N_E=750$ В·м; объемная плотность энергии уменьшилась на $\Delta W_0=48$ мДж/м^3. б) Емкость, как и в случае а), уменьшилась на $\Delta C=1{,}1$ пФ; поток напряженности не изменился ($\Delta N_E=0$); объемная плотность энергии также не изменилась ($\Delta W_0=0$).

9.121. а) $W_0=\sigma^2R^4/2\varepsilon_0\varepsilon\,(R+x)^4=97$ мДж/м^3; б) $W_0=\sigma^2/8\varepsilon_0\varepsilon=1{,}97$ Дж/м^3; в) $W_0=\tau^2/8\pi^2\varepsilon_0\varepsilon x^2=50$ мДж/м^3.

9.122. Введем обозначения: σ_0 — поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора в отсутствие диэлектрика, $\sigma_д$ — поверхностная плотность заряда на пластинах в присутствии диэлектрика, $\sigma_{св}$ — поверхностная плотность связанных (поляризационных) зарядов на диэлектрике. Совместное действие зарядов $\sigma_д$ и $\sigma_{св}$ таково, как будто бы на границе раздела проводника и диэлектрика имеется заряд, распределенный с плотностью

$$\sigma=\sigma_д-\sigma_{св}. \qquad (1)$$

Таким образом, σ — поверхностная плотность «эффективных» зарядов, т. е. зарядов, определяющих суммарное, результирующее поле в диэлектрике. Очевидно, величины σ_0, $\sigma_д$ и σ связаны с соответствующими напряженностями поля следующими соотношениями:

в отсутствие диэлектрика

$$E_1 = \sigma_0/\varepsilon_0 = U_1/d; \qquad (2)$$

в присутствии диэлектрика

$$E_2 = \sigma_д/\varepsilon_0\varepsilon = \sigma/\varepsilon_0 = U_2/d. \qquad (3)$$

Из (1) имеем $\sigma_{св} = \sigma_д - \sigma$, или на основании (3)

$$\sigma_{св} = \varepsilon_0\varepsilon E_2 - \varepsilon_0 E_2 = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E_2 = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)U_2/d.$$

а) До отключения конденсатора от источника напряжения

$$U_1 = U_2 = U \text{ и } \sigma_{св} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)U/d = 17{,}7 \text{ мкКл/м}^2.$$

Изменение поверхностной плотности заряда при заполнении конденсатора диэлектриком $\sigma_д - \sigma_0 = \varepsilon_0\varepsilon E_2 - \varepsilon_0 E_1$. Так как в данном случае $E_2 = E_1 = U/d$, то

$$\sigma_д - \sigma_0 = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)U/d = \sigma_{св} = 17{,}7 \text{ мкКл/м}^2.$$

Таким образом, благодаря источнику напряжения на пластинах конденсатора появятся добавочные заряды, компенсирующие уменьшение заряда, вызванное поляризацией диэлектрика.

б) После отключения конденсатора от источника напряжения $q = \text{const}$ и $U_2 = \varepsilon_1 U_1/\varepsilon_2$ (см. решение 9.87) и

$$\sigma_{св} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)U_2/d = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\varepsilon_1 U_1/\varepsilon_2 d = 2{,}53 \text{ мкКл/м}^2.$$

Так как $q = \text{const}$, то $\sigma_{св} = \sigma_0$, т. е. поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора не изменяется.

9.123. Поляризованность P, численно равная поверхностной плотности связанных зарядов $\sigma_{св}$ на диэлектрике, пропорциональна напряженности поля в диэлектрике, т. е. $P = \sigma_{св} = \varkappa' E$. В системе СИ диэлектрическая восприимчивость $\varkappa'$ имеет размерность фарад на метр. Можно показать, что $\varkappa' = 4\pi\varepsilon_0\varkappa$, где $\varkappa$ — безразмерная величина (табличное значение диэлектрической восприимчивости). Тогда поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрике

$$\sigma_{св} = 4\pi\varepsilon_0\varkappa E = 4\pi\varepsilon_0\varkappa U/d = 7{,}1 \text{ мкКл/м}^2.$$

Найдем диэлектрическую проницаемость диэлектрика. Так как $\sigma_{св} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E$ (см. решение 9.122), то $\sigma_{св} = 4\pi\varepsilon_0\varkappa E = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E$, откуда $\varepsilon - 1 = 4\pi\varkappa$, или $\varepsilon = 1 + 4\pi\varkappa = 1 + 4\pi \cdot 0{,}08 = 2$. Тогда $E = U/d = \sigma_д/\varepsilon_0\varepsilon$. Отсюда поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора

$$\sigma_д = U\varepsilon_0\varepsilon/d = 14 \text{ мкКл/м}^2.$$

9.124. а) $E = 300$ кВ/м; б) $\sigma_д = 15{,}9$ мкКл/м^2; в) $\sigma_{св} = 13{,}3$ мкКл/м^2; г) $\varkappa' = \sigma_{св}/E = 44{,}4$ пФ/м, $\varkappa = \varkappa'/4\pi\varepsilon_0 = 0{,}4$.

9.125. $U=1{,}75$ кВ.

9.126. $\sigma_{св}=1$ мкКл/м^2.

9.127. а) $E=752$ кВ/м, $D=\varepsilon_0\varepsilon E=13{,}3$ мкКл/м^2; б) $\sigma_{св}=6{,}7$ мкКл/м^2; в) $\sigma_д=13{,}3$ мкКл/м^2; г) $W_0=5$ Дж/м^3; д) $\varkappa'=8{,}9$ пФ/м, $\varkappa=0{,}08$.

9.128. $\sigma_{св}=5{,}3$ мкКл/м^2; $\varkappa'=17{,}7$ пФ/м, $\varkappa=0{,}159$.

9.129. а) $A=19{,}7$ мкДж; б) $A=98$ мкДж.

§ 10. Электрический ток

10.1. $q=\int\limits_{t_1}^{t_2} I\,dt=\int\limits_{t_1}^{t_2}(4+2t)\,dt=48$ Кл; $I_0=12$ А.

10.2. а) $R=70$ Ом; б) $R_1=87{,}5$ Ом; $R_2=116{,}7$ Ом; $R_3=175$ Ом; $R_4=350$ Ом.

10.3. $N=200$.

10.4. $l=500$ м; $d=1$ мм.

10.5. $R=1{,}8$ мОм.

10.6. В 2,22 раза.

10.7. Имеем $R_1=R_0(1+\alpha t_1)$, где R_0 — сопротивление нити при $t_0=0$ °С; отсюда $R_0=R_1/(1+\alpha t_1)=32{,}8$ Ом. Далее, $R_2=U/I=364$ Ом, и так как $R_2=R_0(1+\alpha t_2)$, то $t_2=(R_2-R_0)/R_0\alpha=2200$ °С.

10.8. $I=17{,}5$ мА.

10.9. $t_2=70$ °С.

10.10. $U=5{,}4$ В.

10.11. $U_1=12$ В, $U_2=U_3=4$ В; $I_2=2$ А, $I_3=1$ А.

10.12. $I=0{,}11$ А, $U=0{,}99$ В, $U_r=0{,}11$ В, $\eta=0{,}9$.

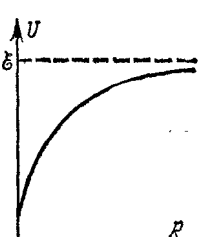


Рис. 96.

10.13. $U=\dfrac{\mathscr{E}}{R+r}R=\dfrac{1{,}1}{1+R}R$. Кривая на рис. 96 дает характер зависимости падения потенциала U во внешней цепи от внешнего сопротивления R. Кривая асимптотически приближается к прямой $U=\mathscr{E}=1{,}1$ В.

10.14. $U_r=0{,}125$ В; $R=7{,}5$ Ом.

10.15. $\eta=25\%$.

10.16. $U_r=2{,}7$ В; $r=0{,}9$ Ом.

10.17. $x=U/\mathscr{E}=n/(1+n)$; а) $x=9{,}1\%$; б) $x=50\%$; в) $x=91\%$.

10.18. $\eta=80\%$.

10.19. При последовательном соединении элементов $I_1=2\mathscr{E}/(2r+R)$, при параллельном соединении $I_2=\mathscr{E}/(0{,}5r+R)$.

а) $I_1=5$ А, $I_2=5{,}7$ А; б) $I_1=0{,}24$ А, $I_2=0{,}124$ А. Таким образом, при малом внешнем сопротивлении R элементы выгоднее

соединять параллельно, а при большом внешнем сопротивлении — последовательно.

10.20. а) $\Delta R/R = 1\%$; б) $\Delta R/R = 10\%$; в) $\Delta R/R = 100\%$.

10.21. а) $\Delta R/R = 20\%$; б) $\Delta R/R = 2\%$; в) $\Delta R/R = 0{,}2\%$.

10.22. $I_1 = 0{,}6$ А; $I_2 = 0{,}4$ А; $I = I_1 + I_2 = 1$ А.

10.23. Ток в цепи $I = 2\mathscr{E}/(R + r_1 + r_2) = 1{,}33$ А. Разность потенциалов на зажимах первого элемента $U_1 = \mathscr{E} - Ir_1 = 0{,}66$ В; разность потенциалов на зажимах второго элемента $U_2 = \mathscr{E} - Ir_2 = 0$. Учащимся предлагается исследовать в общем виде, при каком соотношении между R, r_1 и r_2 разность потенциалов на зажимах одного из элементов будет равна нулю.

10.24. $R_1 = 1{,}5$ Ом; $R_2 = 2{,}5$ Ом; $U_1 = 7{,}5$ В, $U_2 = 12{,}5$ В.

10.25. $\mathscr{E} = 2$ В; $r = 0{,}5$ Ом.

10.26. $I = 0{,}2$ А.

10.27. $R_1 = 60$ Ом.

10.28. $I_2 = 0{,}4$ А; $U_2 = 32$ В.

10.29. $R_2 = 60$ Ом.

10.30. $I = 2$ А, $U_2 = 2$ В.

10.31. $U = 80$ В.

10.32. $\mathscr{E} = 170$ В.

10.33. а) $I = 0{,}22$ А, $U = 110$ В; б) $I = 0{,}142$ А, $U = 53{,}2$ В; в) $I = 0{,}57$ А, $U = 110$ В; г) $I = 0{,}089$ А, $U = 35{,}6$ В.

10.34. $I = 40$ А.

10.35. Параллельно амперметру надо включить сопротивление $R = 0{,}02$ Ом; цена деления амперметра изменится и вместо 0,1 А/дел станет равной 1 А/дел.

10.36. Последовательно с вольтметром надо включить сопротивление $R = 3$ кОм; цена деления вольтметра изменится и вместо 0,2 В/дел станет равной 0,5 В/дел.

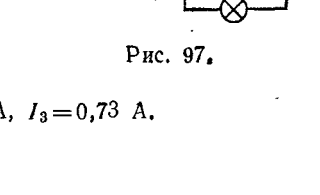


Рис. 97.

10.37. а) Параллельно прибору надо включить сопротивление $R = 0{,}555$ Ом; б) последовательно с прибором надо включить сопротивление $R = 9{,}95$ кОм.

10.38. $R = 300$ Ом; $l = 21{,}2$ м.

10.39. См. рис. 97; $I_1 = I_2 = 0{,}365$ А, $I_3 = 0{,}73$ А.

10.40. $\Delta U = 6{,}8$ В.

10.41. $\Delta P = 212$ Вт.

10.42. $S = 78$ мм^2.

10.43. а) $Q_1/Q_2 = 0{,}17$; б) $U_1/U_2 = 0{,}17$.

10.44. а) $Q_1/Q_2 = 5{,}9$; б) $U_1/U_2 = 1$.

10.45. $Q_\tau = 18$ Дж/с.

10.46. $P_0 = 2{,}4$ кВт; $P = 2{,}3$ кВт; $\eta = 96$ %.

10.47. $r = 1$ Ом; $\eta_1 = 83{,}3\%$; $\eta_2 = 16{,}7\%$.

10.48. По точкам на кривой (рис. 34) составляем таблицу:

I, А	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P, Вт	0	1,8	3,2	4,2	4,8	5	4,8	4,2	3,2	1,8	0

Мощность, выделяемая во внешней цепи (полезная мощность), достигает максимума при внешнем сопротивлении R, равном внутреннему сопротивлению r элемента. При этом падение потенциала во внешней цепи $U=\mathscr{E}/2$. Тогда к.п.д. элемента $\eta=0{,}5$. В нашем случае $P_{max}=IU=5$ Вт. Следовательно, $U=P_{max}/I=1$ В; отсюда э. д. с. элемента $\mathscr{E}=2U=2$ В. Так как при этом $I=\mathscr{E}/2r$, то внутреннее сопротивление элемента $r=\mathscr{E}/2I=0{,}2$ Ом. Падение потенциала во внешней цепи $U=P/I$; к. п. д. элемента $\eta=U/\mathscr{E}=P/\mathscr{E}I$.

10.49. По точкам на кривой (рис. 34) находим (см. решение 10.48) $\mathscr{E}=2$ В и $r=0{,}2$ Ом. Зная $\mathscr{E}$ и r, найдем η, P_0 и P.

10.50. $\mathscr{E}=4$ В; $r=1$ Ом.

10.51. О зависимости U, P и P_0 от R см. в решениях 10.48 и 10.49.

10.52. $\mathscr{E}=6$ В; $r=1$ Ом.

10.53. $P=60$ Вт.

10.54. $I=1$ А.

10.55. $P_1=16$ Вт.

10.56. $\mathscr{E}=100$ В.

10.57. Разность потенциалов U на концах лампочки меняется от 30 до 54,5 В. Мощность P, потребляемая лампочкой, меняется при этом от 30 до 9,9 Вт.

10.58. а) $Q_{\tau 1}=6{,}37$ Дж/с, $Q_{\tau 2}=3{,}82$ Дж/с; б) $Q_{\tau 1}=16{,}2$ Дж/с; $Q_{\tau 2}=27{,}2$ Дж/с.

10.59. Бо́льшую (в 1,5 раза) мощность потребляет лампочка с меньшим сопротивлением.

10.60. $\Delta t=36$ °С.

10.61. $V=2{,}9$ л.

10.62. $P=1{,}2$ кВт; $R=12$ Ом.

10.63. $Q=250$ кДж.

10.64. а) $\tau=25$ мин; б) $\tau=50$ мин; в) $\tau=12{,}5$ мин.

10.65. а) $\tau=45$ мин; б) $\tau=10$ мин.

10.66. $\tau=22$ мин.

10.67. $R_1=5{,}4$ Ом; $c=2{,}1$ кДж/(кг·К); $R_2=49{,}6$ Ом.

10.68. $\eta=80\%$.

10.69. а) $R=14{,}4$ Ом; б) $l=11{,}3$ м; в) $P=1$ кВт.

10.70. $\Delta t=3$ °С.

10.71. Стоимость электроэнергии в месяц равна 1 р. 33 к.

10.72. $\tau = 49$ мин.

10.73. $R = 33$ Ом.

10.74. Количества теплоты, выделившиеся в медиом проводе и в свинцовом предохранителе:

$$Q_1 = m_1 c_1 \Delta t_1 = \delta_1 l_1 S_1 c_1 \Delta t_1, \quad Q_2 = \delta_2 l_2 S_2 (c_2 \Delta t_2 + r), \qquad (1)$$

где δ_1 и δ_2 — плотности меди и свинца, l_1 и l_2 — длины провода и предохранителя, c_1 и c_2 — удельные теплоемкости меди и свинца, Δt_1 и $\Delta t_2 = t_{пл} - t_0$ — повышеиия температуры провода и предохранителя, r — удельная теплота плавления свинца. Так как оба провода включены в цепь последовательно, то

$$I_1 = I_2, \quad Q_1/Q_2 = R_1/R_2 = l_1 S_2 \rho_1 / l_2 S_1 \rho_2, \qquad (2)$$

где ρ_1 и ρ_2 — удельные сопротивлеиия меди и свинца. Из (1) и (2) имеем

$$\frac{\delta_1 l_1 S_1 c_1 \Delta t_1}{\delta_2 l_2 S_2 (c_2 \Delta t_2 + r)} = \frac{\rho_1 l_1 S_2}{\rho_2 l_2 S_1},$$

откуда разиость температур

$$\Delta t_1 = \frac{\rho_1 \delta_2 S_2^2 (c_2 \Delta t_2 + r)}{\rho_2 \delta_1 S_1^2 c_1}.$$

У иас (см. табл. XI и XV) $\rho_1 = 0{,}017$ мкОм·м, $\rho_2 = 0{,}22$ мкОм·м, $\delta_1 = 8{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3, $\delta_2 = 11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3, $c_1 = 395$ Дж/(кг·К), $c_2 = 126{,}0$ Дж/(кг·К), $t_{пл} = 327$ °С, $r = 22{,}6$ кДж/кг, $\Delta t_2 = t_{пл} - t_0 = 310$ °С. Подставляя эти данные, получим $\Delta t_1 = 1{,}8$ °С.

10.75. $Q_\tau = 1{,}55$ кДж/(с·м^3).

10.76. $I_1 = I_2 = 26{,}7$ мА; $I_3 = I_4 = 4$ мА.

10.77. Применим закон Кирхгофа для данной разветвленной цепи. Прежде всего наметим направление токов стрелками на рис. 98. Предположим, что токи будут идти в направлении поставленных нами стрелок. По первому закону Кирхгофа для узла C

$$I_3 = I_1 + I_2. \qquad (1)$$

(Для узла A мы получим тождественное уравнение.) По второму закону Кирхгофа для контуров ABC и ACD

$$I_3 R_3 + I_1 R_1 = \mathcal{E}_1, \qquad (2)$$

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = \mathcal{E}_2. \qquad (3)$$

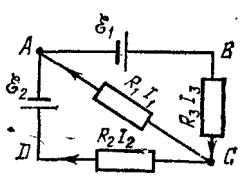


Рис. 98.

(Вместо контура ACD или контура ABC можно было бы взять контур $ABCD$.)

Имеем три уравнения для нахождения трех неизвестных: I_1, I_2 и I_3. При решении задач на применение законов Кирхгофа удобнее уравнения (1)—(3) представить в числовом виде:

$$I_3 = I_1 + I_2, \quad 10I_3 + 45I_1 = 2{,}1, \quad 45I_1 - 10I_2 = 1{,}9.$$

Решая эти уравнения, получим $I_1 = 0{,}04$ А, $I_2 = -0{,}01$ А и $I_3 = 0{,}03$ А. Отрицательный знак у тока I_2 указывает на то, что направление тока нами было взято неверно. Направление тока I_2 в действительности будет от D к C, а не наоборот, как это было принято перед составлением уравнений.

10.78. $U = 1{,}28$ В.

10.79. $R = 0{,}66$ Ом; $I_2 = 0{,}5$ А; $I = 1{,}5$ А.

10.80. $R = 0{,}75$ Ом; $I_2 = 2$ А; $I = 4$ А.

10.81. $I = 0{,}4$ А.

10.82. $I = 2$ А.

10.83. $R_1 = 20$ Ом.

10.84. $I = 0{,}45$ мА.

10.85. $I = 1$ мА.

10.86. $I_1 = 385$ мА; $I_2 = 77$ мА; $I_3 = 308$ мА.

10.87. $I_1 = 0{,}3$ А; $I_2 = 0{,}5$ А; $I_3 = 0{,}8$ А; $R_3 = 7{,}5$ Ом.

10.88. $\mathscr{E}_2 = 30$ В; $\mathscr{E}_3 = 45$ В.

10.89. $I = 9$ А.

10.90. $\mathscr{E}_1 = 24$ В; $\mathscr{E}_2 = 12$ В; $I_2 = 1{,}2$ А; $I_3 = 0{,}3$ А.

10.91. $I_1 = 2{,}28$ А; $I_2 = 0{,}56$ А; $I = 1{,}72$ А.

10.92. В 3 раза.

10.93. $U = 100$ В.

10.94. $\mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_2 = 200$ В.

10.95. $I = 75$ мА.

10.96. *а)* $U_1 = 120$ В; $U_2 = 80$ В; *б)* $U_1 = U_2 = 100$ В.

10.97. $\tau = 2$ ч.

10.98. $\tau = 10$ мин.; $d = 4{,}6$ мкм.

10.99. $j = 56$ А/м^2.

10.100. $K = 1{,}04 \cdot 10^{-8}$ кг/Кл.

10.101. Амперметр показывает меньше на 0,04 А.

10.102. $m_2 = 53$ мг.

10.103. $\tau = 149$ ч; $W = 53{,}7$ ГДж.

10.104. $W = 1{,}8$ кДж.

10.105. Энергия, необходимая для выделения массы m вещества при электролизе,

$$W = IUt = mUZF/A, \qquad (1)$$

где F — постоянная Фарадея, A — молярная масса, Z — валентность и U — приложенная разность потенциалов. Чтобы разложить $\nu = 2$ моль воды, т. е. чтобы выделить $m = 4$ г водорода, требуется

$5{,}75 \cdot 10^5$ Дж энергии. Таким образом, у нас $m = 4$ г, $W = 5{,}75 \cdot 10^5$ Дж. Подставляя числовые данные в (1), получим $U = 1{,}5$ В.

10.106. В слабых растворах $\alpha \approx 1$, т. е. все молекулы диссоциированы. Следовательно, эквивалентная проводимость $\Lambda_\infty = F(u_+ + u_-)$. Подставляя числовые данные: $F = 96{,}5 \cdot 10^3$ Кл/моль, $u_+ = 3{,}26 \cdot 10^{-7}$ м^2/(В·с) и $u_- = 0{,}64 \cdot 10^{-7}$ м^2/(В·с), получим $\Lambda_\infty = 37{,}6 \cdot 10^{-3}$ м^2/(Ом·моль).

10.107. $q_+ = 100$ Кл; $q_- = 20$ Кл.

10.108. а) $\alpha = 94\%$; б) $\eta = 0{,}1$ моль/л; в) $u_+ + u_- = 1{,}35 \cdot 10^{-7}$ м^2/(В·с).

10.109. $R = 180$ кОм.

10.110. $R = 520$ кОм.

10.111. $\Lambda = 3{,}9 \cdot 10^{-3}$ м^2/(Ом·моль).

10.112. $\alpha = 92\%$.

10.113. $n = 5{,}5 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$.

10.114. $\gamma = 10^{-12}$ м^3/с.

10.115. $j = 0{,}24$ мкА/м^2; $I_+/I = 0{,}01\%$.

10.116. $I_н = 0{,}1$ мкА.

10.117. Наибольшее возможное число ионов каждого знака в единице объема камеры получится при условии, что убывание ионов происходит только за счет их рекомбинации. В этом случая $N = \gamma n^2$ и $n = \sqrt{N/\gamma} = 3{,}2 \cdot 10^{13}$ м$^{-3}$.

10.118. $R = 3{,}4 \cdot 10^{14}$ Ом.

10.119. $I = 3{,}3$ нА; $I/I_н = 3{,}3\%$.

10.120. Потенциалом ионизации атома называется разность потенциалов, которую должен пройти электрон, чтобы при соударении с атомом его ионизовать. Поэтому скорость, которую должен иметь электрон, найдется из равенства $mv^2/2 = eU$, или $v = \sqrt{2eU/m} = 2{,}2 \cdot 10^6$ м/с.

10.121. $T = 8 \cdot 10^4$ К.

10.122. $A = 39{,}2 \cdot 10^{-19}$ Дж.

10.123. $v_1 = 8{,}3 \cdot 10^5$ м/с; $v_2 = 1{,}4 \cdot 10^6$ м/с.

10.124. Удельная термоэлектронная эмиссия вольфрама при температурах T_1 и T_2:

$$j_1 = BT_1^2 \exp\left(-\frac{A}{kT_1}\right), \quad j_2 = BT_2^2 \exp\left(-\frac{A}{kT_2}\right).$$

Деля второе уравнение на первое, получим

$$\frac{j_2}{j_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \exp\left\{-\frac{A}{k}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)\right\} = 2{,}6.$$

10.125. $j_2/j_1 = 1{,}1 \cdot 10^4$.

10.126. Удельная эмиссия чистого вольфрама при температуре $T_1=2500$ К и торированного вольфрама при температуре T_2:

$$j_1=B_1T_1^2\exp\left(-\frac{A_1}{kT_1}\right)=2{,}84\cdot10^3 \text{ А/м}^2,\quad j_2=B_2T_2^2\exp\left(-\frac{A_2}{kT_2}\right).$$

По условию $j_1=j_2$, т. е.

$$B_2T_2^2\exp\left(-\frac{A_2}{kT_2}\right)=2{,}84\cdot10^3 \text{ А/м}^2. \qquad 1)$$

Уравнение (1) можно решить двумя способами.

а) *Графический способ.* По оси абсцисс откладываем величину T_2, по оси ординат — величину $y=10^3B_2T_2^2\exp(-A_2/kT_2)$ (рис. 99). Абсцисса точки пересечения этой кривой с горизонтальной прямой $y=2{,}84\cdot10^3$ и даст искомое значение температуры. Результаты вычислений удобно представить таблицей:

T_2, К	$z=A_2/kT_2$	$\exp(-z)$	y
1500	20,3	$0{,}16\cdot10^{-8}$	$0{,}11\cdot10^3$
1700	17,7	$1{,}6\cdot10^{-8}$	$1{,}38\cdot10^3$
1750	17,1	$3{,}7\cdot10^{-8}$	$2{,}54\cdot10^3$
1800	16,7	$5{,}6\cdot10^{-8}$	$4{,}25\cdot10^3$

Из рис. 99 видно, что решением уравнения (1) является значение $T_2\approx1760$ К.

б) *Способ последовательных приближений.* Так как в основном зависимость удельной эмиссии от температуры определяется экспоненциальным множителем $\exp(-A/kT)$, а не множителем T^2, то в первом приближении можем положить

$$B_2T_1^2\exp(-A_2/kT_2)=$$
$$=B_2(2500)^2\exp(-A_2/kT_2)=2{,}84\cdot10^3 \text{ А/м}^2;$$

отсюда $\exp(-A_2/kT_2)=2{,}84\cdot10^3/B_2T_1^2=1{,}86\cdot10^{-8}$ и $T_2=1690$ К — первое приближение. Во втором приближении

$$B_2(1690)^2\exp(-A_2/kT_2)=2{,}84\cdot10^3 \text{ А/м}^2;$$

отсюда $T_2=1770$ К — второе приближение. Далее,

$$B_2(1770)^2\exp(-A_2/kT_2)=2{,}84\cdot10^3 \text{ А/м}^2;$$

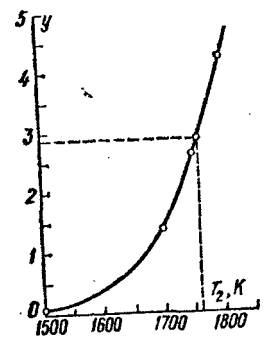


Рис. 99.

отсюда $T_2 = 1750$ К — третье приближение. Аналогично

$$B_2 (1750)^2 \exp(-A_2/kT_2) = 2{,}84 \cdot 10^3 \text{ А/м}^2;$$

отсюда $T_2 = 1760$ К — четвертое приближение. Легко убедиться, что пятое приближение с точностью до третьей значащей цифры совпадает с четвертым приближением. Таким образом, искомое решение $T_2 = 1760$ К.

§ 11. Электромагнетизм

11.1. $H = 39{,}8$ А/м.

11.2. $H = 50$ А/м.

11.3. $H_1 = 120$ А/м; $H_2 = 159$ А/м; $H_3 = 135$ А/м.

11.4. $H_1 = 199$ А/м; $H_2 = 0$; $H_3 = 183$ А/м.

11.5. Между точками I_1 и I_2 на расстоянии $a = 3{,}3$ см от точки A.

11.6. Правее точки A на расстояниях $a_1 = 1{,}8$ см и $a_2 = 6{,}96$ см от нее.

11.7. $H_1 = 8$ А/м; $H_2 = 55{,}8$ А/м.

11.8. $H_1 = 35{,}6$ А/м; $H_2 = 57{,}4$ А/м.

11.9. $H = 8$ А/м. Напряженность магнитного поля направлена перпендикулярно к плоскости, проходящей через оба провода.

11.10. Результирующее поле будет направлено вертикально вверх, если напряженность H поля тока скомпенсирует горизонтальную составляющую напряженности $H_г$ магнитного поля Земли. Так как $H = H_г = I/2\pi a$, то $a = I/2\pi H_г = 0{,}08$ м.

11.11. Напряженность магнитного поля в точке C будет равна (рис. 100)

$$H = \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} \frac{I \sin\alpha}{4\pi r^2} dl.$$

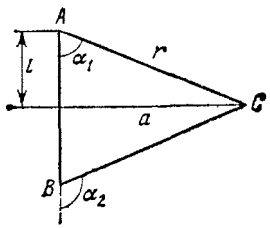


Рис. 100.

Но $l = a \operatorname{ctg}\alpha$ и $dl = -a\, d\alpha/\sin^2\alpha$. Далее, $r = a/\sin\alpha$. Следовательно,

$$H = -\frac{I}{4\pi a}\int_{\alpha_2}^{\alpha_1} \sin\alpha\, d\alpha = \frac{I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) = 31{,}8 \text{ А/м},$$

где $\alpha_2 = 180° - 60° = 120°$.

11.12. $H = 56{,}5$ А/м.

11.13. $a \leqslant 5$ см.

11.14. $l \geqslant 0{,}245$ м; $H = 358$ А/м.

11.15. $H = 77{,}3$ А/м.

11.16. $U = \pi\rho I^2/SH = 0{,}12$ В.

11.17. $H=12{,}7$ А/м.

11.18. $H=25{,}7$ А/м.

11.19. а) $H=12{,}2$ А/м; б) $H=0$.

11.20. а) $H=62{,}2$ А/м; б) $H=38{,}2$ А/м.

11.22. $H=177$ А/м.

11.23. $H=35{,}8$ А/м.

11.24. $U_2=4U_1$.

11.25. $l=0{,}2$ м.

11.26. $R=8$ см.

11.27. $H=6{,}67$ кА/м.

11.28. $H=1{,}25$ кА/м.

11.29. Из 4 слоев.

11.30. $IN=200$ А·в; $U=2{,}7$ В.

11.31. $l/D=(1-\delta)/\sqrt{1-(1-\delta)^2}\approx(1-\delta)/\sqrt{2\delta}$; при $\delta\leqslant 0{,}05$ получим $l/D\geqslant 3$.

11.32. $\delta=3\%$.

11.33. На рис. 101 изображен характер зависимости $H=f(x)$.



Рис. 101.

11.34. $H_г=16$ А/м.

11.35. $n=100$ с$^{-1}$.

11.36. $\Phi=113$ мкВб.

11.37. $\Phi=157$ мВб.

11.38. $\Phi=1{,}6\cdot10^{-4}\cos(4\pi t+\alpha)$ Вб, где α — угол между нормалью к рамке и направлением магнитного поля в начальный момент времени; $\Phi_{max}=160$ мВб.

11.39. Имеем

$$\mu=B/H\mu_0. \qquad (1)$$

По условию $H=796$ А/м $\approx 0{,}8$ кА/м. По графику $B=f(H)$, данному в приложении II, находим, что значению $H=0{,}8$ кА/м соответствует $B=1{,}4$ Тл. Подставляя значения μ_0, H, B в (1), получим $\mu=1400$.

11.40. $IN=500$ А·в.

11.41. $IN=855$ А·в.

11.42. $\mu=440$.

11.43. $IN=5000$ А·в.

11.44. $B=1{,}8$ Тл; $\mu=200$.

11.45. Магнитная индукция одинакова в сердечнике и в воздушном зазоре, т. е.

$$B_1=B_2=\frac{\Phi}{S}=\frac{IN\mu_0}{l_1/\mu_1+l_2/\mu_2}. \qquad (1)$$

Так как $B_1=\mu_0\mu_1H_1$, то из (1) имеем

$$B_2\frac{l_2}{\mu_2}+\mu_0H_1l_1=IN\mu_0. \qquad (2)$$

Это уравнение прямой линии в координатных осях H, B. Но величины H и B, кроме уравнения (2), связаны еще графиком $B=f(H)$. Ордината точки пересечения прямой (2) и кривой, соответствующей зависимости $B=f(H)$, дает значение магнитной индукции $B_1=B_2$. Для построения прямой по уравнению (2) находим

$B=IN\mu_0\mu_2/l_2=0{,}84$ Тл при $H=0$, $H=IN/l_1=2$ кА/м при $B=0$.

Искомая точка пересечения дает $B_1=B_2=0{,}78$ Тл. Тогда для воздушного зазора $H_2=B_2/\mu_0\mu_2=620$ кА/м.

11.46. В 1,9 раза (см. решение 11.45).

11.48. $p=1$ А·м^2.

11.49. $\Phi=18$ мкВб.

11.50. Имеем $H=I/2\pi x$. Возьмем элемент площади поперечного сечения кольца $dS=h\,dx$. Тогда магнитный поток сквозь этот элемент будет

$$d\Phi=B\,dS=\mu_0\mu\,\frac{I}{2\pi x}\,h\,dx.$$

Магнитный поток через все поперечное сечение кольца

$$\Phi=\frac{\mu_0\mu Ih}{2\pi}\int\limits_{l_1}^{l_2}\frac{dx}{x}=\frac{\mu_0\mu Ih}{2\pi}\ln\frac{l_2}{l_1}.$$

Находя μ и подставляя остальные данные, получим $\Phi=18$ мкВб.

11.51. $I_2=620$ А.

11.52. $I=60$ А.

11.53. $I_2=11{,}3$ А; $\mu=457$.

11.54. Имеем $B=\dfrac{IN\mu_0}{l_1/\mu_1+l_2/\mu_2}$; отсюда необходимое число ампер-витков

$$IN=\frac{B}{\mu_0}\left(\frac{l_1}{\mu_1}+\frac{l_2}{\mu_2}\right)=\frac{Bl_1}{\mu_0\mu_1}+Hl_2.$$

Из кривой $B=f(H)$ находим, что значению $B=1{,}4$ Тл соответствует значение $H=0{,}8$ кА/м. Следовательно, $IN=1{,}14\cdot10^4$ А·в. Далее,

$$I=\mathscr{E}/R=\mathscr{E}S/\rho\pi DN,\quad\text{откуда}\quad\mathscr{E}=IN\rho\pi D/S=31\text{ В}.$$

Так как диаметр проволоки $d=\sqrt{4S/\pi}=1{,}13$ мм, то на длине соленоида l_1 поместится $N_1=(40\cdot10^{-2})/(1{,}13\cdot10^{-3})=354$ витка. Так как $I=jS=3$ А, $N=3830$ витков, то необходимое число слоев будет равно $3830/354\approx11$. Диаметр проволоки $d=1{,}13$ мм, поэтому 11 слоев займут толщину $b=1{,}2$ см.

11.55. $F=4{,}9$ Н.

11.56. $A=\int\limits_{d_1}^{d_2}F\,dx=\int\limits_{d_1}^{d_2}\dfrac{\mu_0\mu I_1I_2l}{2\pi x}\,dx=\dfrac{\mu_0\mu I_1I_2l}{2\pi}\ln\dfrac{d_2}{d_1}$. Работа на

единицу длины проводников

$$A_l = \frac{A}{l} = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{d_2}{d_1} = 83 \text{ мкДж/м}.$$

11.57. $I_1 = I_2 = 20$ А.

11.58. $M_1 = 3{,}53 \cdot 10^{-4}$ Н·м; $M_2 = 4{,}5 \cdot 10^{-4}$ Н·м.

11.59. 0,125%; на $3{,}2 \cdot 10^{-5}$ Н.

11.60. а) $M = 2{,}4 \cdot 10^{-9}$ Н·м; б) $M = 1{,}2 \cdot 10^{-9}$ Н·м.

11.61. На магнитную стрелку действует вращающий момент $M = pB \sin \alpha$, где p — магнитный момент стрелки и $B = \mu_0 \mu H = I \mu_0 \mu / 2\pi a$ — индукция магнитного поля тока. Вращающий момент M вызывает поворот нити на угол $\varphi = 2lM/\pi G r^4$, где l — длина нити, r — радиус нити и G — модуль сдвига материала нити. Так как $\sin \alpha = 1$, то $M = pB = pI\mu_0\mu/2\pi a$. Тогда

$$\varphi = \mu_0 \mu I l p / a \pi^2 G r^4 = 0{,}52 \text{ рад}, \quad \text{или} \quad \varphi = 30°.$$

11.62. $I = 0{,}1$ мкА.

11.63. $G = 50$ ГПа.

11.64. $A = 0{,}5$ мДж.

11.65. $A = 0{,}2$ Дж; $P = 20$ мВт.

11.66. а) На радиус ab (рис. 57) действует сила $F = BIR$. Работа при одном обороте диска $A = BIS$, где S — площадь, описываемая радиусом за один оборот, т. е. площадь диска. Мощность такого двигателя $P = A/t = nBI\pi R^2 = 23{,}6$ мВт. б) Диск вращается против часовой стрелки. в) На элемент радиуса dx действует сила $dF = BI\,dx$ и вращающий момент $dM = x\,dF = BIx\,dx$, где x — расстояние элемента dx от оси вращения. На весь диск действует вращающий момент

$$M = \int_0^R BIx\,dx = \frac{BIR^2}{2} = 12{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ Н·м}.$$

11.67. $I = 15{,}3$ А.

11.68. $\Phi = 1$ Вб.

11.69. $R = 9$ см. Имеем $T = 2\pi R/v$, причем $R = mv/eB$. Следовательно, $T = 2\pi m/eB$, т. е. период не зависит от скорости электрона. Подставляя числовые данные, найдем $T = 30$ нс. $M = 1{,}5 \cdot 10^{-24}$ кг·м²/с.

11.70. $F = 4 \cdot 10^{-16}$ Н.

11.71. $F = 4{,}7 \cdot 10^{-12}$ Н.

11.72. $a_\tau = 0$ во все время движения; $a_n = \text{const} = 7 \cdot 10^{15}$ м/с².

11.73. $W = 17{,}3$ МэВ.

11.74. $R_1/R_2 = m_1/m_2 = 1840$.

11.75. $R_1/R_2 = \sqrt{m_1/m_2} = \sqrt{1840} = 42{,}9$.

11.76. $W = 88$ кэВ.

11.77. $q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл.

11.78. $T_1/T_2=2$.

11.79. $F=5\cdot10^{-15}$ Н; $R=3{,}2$ см; $T=1{,}3$ мкс.

11.80. $W=500$ эВ.

11.81. $R_1=19{,}5$ см; $R_2=20{,}0$ см.

11.82. $q/m=4{,}8\cdot10^7$ Кл/кг. Для электрона $q/m=1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг; для протона $q/m=9{,}6\cdot10^7$ Кл/кг; для α-частицы $q/m=4{,}8\cdot10^7$ Кл/кг.

11.83. Общее смещение электрона $x=x_1+x_2$, где x_1 — смещение электрона в магнитном поле (рис. 102). Электрон в магнитном поле движется по окружности радиусом $R=mv/eB$. Смещение x_1 можно найти из соотношения $x_1=DC=OC-OD$. Но $OC=R$ и $OD=\sqrt{OM^2-DM^2}=\sqrt{R^2-b^2}$. Таким образом, $x_1=R-\sqrt{R^2-b^2}$. Смещение x_2 может быть найдено из пропорции $x_2/l=DM/DO$, откуда $x_2=bl/\sqrt{R^2-b^2}$. Тогда общее смещение

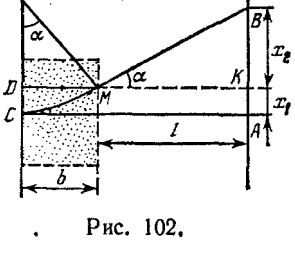


Рис. 102.

$$x=R-\sqrt{R^2-b^2}+bl/\sqrt{R^2-b^2}.$$

Имеем

$$R=\frac{mv}{eB}=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um}{e}}.$$

Подставляя числовые данные, получим $R=4$ см и $x=4{,}9$ см.

11.84. а) $a_n=0$, $a=a_\tau=eE/m=1{,}76\cdot10^{14}$ м/с^2; б) $a_\tau=0$, $a=a_n=\sqrt{(evB/m)^2+(eE/m)^2}=2{,}5\cdot10^{14}$ м/с^2.

11.85. $v=2\cdot10^6$ м/с; $R=2{,}3$ см.

11.86. Электрон влетает в магнитное поле со скоростью $v=\sqrt{2eU/m}$. Разложим скорость $\boldsymbol{v}$ на две составляющие: v_τ, направленную вдоль поля, и v_n, направленную перпендикулярно к полю. Проекция траектории электрона на плоскость, перпендикулярную к индукции $\boldsymbol{B}$, представляет собой окружность, радиус которой равен искомому раднусу винтовой траекторни и определяется формулой

$$R=mv_n/eB=m\,(v\sin\alpha)/eB.$$

Так как период обращения электроиа $T=2\pi R/v\sin\alpha=2\pi m/eB$, то шаг винтовой траекторнн электрона

$$h=v_\tau T=2\pi m\,(v\cos\alpha)/eB.$$

Подставляя числовые данные, получим $R=1$ см и $h=11$ см.

11.87. $W=433$ эВ.

11.88. $R=5$ мм; $h=3{,}6$ см.

11.89. $h=3{,}94$ см.

11.90. $n=IB/Uea=8{,}1\cdot10^{28}$ м$^{-3}$; $v=j/ne=I/Sne=0{,}31$ мм/с.

11.91. $U=2{,}7$ мкВ.

11.92. $u=0{,}65$ м^2/(В·с).

11.93. $\mathscr{E}=-d\Phi/dt=-Bl\,dx/dt=-Blv=-0{,}15$ В.

11.94. $\mathscr{E}_{ср}=78{,}5$ В.

11.95. $\mathscr{E}=165$ мВ.

11.96. При каждом обороте стержня магнитный поток, пересекаемый стержнем, $\Phi=BS=B\pi l^2$. Если n—частота вращения стержня, то

$$\mathscr{E}=B\pi l^2 n=B\pi l^2\omega/2\pi=Bl^2\omega/2,$$

где ω—угловая скорость вращения. Подставляя числовые данные, получим $\mathscr{E}=0{,}5$ В.

11.97. $v=0{,}5$ м/с.

11.98. $\mathscr{E}_{ср}=1$ В.

11.99. $\mathscr{E}_{max}=\Phi_0\omega=BSN2\pi n=3{,}14$ В.

11.100. $\mathscr{E}_{max}=0{,}09$ В.

11.101. $\mathscr{E}=4{,}7$ мВ.

11.102. $n=6{,}4$ с$^{-1}$.

11.103. $\mathscr{E}_{ср}=18$ мВ.

11.104. $\mathscr{E}_{ср}=5{,}1$ В.

11.105. $\mathscr{E}_{ср}=1{,}57$ В.

11.106. $\mathscr{E}_{max}=250$ мВ.

11.107. $L_1=0{,}9$ мГн; $L_2=0{,}36$ Гн.

11.108. $L=55$ мкГн.

11.109. $L=0{,}71$ мГн; $\Phi=3{,}55$ мкВб.

11.110. $N=380$.

11.111. $\mu=1400$.

11.112. $I=1$ А.

11.113. $N=500$.

11.114. $\mu=1400$; $I=1{,}6$ А.

11.115. $\mu=640$; $L=64$ мГн.

11.116. а) $L=9{,}0$ Гн; б) $L=5{,}8$ Гн; в) $L=0{,}83$ Гн.

11.117. Имеем

$$L_1=\mu_0\mu n_1^2 lS,\quad L_2=\mu_0\mu n_2^2 lS. \tag{1}$$

Взаимная индуктивность катушек, имеющих общий сердечник,

$$L_{12}=\mu_0\mu n_1 n_2 lS. \tag{2}$$

Умножая соотношения (1) друг на друга, получим

$$L_1L_2=(\mu_0\mu lS)^2 n_1^2 n_2^2,\quad \text{откуда } n_1n_2=\sqrt{L_1L_2}/\mu_0\mu lS. \tag{3}$$

Подставляя (3) в (2), найдем $L_{12}=\sqrt{L_1L_2}$. Так как $\mathcal{E}_2=-L_{12}\,dI_1/dt$, средний ток во второй катушке

$$I_2=\frac{L_{12}}{R}\frac{\Delta I_1}{\Delta t}=\frac{\sqrt{L_1L_2}}{R}\frac{\Delta I_1}{\Delta t}=0{,}2\text{ А}.$$

11.118. Количество электричества, индуцируемое в рамке,

$$q=-\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2}d\Phi=-\frac{1}{R}(\Phi_2-\Phi_1), \qquad (1)$$

где Φ_1 — магнитный поток через рамку в первом положении и Φ_2 — магнитный поток через рамку во втором положении. У нас $\Phi_2=0$; кроме того,

$$R=\rho l/s=\rho 4a/s=\rho 4\sqrt{S}/s, \qquad (2)$$

где a — сторона рамки. Так как $\Phi_1=BS$, то

$$q=Bs\sqrt{S}/4\rho=74\text{ мКл}.$$

11.119. $q=0{,}15$ мКл.

11.120. $q=0{,}25$ мКл.

11.121. $C=10^{-8}$ Кл/дел.

11.122. $B=0{,}2$ Тл.

11.123. Напряженность магнитного поля в тороиде

$$H=IN_1/l. \qquad (1)$$

Если изменить направление тока в первичной катушке на противоположное, то через гальванометр пройдет количество электричества $q=2\Phi N_2/R$, где Φ — магнитный поток, пронизывающий площадь поперечного сечения тороида. Но $\Phi=BS=\mu_0\mu HS=\mu_0\mu SIN_1/l$; следовательно,

$$q=2N_2\mu_0\mu SIN_1/Rl, \quad \text{откуда} \quad \mu=qRl/2\mu_0N_1N_2SI.$$

Так как $q=C\alpha$, то

$$\mu=C\alpha Rl/2\mu_0N_1N_2SI, \qquad (2)$$

Подставляя в (1) и (2) различные значения I и соответствующие значения α, данные в условии задачи, получим таблицу:

I, А	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
H, А/м	133	266	400	533	667
μ	1440	2190	2050	1790	1520

11.124. $\mu = 1200$.

11.125. $t = 126$ мс.

11.126. $t = 0{,}25$ мс.

11.127. В 1,5 раза.

11.128. $t = 10$ мс.

11.130. а) $\Phi = B_0 S \sin \omega t = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \sin 100\pi t$ Вб, $\Phi_{max} = 25$ мкВб; б) $\mathscr{E} = -7{,}85 \cdot 10^{-3} \cos 100\pi t$ В, $\mathscr{E}_{max} = 7{,}85$ мВ; в) $I = -2{,}3 \cos 100\pi t$ А, $I_{max} = 2{,}3$ А.

11.131. а) $\mathscr{E} = -33 \cos 100\pi t$ В; б) $W = LI^2/2 = 0{,}263 \sin^2 100\pi t$ Дж.

11.132. $\mathscr{E}_2 = -L_{12}\, dI/dt = -L_{12} I_0 \omega \cos \omega t = -15{,}7 \cos 100\pi t$ В; $\mathscr{E}_{2\,max} = 15{,}7$ В.

Глава IV

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

§ 12. Гармоническое колебательное движение и волны

12.1. $x = 5 \sin (5\pi t + \pi/4)$ см.

12.2. $x = 0{,}1 \sin \dfrac{\pi}{2} t$ м.

12.3. $x = 50 \sin \left(\dfrac{\pi}{2} t + \dfrac{\pi}{4} \right)$ мм; $x_1 = 35{,}2$ мм, $x_2 = 0$.

12.4. а) $x = 5 \sin \dfrac{\pi}{4} t$ см; б) $x = 5 \sin \left(\dfrac{\pi}{4} t + \dfrac{\pi}{2} \right)$ см; в) $x = 5 \sin \left(\dfrac{\pi}{4} t + \pi \right)$ см; г) $x = 5 \sin \left(\dfrac{\pi}{4} t + \dfrac{3\pi}{2} \right)$ см; д) $x = 5 \sin \dfrac{\pi}{4} t$ см.

12.5. См. рис. 103.

12.6. Имеем $x = A \sin \left(\dfrac{2\pi}{T} t + \varphi \right)$. По условию $x = A/2$. Следовательно, $0{,}5 = \sin (\pi t/12)$, т. е. $\pi t/12 = \pi/6$; отсюда $t = 2$ с.

12.7. $t = T/6$.

12.8. $t = 1$ с.

12.9. $v_{max} = 7{,}85$ см/с; $a_{max} = 12{,}3$ см/с^2.

12.10. $T = 4$ с; $v_{max} = 3{,}14$ см/с; $a_{max} = 4{,}93$ см/с^2.

12.11. Скорость $v = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{\pi}{6} \cos \dfrac{\pi}{6} t$. Скорость будет максимальной при $\pi t/6 = 1$, т. е. при $\pi t/6 = n\pi$, где $n = 0, 1, 2, \ldots$ Таким образом, максимальная скорость достигается в моменты времени $t = 0$, 6, 12 с, ... Ускорение будет максимальным при $\sin (\pi t/6) = 1$, т. е. при $\pi t/6 = (2n+1)\pi/2$. Таким образом, максимальное ускорение достигается в моменты времени $t = 3$, 9, 15 с, ...

12.12. $v = 13{,}6$ см/с.

12.13. $x = 5 \sin (\pi t + \pi/6)$ см.

12.14. $A = 3{,}1$ см; $T = 4{,}1$ с.

12.15. $F_{max}=246$ мкН.

12.16. $F_{max}=197$ мкН; $W=4{,}93$ мкДж.

12.17. См. рис. 104. Из графика видно, что период колебаний энергии вдвое меньше периода самого колебательного движения.

12.18. а) $W_к/W_п=3$; б) $W_к/W_п=1$; в) $W_к/W_п=1/3$.

12.19. а) $W_к/W_п=15$; б) $W_к/W_п=3$; в) $W_к/W_п=0$.

12.20. $x=0{,}04\sin(\pi t+\pi/3)$ м.

12.21. $x=FA^2/2W=1{,}5$ см.

12.22. Период колебаний шарика $T=2\pi\sqrt{l/g}=2{,}8$ с. Амплитуда колебаний при малых отклонениях шарика от положения равновесия $A=l\sin\alpha=2\cdot0{,}0698$ м $\approx 0{,}14$ м. Тогда уравнение движения шарика запишется так:

$$x=A\sin\frac{2\pi}{T}t=0{,}14\sin\frac{2\pi}{2{,}8}t \text{ м},$$

если время отсчитывать от положения равновесия. При прохождении шариком положения равновесия его скорость будет достигать наибольшего значения. Так как $v=\frac{0{,}14\cdot2\pi}{2{,}8}\cos\frac{2\pi}{2{,}8}t$ м/с, то

$$v_{max}=\frac{0{,}14\cdot2\pi}{2{,}8} \text{ м/с}=0{,}31 \text{ м/с}.$$

Эту же скорость мы можем найти из соотношения $mgh=mv^2/2$, где h — высота поднятия шарика; отсюда $v=\sqrt{2gh}$. Нетрудно видеть, что $h=l(1-\cos\alpha)$. Тогда $v=\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}=0{,}31$ м/с. При больших отклонениях маятника от положения равновесия колебания маятника уже не будут гармоническими.

12.23. $T=0{,}78$ с.

12.24. $k=805$ Н/м.

12.25. Уменьшится в 2 раза.

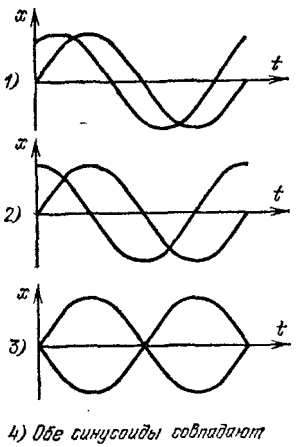


Рис. 103.

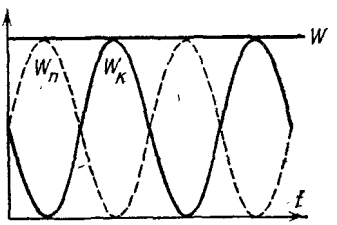


Рис. 104.

12.26. Уменьшится в 1,8 раза.

12.27. Имеем

$$T_1 = 2\pi\sqrt{m/k}, \quad \text{или} \quad T_1^2 = 4\pi^2 m/k. \tag{1}$$

После добавления груза Δm будем иметь

$$T_2 = 2\pi\sqrt{(m+\Delta m)/k}, \quad \text{или} \quad T_2^2 = 4\pi^2 (m+\Delta m)/k. \tag{2}$$

Вычитая (1) из (2), получим $T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2 \Delta m/k$. Но $k = F/\Delta l = \Delta mg/\Delta l$, где F — сила, вызывающая удлинение пружины Δl. Таким образом,

$$T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2 \frac{\Delta l}{g}, \quad \text{или} \quad \Delta l = \frac{g}{4\pi^2}\left(T_2^2 - T_1^2\right) = 2{,}7 \text{ см}.$$

12.28. $T = 0{,}93$ с.

12.29. На плавающий ареометр действуют сила тяжести (вниз) и сила Архимеда (вверх). Поэтому в равновесии $mg = \rho g (V + Sh)$, где $(V + Sh)$ — часть объема ареометра, находящаяся в жидкости. Если погрузить ареометр на глубину x, то результирующая выталкивающая сила

$$F = \rho g [V + S(h+x)] - mg = \\ = \rho g [V + S(h+x)] - \rho g (V + Sh) = \rho g S x = kx,$$

где $k = \rho g S$. Так как $T = 2\pi\sqrt{m/k}$, то

$$T = \frac{4}{d}\sqrt{\frac{m\pi}{\rho g}}, \quad \text{откуда} \quad \rho = \frac{16\pi m}{T^2 d^2 g} = 0{,}89 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

12.30. $x = 3{,}7 \sin\left(\frac{\pi}{4} t + \frac{\pi}{8}\right)$ см.

12.31. $A = 4{,}6$ см; $\varphi = 62°46'$.

12.32. $\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi/3$.

12.33. $A = 5$ см; $\varphi = 36°52' \approx 0{,}2\pi$; $x = 5 \sin(\pi t + \pi/5)$ см.

12.34. Из спектра сложного колебания (рис. 61) видно, что первое колебание имеет амплитуду $A_1 = 0{,}03$ м и частоту $\nu_1 = 0{,}2$ Гц, второе — $A_2 = 0{,}02$ м и $\nu_2 = 0{,}5$ Гц и третье — $A_3 = 0{,}01$ м и $\nu_3 = 1$ Гц. Таким образом, уравнения этих колебаний будут следующие:

$$x = 0{,}03 \sin\frac{2\pi}{5} t \text{ м}, \quad x = 0{,}02 \sin \pi t \text{ м}, \quad x = 0{,}01 \sin 2\pi t \text{ м}.$$

На рис. 105 даны качественные графики этих колебаний. Учащимся предлагается составить таблицы $x = f(t)$ для всех этих колебаний и найти график результирующего колебания, сложив ординаты синусоид для ряда точек на оси абсцисс.

12.35. На рис. 106 изображен спектр результирующего колебания.

12.36. Имеем

$$x = A \sin 2\pi\nu_1 t, \quad A = A_0 (1 + \cos 2\pi\nu_2 t).$$

Подставляя второе уравнение в первое, получим

$$x = A_0 (1 + \cos 2\pi\nu_2 t) \sin 2\pi\nu_1 t = A_0 \sin 2\pi\nu_1 t + A_0 \cos 2\pi\nu_2 t \sin 2\pi\nu_1 t =$$
$$= A_0 \sin 2\pi\nu_1 t + \frac{A_0}{2} \sin [2\pi (\nu_1 - \nu_2) t] + \frac{A_0}{2} \sin [2\pi (\nu_1 + \nu_2) t].$$

Таким образом, рассматриваемое колебание может быть разложено на сумму трех гармонических колебательных движений с частотами

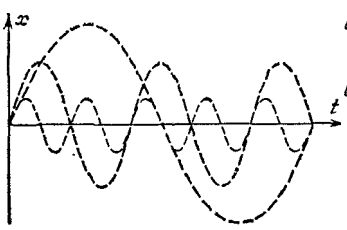


Рис. 105,

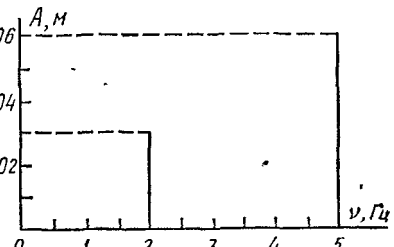


Рис. 106.

ν_1, $\nu_1 - \nu_2$ и $\nu_1 + \nu_2$ и с амплитудами A_0, $A_0/2$ и $A_0/2$. Амплитуда результирующего колебания будет меняться во времени. Такого рода колебание уже не представляет собой гармонического колебательного движения и называется модулированным колебанием.

12.37. При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинакового периода уравнение траектории результирующего колебания имеет вид

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos (\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2 (\varphi_2 - \varphi_1). \qquad (1)$$

Так как у нас $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$, то уравнение (1) примет вид

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0,$$

или

$$\left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2}\right)^2 = 0, \qquad \text{откуда} \qquad y = \frac{A_2}{A_1} x$$

— уравнение прямой линии. Таким образом, результирующее колебание будет происходить по прямой линии. Угол наклона прямой найдется из уравнения $\operatorname{tg} \alpha = A_2/A_1 = 0{,}5$, т. е. $\alpha = 26°34'$. Период ре-

зультирующего колебания равен периоду слагаемых колебаний, а амплитуда результирующего колебания $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2}=11{,}2$ см. Следовательно, уравнение результирующего колебания имеет вид $s=11{,}2\sin(10\pi t+\pi/3)$ см.

12.38. а) $A=7$ см; б) $A=5$ см.

12.39. $x^2/4+y^2/4=1$ — уравнение окружности радиусом $R=2$ м.

12.40. Имеем

$$x=\cos\pi t,\quad y=\cos\frac{\pi}{2}t=\sqrt{\frac{1+\cos\pi t}{2}},\ \text{или}\ 2y^2-1=\cos\pi t.$$

Отсюда $(2y^2-1)/x=1$, или $2y^2-x=1$ — уравнение параболы.

12.41. $x^2/1+y^2/4=1$ — уравнение эллипса.

12.42. $y=-0{,}75x$ — уравнение прямой.

12.43. Уравнение затухающих колебаний имеет вид

$$x=Ae^{-\delta t}\sin(\omega t+\varphi). \qquad (1)$$

В нашем случае $\omega=2\pi/T=\pi/2$, $\varphi=0$ и $\delta=\varkappa/T=1{,}6/4=0{,}4\ \text{с}^{-1}$. Амплитуда A найдется из условия $x=4{,}5$ см при $t=T/4=1$ с. Нетрудно найти из (1), что $A=6{,}7$ см. Таким образом, уравнение (1) примет вид

$$x=6{,}7e^{-0{,}4t}\sin\frac{\pi}{2}t\ \text{см}. \qquad (2)$$

Для построения графика колебания найдем моменты времени t_1, t_2, t_3, ..., соответствующие максимальным значениям смещения x. Максимум x найдется из условия $v=dx/dt=0$. Из уравнения (1) находим (при $\varphi=0$)

$$v=A\omega e^{-\delta t}\cos\omega t-A\delta e^{-\delta t}\sin\omega t=0,\quad \text{отсюда}\quad \operatorname{tg}\omega t=\omega/\delta=2\pi/\varkappa. \qquad (3)$$

Из уравнения (3) видно, что только при незатухающих колебаниях, когда $\varkappa=0$, величина $\operatorname{tg}\omega t=\infty$, или $\omega t=\pi/2$, т. е. $2\pi t/T=\pi/2$, или $t=T/4$. В нашем же случае $\operatorname{tg}\omega t=2\pi/\varkappa=3{,}925$, т. е. $\omega t=75°42'\approx 0.421\pi$, откуда $t=0{,}421\,\pi/\omega=0{,}842$ с. Таким образом, $x=x_{\max}$ при $t_1=0{,}842$ с; $t_2=t_1+T/2=2{,}842$ с, $t_3=t_1+T=4{,}842$ с и $t_4=t_1+3T/2=6{,}842$ с и т. д. Подставляя найденные значения t в уравнение (2), нетрудно найти соответствующие значения x_1, x_2, x_3, ...

12.44. См. решение 12.43.

12.45. $v_1=7{,}85$ м/с, $v_2=2{,}88$ м/с, $v_3=1{,}06$ м/с, $v_4=0{,}39$ м/с, $v_5=0{,}14$ м/с.

12.46. По формулам для затухающих колебаний имеем

$$A_1=A_0\exp\left(-\varkappa\frac{t}{T}\right),\quad A_2=A_0\exp\left(-\varkappa\frac{t+T}{T}\right),$$

откуда $A_1/A_2=e^{\varkappa}$. По условию $\varkappa=0{,}2$; отсюда $A_1/A_2=1{,}22$.

12.47. $\varkappa=0{,}023$.

12.48. а) $t=120$ с; б) $t=1{,}22$ с.

12.49. В 1,22 раза.

12.50. В 8 раз.

12.51. $t = 6{,}4$ с.

12.52. а) $\delta = 0{,}46\ \text{с}^{-1}$; б) $\delta = 10\ \text{с}^{-1}$; в) $\delta = \varkappa/T = \varkappa\omega_0/\sqrt{4\pi^2+\varkappa^2} = 7{,}2\ \text{с}^{-1}$.

12.53. Уравнение собственных колебаний имеет вид

$$x = A_0 e^{-\delta t} \sin \omega_0 t. \qquad (1)$$

По условию сдвиг фаз между собственными и вынужденными колебаниями равен $-3\pi/4$; следовательно,

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2-\omega^2} = \operatorname{tg}(-3\pi/4) = 1,$$

отсюда

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2+2\delta\omega}. \qquad (2)$$

У нас $\omega = 10\pi$ и $\delta = 1{,}6\ \text{с}^{-1}$. Подставляя эти значения в (2), получим $\omega_0 = 10{,}5\,\pi$, и тогда уравнение собственных колебаний примет вид

$$x = 7e^{-1{,}6t} \sin 10{,}5\pi t \text{ см}.$$

Уравнение внешней периодической силы имеет вид

$$F = F_0 \sin \omega t.$$

Максимальное значение внешней периодической силы

$$F_0 = Am\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\delta^2\omega^2} = 72 \text{ мН},$$

и тогда уравнение внешней периодической силы будет иметь вид

$$F = 72 \sin 10\,\pi t \text{ мН}.$$

12.54. На рис. 107 дан характер зависимости амплитуды A вынужденных колебаний от частоты ω внешней периодической силы.

12.55. Коляска начнет сильно раскачиваться, если промежуток между двумя последовательными точками на углублениях будет равен периоду собственных колебаний коляски. Период собственных колебаний коляски находится из формулы $T = 2\pi\sqrt{m/k}$. У нас $m = 10$ кг$/2 = 5$ кг — масса, приходящаяся на каждую рессору, $k = m_0 g/x_0 = (9{,}8/2)$ Н/см $= 490$ Н/м и, следовательно, $T = 0{,}63$ с. Время между двумя последовательными толчками $t = l/v = T$; отсюда получаем $v = l/T = (0{,}3/0{,}63)$ м/с $= 1{,}7$ км/ч.

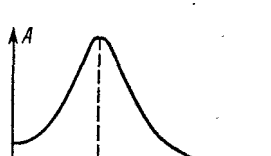


Рис. 107.

12.56. $\lambda = 3$ мкм.

12.57. $c=350$ м/с; $v_{max}=0{,}785$ м/с.

12.58. Уравнение волны имеет вид

$$x=10\sin\left(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi l}{6\cdot10^4}\right)\text{ см}. \quad (1)$$

Таким образом, $x=f(t, l)$, т. е. смещение точек, лежащих на луче, зависит от времени t и расстояния l точки до источника колебаний.

Для точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $l=600$ м, уравнение (1) примет вид $x=10\sin\left(\frac{\pi}{2}t-\pi\right)$ см, т. е. при $l=\text{const}$ мы получим $x=f(t)$ — смещение фиксированной точки, лежащей на луче, меняется со временем.

При $t=4$ с уравнение (1) примет вид $x=10\sin\left(2\pi-\frac{\pi l}{6\cdot10^4}\right)$ см. В этом случае $t=\text{const}$ и $x=f(l)$ — различные точки, лежащие на луче, имеют различные смещения в данный момент времени.

12.59. $x=0{,}04$ м.

12.60. $x=0$; $v=7{,}85$ см/с; $a=0$.

12.61. $\Delta\varphi=\pi$ — точки колеблются в противоположных фазах.

12.62. $\Delta\varphi=4\pi$ — точки колеблются в одинаковых фазах.

12.63. $x=2{,}5$ см.

12.64. $\lambda=0{,}48$ м.

12.65. а) Положения узлов: $x=3$, 9, 15, ... см; положения пучностей: $x=0$, 6, 12, 18, ... см. б) Положения узлов: $x=0$, 6, 12, 18, ... см; положения пучностей: $x=3$, 9, 15, ... см.

12.66. $\lambda=0{,}1$ м.

§ 13. Акустика

13.1. $\lambda=0{,}78$ м.

13.2. От $\lambda_1=17$ мм до $\lambda_2=17$ м.

13.3. $c=5300$ м/с.

13.4. $c=3700$ м/с.

13.5. Так как модуль Юнга E связан со сжимаемостью β соотношением $\beta=1/E$, то $\beta=1/\rho c^2=7{,}1\cdot10^{-10}$ Па$^{-1}$.

13.6. $l=1810$ м.

13.7. $c_1=318$ м/с; $c_2=330$ м/с; $c_3=343$ м/с.

13.8. В 1,12 раза.

13.9. $c=315$ м/с.

13.10. $c=330$ м/с.

13.11. $c=336$ м/с.

13.12. $t=-54$ °С.

13.13. $n=c_1/c_2=0{,}067$.

13.14. $\alpha=3°51'$.

13.15. $I_2/I_1 = 1{,}26$ (см. задачу 2 во введении к этой главе).

13.16. $p_2/p_1 = 1{,}12$.

13.17. $I_1/I_2 = 1000$.

13.18. $\Delta L_p = 30$ дБ; $p_2/p_1 = 31{,}6$.

13.19. $L_I = 100$ фон; $p = 2$ Па.

13.20. а) $\Delta L_I = 34{,}8$ фон; б) $\Delta L_I = 44{,}8$ фон.

13.21. Расстояние между соседними зубцами звуковой бороздки на граммофонной пластинке найдется по формуле $l = \omega r/\nu$, где ω — угловая скорость вращения пластинки. Подставляя числовые данные, получим: а) $l = 2{,}25$ мм; б) $l = 0{,}75$ мм.

13.22. а) $l = 8{,}15$ мм; б) $l = 0{,}41$ мм.

13.23. При возбуждении колебаний в стальном стержне в нем устанавится стоячая волна с узлами в точках зажима и пучностями на свободных концах. В стоячей волне воздушного столба расстояние между соседними пучностями равно половине длины возбужденной звуковой волны. Имеем

$$\lambda_1/\lambda_2 = c_1/c_2. \qquad (1)$$

Длина l_2 воздушного столба на основании сказанного найдется из условия

$$n\lambda_2/2 = l_2. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) имеем $l_2 = n\lambda_1 c_2/2c_1$. Тогда: а) $\lambda_1 = 2l_1$, $l_2 = 0{,}392$ м; б) $\lambda_1 = 4l_1$, $l_2 = 0{,}784$ м.

13.24. $l_1 = 0{,}715$ м.

13.25. $\nu = 43$ кГц — ультразвуковая частота.

13.26. а) $\nu' = 666$ Гц; б) $\nu' = 542$ Гц.

13.27. 10%.

13.28. $v_1 = 28{,}3$ км/ч; $v_2 = 14{,}7$ км/ч.

13.29. В 4 раза.

13.30. $v = 71$ км/ч.

13.31. $\nu_1 = 45$ кГц, $\nu_2 = 46{,}6$ кГц.

13.32. $l = 0{,}45$ м.

13.33. $F = 7{,}3$ Н.

13.34. $\nu_{max} = 158$ Гц.

13.35. Имеем

$$\nu_1/\nu_2 = \sqrt{F_1/F_2} = \sqrt{15/16}, \quad \nu_6 = \nu_2 - \nu_1 = 8 \text{ Гц}.$$

Решая эти уравнения совместно, получим $\nu_2 = 252$ Гц.

13.36. $\nu = 250$ Гц или $\nu = 254$ Гц.

13.37. $\nu = 250$ Гц.

13.38. а) В открытой трубе образуется стоячая звуковая волна с пучностями на обоих концах. Очевидно, в этом случае на длине трубы l может уместиться n полуволн, где $n = 1, 2, 3, \ldots$, т. е. $l = n\lambda/2$ и $\nu = c/\lambda = nc/2l$. При $n = 1$ получим частоту основного тона

$\nu = c/2l$. б) В закрытой трубе стоячая волна имеет узел на одном конце и пучность на другом. Очевидно, в этом случае $l = n\lambda/4$ и $\nu = c/\lambda = nc/4l$. При $n = 1$ получим частоту основного тона $\nu = c/4l$.

13.39. $\nu = 261$ Гц; $l = 0{,}65$ м.

§ 14. Электромагнитные колебания и волны

14.1. $\lambda = 2500$ м.

14.2. От $\lambda_1 = 700$ м до $\lambda_2 = 1950$ м.

14.3. $L = 12{,}7$ мГн.

14.4. $\varepsilon = 6$.

14.5. $U = 100 \cos (2\pi \cdot 10^3 t)$ В, $I = -15{,}7 \sin (2\pi \cdot 10^3 t)$ мА; $U_1 = 70{,}7$ В, $I_1 = -11{,}1$ мА; $U_2 = 0$, $I_2 = -15{,}7$ мА; $U_3 = -100$ В, $I_3 = 0$.

14.6. $W_{эл} = 125 \cos^2 (2\pi \cdot 10^3 t)$ мкДж, $W_м = 125 \sin^2 (2\pi \cdot 10^3)$ мкДж, $W = 125$ мкДж; $W_{эл1} = 62{,}5$ мкДж, $W_{м1} = 62{,}5$ мкДж, $W_1 = 125$ мкДж; $W_{эл2} = 0$, $W_{м2} = 125$ мкДж, $W_2 = 125$ мкДж; $W_{эл3} = 125$ мкДж, $W_{м3} = 0$, $W_3 = 125$ мкДж.

14.7. $T = 0{,}2$ мс; $L = 10{,}15$ мГн; $I = -157 \sin 10^4 \pi t$ мА; $\lambda = 60$ км.

14.8. $T = 5$ мс; $C = 0{,}63$ мкФ; $U = 25{,}2$ В; $W_м = 0{,}2$ мДж; $W_{эл} = 0{,}2$ мДж.

14.9. Имеем $U = U_0 \cos \omega t$ и $I = C\,dU/dt = -CU_0\omega \sin \omega t$; следовательно,

$$W_м = \frac{LI^2}{2} = \frac{LC^2U_0^2\omega^2}{2} \sin^2 \omega t, \quad W_{эл} = \frac{CU^2}{2} = \frac{CU_0^2}{2} \cos^2 \omega t.$$

Отсюда

$$\frac{W_м}{W_{эл}} = LC\omega^2 \frac{\sin^2 \omega t}{\cos^2 \omega t} = LC\omega^2 \operatorname{tg}^2 \omega t.$$

При $t = T/8$ имеем $\sin \omega t = \sqrt{2}/2$ и $\cos \omega t = \sqrt{2}/2$. Так как $LC = T^2/4\pi^2 = 1/\omega^2$, то

$$W_м/W_{эл} = \sin^2 \omega t/\cos^2 \omega t = 1.$$

14.10. $T = 8$ мс, $\varkappa = 0{,}7$; $U = 80e^{-87t} \cos 250\pi t$ В; $U_1 = -56{,}5$ В, $U_2 = 40$ В, $U_3 = -28$ В, $U_4 = 20$ В.

14.11. Полагая сопротивление R достаточно малым, находим период колебаний по формуле $T = 2\pi\sqrt{LC} = 0{,}2$ мс. Далее имеем

$$U_1 = U_0 \exp(-\varkappa t/T), \text{ откуда } \varkappa t/T = \ln (U_0/U_1).$$

По условию при $t = 1$ мс отношение $U_0/U_1 = 3$. Следовательно,

$$\varkappa = \frac{T \ln (U_0/U_1)}{t} = 0{,}22.$$

Сопротивление контура $R = 11{,}1$ Ом. Нетрудно убедиться, что это значение R удовлетворяет условию применимости формулы $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

14.12. В 1,04 раза.

14.13. $\varkappa = 8\rho\sqrt{\pi lC/d^2}\sqrt{\mu_0\mu} = 0{,}018$.

14.14. $t = (T \ln 100)/2\varkappa = 6{,}8$ мс.

14.15. $C = 0{,}7$ мкФ.

14.16. $R = 4{,}1$ Ом.

14.17. $\nu = 300$ Гц.

14.18. $I = 4{,}6$ мА; $U_{C1} = 73{,}4$ В, $U_{C2} = 146{,}6$ В.

14.19. 74%, 68%.

14.20. 72,5%; 68,5%.

14.21. $C = 3{,}74$ мкФ.

14.22. $L = 55$ мГн.

14.23. а) $Z = \sqrt{R^2 + 1/(\omega C)^2}$, $\operatorname{tg}\varphi = 1/R\omega C$; б) $Z = \dfrac{R}{\sqrt{R^2\omega^2C^2 + 1}}$, $\operatorname{tg}\varphi = -R\omega C$; в) $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$, $\operatorname{tg}\varphi = \omega L/R$; г) $Z = \dfrac{R\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$, $\operatorname{tg}\varphi = R/\omega L$; д) $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$, $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{\omega L - 1/\omega C}{R}$.

14.24. а) $Z = 4{,}38$ кОм; б) $Z = 2{,}18$ кОм.

14.25. $I = 1{,}34$ А; $U_C = 121$ В; $U_R = 134$ В; $U_L = 295$ В.

14.26. $R = 12{,}3$ Ом.

14.27. $R = 40$ Ом; $L = 74$ мГн.

14.28. $U_R = 156$ В.

Глава V

ОПТИКА

§ 15. Геометрическая оптика и фотометрия

15.1. $\vartheta = 2\alpha$.

15.2. $a_2 = -15$ см, $y_2 = 5$ мм; изображение действительное, обратное и уменьшенное.

15.3. $a_2 = 0{,}12$ м, $y_2 = -8$ мм; изображение мнимое, прямое и уменьшенное.

15.4. $a_2 = 7{,}5$ см, $y_2 = -1{,}5$ см; изображение мнимое, прямое и уменьшенное.

15.5. $a_1 = -0{,}6$ м, $a_2 = -0{,}3$ м.

15.6. $F = -10$ см, $D = -10$ дптр.

15.7. $k = 6$.

15.8. $a_2 = R/2$ — изображение будет находиться в фокусе зеркала; $y_2 = 7{,}5$ см.

15.9. Из равнобедренного треугольника OAM (рис. 62) имеем $OA = R/2\cos\alpha$. Но $x = AF = OA - OF = OA - R/2$, т. е.

$$x = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right).$$

Если $\alpha=0$, то $\cos\alpha=1$ и $x=0$. Далее, $y=FH=x\operatorname{tg}\angle HAF$. Но $\angle HAF$ как внешний угол треугольника AOM равен 2α, и тогда

$$y=\frac{R}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha}-1\right)\operatorname{tg}2\alpha.$$

Если $\alpha=0$, то $\cos\alpha=1$, $\operatorname{tg}2\alpha=0$ и $y=0$.

15.10. $x=1{,}8$ см; $y=1{,}5$ см.

15.11. $h=8$ см.

15.12. $d=0{,}1$ м.

15.13. $l=5{,}8$ мм.

15.14. $\operatorname{tg} i=n$.

15.15. а) $\beta=41°8'$; б) $\beta=48°45'$; в) $\beta=61°10'$.

15.16. Под углом $\beta=41°15'$ к поверхности воды.

15.17. $v_1=2{,}02\cdot10^8$ м/с.

15.18. Имеем $\sin i/\sin\beta=n_1$. Полное внутреннее отражение от поверхности, отделяющей воду от стекла, произойдет, если выполнено условие: $\sin\beta=n_2/n_1$, где n_2 — показатель преломления воды. Тогда $\sin i=n_1\sin\beta=n_1n_2/n_1=n_2=1{,}33$, т. е. $\sin i>1$ — условия задачи неосуществимы.

15.19. $r=0{,}114$ м.

15.21. $\beta_{кр}=41°28'$; $\beta_ф=40°49'$.

15.22. Фиолетовые лучи испытывают полное внутреннее отражение, красные лучи выходят из стекла в воздух.

15.23. $\delta=34°37'$.

15.24. $\gamma=28°$.

15.25. $\delta=6°2'$.

15.26. $i=10°8'$.

15.27. $\gamma=77°22'$.

15.28. $i=4°47'$.

15.29. $\sin\frac{\delta+\gamma}{2}=n\sin\frac{\gamma}{2}$. В этом случае получается наименьшее отклонение луча от его первоначального направления.

15.30. $\delta_{кр}=30°37'$, $\delta_ф=33°27'$.

15.31. $F_1=0{,}146$ м.

15.32. а) $F=0{,}188$ м; б) $F=0{,}30$ м; в) $F=0{,}75$ м; г) $F=-0{,}188$ м; д) $F=-0{,}30$ м; е) $F=-0{,}75$ м.

15.33. $F_1/F_2=1{,}4$; в жидкости первая линза будет действовать как рассеивающая линза, а вторая — как собирающая.

15.34. $D=2$ дптр.

15.35. $a_2=0{,}3$ м; $y_2=4$ см.

15.37. $a_1+a_2=1$ м.

15.38. а) $a_1+a_2=0{,}48$ м; б) $a_1+a_2=2{,}65$ м; в) $a_1+a_2=0{,}864$ м.

15.39. $F=0{,}47$ м.

15.40. $F=-0{,}75$ м — линза будет рассеивающей.

15.41. $F_2=0{,}59$ м.

15.42. $a_1 = -90$ см; $a_2 = 180$ см.

15.43. $F_{кр} - F_{ф} = 3$ см.

15.44. а) $a_2 = 10$ см; б) $a_2 = 5{,}7$ см.

15.46. а) $k = 12{,}5$; б) $k = 7{,}5$.

15.47. $R_1 = R_2 = 25$ мм.

15.48. $d = 5$ мм.

15.49. $k = 562$.

15.50. $F = 0{,}112$ м.

15.51. $\vartheta = 7°45'$.

15.52. Диаметр изображения $d = 2F \operatorname{tg}(\sigma/2) = 4{,}6$ мм. Поток лучей, попадающих на поверхность линзы площадью $\pi D^2/4$, концентрируется в изображении Солнца площадью $\pi d^2/4$. Тогда $E_2/E_1 = 4\pi D^2/4\pi d^2 = D^2/d^2 = 383$.

15.53. $r = 1$ м; $h = 0{,}71$ м.

15.54. $\Phi = 8{,}34$ лм.

15.55. При фотографировании всего чертежа, размеры которого гораздо больше фотопластинки, изображение получается приблизительно в главном фокусе объектива. При фотографировании деталей изображение в натуральную величину получается при помещении предмета на двойном фокусном расстоянии от объектива (на таком же расстоянии получается и изображение на фотопластинке). Площадь изображения при этом увеличится в $(2F/F)^2 = 4$ раза. Во столько же раз уменьшится освещенность фотопластинки; следовательно, время экспозиции надо увеличить в 4 раза.

15.56. В 5,7 раза. Таким образом, на Северной Земле загорать лучше стоя, чем лежа.

15.57. В 2 раза.

15.58. Освещенность в углах комнаты

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha. \tag{1}$$

Расстояние r от лампы до угла комнаты, величина a (половина диагонали квадратного пола комнаты), сторона квадратного пола b и высота лампы над полом h связаны равенством

$$a = r \sin \alpha = b/\sqrt{2} = h \operatorname{tg} \alpha. \tag{2}$$

На основании (2) выражение для освещенности может быть записано так:

$$E = \frac{I}{a^2} (\cos \alpha \sin^2 \alpha).$$

Для нахождения максимума E возьмем производную $dE/d\alpha$ и приравняем ее нулю:

$$\frac{dE}{d\alpha} = \frac{I}{a^2} (2 \cos^2 \alpha \sin \alpha - \sin^3 \alpha) = 0,$$

отсюда $\operatorname{tg}^2 \alpha = 2$. Тогда $h = a/\operatorname{tg} \alpha = b/\sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha = b/2 = 2{,}5$ м.

15.60. Когда горит настольная лампа, освещенность края стола получается больше в 1,2 раза.

15.61. В 2,25 раза.

15.62. $E \approx 8 \cdot 10^4$ лк.

15.63. а) $R = 1{,}6 \cdot 10^5$ лм/м^2, $B = 5{,}1 \cdot 10^4$ кд/м^2; б) $R = 4 \cdot 10^4$ лм/м^2, $B = 1{,}27 \cdot 10^4$ кд/м^2.

15.64. а) $B = 1{,}2 \cdot 10^7$ кд/м^2; б) $B = 3 \cdot 10^4$ кд/м^2.

15.65. Освещенность будет одинаковая и в случае прозрачной колбы и в случае матовой колбы: $E_1 = E_2 = 3{,}4$ лк.

15.66. $E = 2 \cdot 10^3$ лк; $R = 1{,}5 \cdot 10^3$ лм/м^2; $B = 480$ кд/м^2.

15.67. $E = 4{,}2 \cdot 10^4$ лк.

15.68. $E = 210$ лк.

15.69. $K = 1{,}61 \cdot 10^{-3}$ Вт/лм; $\eta \approx 2\%$.

§ 16. Волновая оптика

16.1. При фотографировании одного края солнечного диска (источник света движется к нам)

$$\nu' = \nu c/(c - v); \qquad (1)$$

при фотографировании другого края солнечного диска (источник света движется от нас)

$$\nu'' = \nu c/(c + v). \qquad (2)$$

Учитывая, что $\nu = c/\lambda$, из (1) и (2) находим $\Delta\lambda = 2v\lambda/c$; отсюда $v = c\,\Delta\lambda/2\lambda = 2$ км/с.

16.2. $U = mc^2\,(\Delta\lambda)^2/2\lambda^2 q = 2{,}5$ кВ.

16.3. Смещение спектральных линий в сторону коротких волн означает, что звезда приближается к нам. Радиальная скорость ее движения (т. е. скорость вдоль линии, соединяющей звезду и Землю) находится из соотношения $v = c\,\Delta\lambda/\lambda = 103$ км/с.

16.4. В 1,3 раза.

16.5. $y_1 = 1{,}8$ мм; $y_2 = 3{,}6$ мм; $y_3 = 5{,}4$ мм.

16.6. $\lambda = 0{,}5$ мкм.

16.7. В результате внесения стеклянной пластинки разность хода между интерферирующими лучами изменится на величину $\Delta = nh - h = h\,(n - 1)$. С другой стороны, в результате внесения пластинки произошло смещение на k полос. Следовательно, добавочная разность хода, введенная пластинкой, равна $k\lambda$. Таким образом, $h\,(n - 1) = k\lambda$, откуда $h = k\lambda/(n - 1) = 6$ мкм.

16.8. $\Delta n \leqslant 5 \cdot 10^{-5}$.

16.9. $h = 0{,}13$ мкм.

16.10. Обозначим через h_1 и h_2 толщины пленки, соответствующие соседним полосам. Тогда $\Delta h = h_2 - h_1 = \lambda/2n$ (рис. 108). Учиты-

вая, что угол γ клина мал, можно считать, что $\Delta h = l \operatorname{tg} \gamma$; отсюда $\operatorname{tg} \gamma = k\lambda/2nl = 5{,}13 \cdot 10^{-5}$ и $\gamma = 11''$.

16.11. $l_2 = 1{,}9$ мм.

16.12. $k_0 = 5$ см$^{-1}$.

16.13. $k = 5$, $k+1 = 6$; $\lambda = 0{,}5$ мкм.

16.14. $\lambda = 589$ нм.

16.15. $r_c = \sqrt{4R\lambda_c} = 2{,}8$ мм; $r_{кр} = \sqrt{3R\lambda_{кр}} = 3{,}1$ мм. Таким образом, мы видим, что третье красное кольцо лежит дальше, чем четвертое синее. Этим объясняется, почему наблюдать кольца Ньютона в белом свете можно только при небольших толщинах воздушного слоя. Для больших толщин происходит наложение различных цветов.

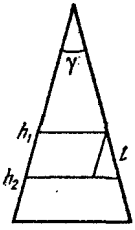


Рис. 108.

16.16. $\lambda = 675$ нм.

16.17. $l_2 = 3{,}66$ мм.

16.18. $k = 275$.

16.19. При наблюдении колец Ньютона в проходящем свете условие максимума света определится формулой

$$2hn = k\lambda. \qquad (1)$$

Толщина слоя h между линзой и пластинкой связана с соответствующим радиусом r_k наблюдаемого кольца следующим образом:

$$h = r_k^2/2R. \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим $nr_k^2/R = k\lambda$, откуда $n = k\lambda R/r_k^2 = 1{,}33$.

16.20. $h = 1{,}2$ мкм.

16.21. $h = 470$ нм.

16.22. $n = 1{,}56$.

16.23. Перемещение L зеркала на расстояние $\lambda/2$ соответствует изменению разности хода на λ, т. е. смещению интерференционной картины на одну полосу. Таким образом, $L = k\lambda/2$, где k — число прошедших в поле зрения полос, откуда $\lambda = 2L/k = 644$ нм.

16.24. $n - 1 = k\lambda/2l = 3{,}8 \cdot 10^{-4}$, откуда $n = 1{,}00038$.

16.25. В отличие от интерферометра Майкельсона, в данном случае луч проходит через трубку с хлором только один раз (рис. 63). Поэтому разность хода лучей, проходящих в хлоре и вакууме, равна $ln - l = l(n-1) = k\lambda$; отсюда $n - 1 = k\lambda/l = 7{,}73 \cdot 10^{-4}$ и $n = 1{,}000773$.

16.26. $\lambda = 480$ нм.

16.27. $d = 115$ нм.

16.28. $k = 5$; центр дифракционной картины будет светлым.

16.29. Радиус k-й зоны $r_k = \sqrt{kab\lambda/(a+b)}$. Подставляя числовые данные, найдем $r_1 = 0{,}50$ мм, $r_2 = 0{,}71$ мм, $r_3 = 0{,}86$ мм, $r_4 = 1{,}0$ мм и $r_5 = 1{,}12$ мм.

16.30. $r_1 = 0{,}71$ мм; $r_2 = 1{,}0$ мм; $r_3 = 1{,}22$ мм; $r_4 = 1{,}41$ мм; $r_5 = 1{,}58$ мм.

16.31. $l = 167$ м.

16.32. Пусть отверстие диафрагмы пропускает k зон Френеля. Тогда радиус k-й зоны есть одновременно радиус отверстия: $R = r_k = \sqrt{kab\lambda/(a+b)}$. Наименьшая освещенность центра колец, наблюдаемых на экране, соответствует двум зонам ($k=2$). Подставляя числовые данные, найдем $R = 1$ мм.

16.33. $l = 0{,}8$ м.

16.34. $\varphi_1 = 17°8'$; $\varphi_2 = 36°5'$; $\varphi_3 = 62°$.

16.35. $A = 5$ см.

16.36. $\varphi = 30°$.

16.37. $d = 2{,}8$ мкм; $N_0 = 3570$ см$^{-1}$.

16.38. $N_0 = 600$ мм$^{-1}$.

16.39. $\lambda_2 = 409{,}9$ нм; $N_0 = 500$ мм$^{-1}$.

16.40. Имеем $\sin\varphi = k_1\lambda_1/d = k_2\lambda_2/d$, или $k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2$; отсюда $k_2/k_1 = \lambda_1/\lambda_2 = 656{,}3/410{,}2 = 1{,}6$. Так как числа k_1 и k_2 должны быть обязательно целыми, то условию $k_2/k_1 = 1{,}6$ удовлетворяют значения $k_1 = 5$ и $k_2 = 8$. Тогда $d = k_1\lambda_1/\sin\varphi = 5$ мкм.

16.41. $\lambda_2 = 660$ нм в спектре второго порядка.

16.42. $\lambda_2 = 447$ нм — синяя линия спектра гелия.

16.43. $\lambda_{кр} = 705$ нм.

16.44. $k = 3$.

16.45. $d = 5\lambda$.

16.46. $k = 10$.

16.47. $d = 3{,}9$ мкм.

16.48. $d = 22$ мкм.

16.49. $d = 25{,}4$ мкм.

16.50. $\Delta\lambda = 24$ пм.

16.51. Имеем $d\sin\varphi = k\lambda$. Дифференцируя, получим

$$d\cos\varphi\, d\varphi = k\, d\lambda, \text{ или } d\varphi/d\lambda = k/d\cos\varphi.$$

Подставляя числовые данные, находим $\sin\varphi = 0{,}236$, откуда $\varphi = 13°38'$. Тогда $\cos\varphi = 0{,}972$ и $d\varphi/d\lambda = 4{,}1\cdot10^5$ рад/м.

16.52. $d = 5$ мкм.

16.53. $D = 81$ мкм/нм.

16.54. $l = 0{,}65$ мм.

16.55. $\lambda_2 = 475$ нм; $N_0 = 460$ мм$^{-1}$; $d\varphi/d\lambda = 2{,}76\cdot10^4$ рад/см.

16.56. $\lambda = 510$ нм.

16.57. $F = 0{,}65$ м.

16.58. $i_Б = 57°30'$.

16.59. $i_Б = 54°44'$.

16.60. $i_Б = 37°$.

16.61. $n = 1{,}73$.

16.62. $n = 1{,}63$; $i = 66°56'$.

16.63. $\lambda_o = 355$ нм, $\lambda_e = 395$ нм.

16.64. Обозначим интенсивность естественного света через I_0. После прохождения через поляризатор луч имеет интенсивность

$I_1 = 0{,}5I_0$. После прохождения луча через анализатор его интенсивность $I_2 = I_1 \cos^2\varphi = 0{,}5I_0 \cos^2\varphi$. По условию $I_2/I_0 = 0{,}25$; тогда $\cos^2\varphi = 0{,}25/0{,}50 = 1/2$ и $\varphi = 45°$.

16.65. $\varphi = 62°32'$.

16.66. Коэффициент отражения падающего света $\rho = I/I_0$, где $= I_\perp + I_\parallel$, причем

$$I_\perp = 0{,}5I_0 \frac{\sin^2(i-\beta)}{\sin^2(i+\beta)}, \quad I_\parallel = 0{,}5I_0 \frac{\operatorname{tg}^2(i-\beta)}{\operatorname{tg}^2(i+\beta)}.$$

В нашем случае при падении под углом полной поляризации $\operatorname{tg} i_Б = n = 1{,}54$; следовательно, $i_Б = 57°$. Так как $i_Б + \beta = 90°$, то угол преломления $\beta = 33°$ и $i_Б - \beta = 24°$. Поэтому

$$I_\perp = 0{,}5I_0 \frac{\sin^2 24°}{\sin^2 90°} = 0{,}083I_0, \quad I_\parallel = 0{,}5I_0 \frac{\operatorname{tg}^2 24°}{\operatorname{tg}^2 90°} = 0,$$

т. е. в отраженном свете при угле падения, равном углу полной поляризации, колебания происходят только в плоскости, перпендикулярной к плоскости падения. При этом

$$\rho = \frac{I}{I_0} = \frac{I_\perp + I_\parallel}{I_0} = 0{,}083,$$

т. е. отражается от стекла только 8,3% энергии падающих естественных лучей. Это будут лучи с колебаниями, перпендикулярными к плоскости падения. Следовательно, энергия колебаний, перпендикулярных к плоскости падения и прошедших во вторую среду, будет составлять 41,7% от общей энергии лучей, упавших на границу раздела, а энергия колебаний, лежащих в плоскости падения, равна 50%. Степень поляризации лучей, прошедших во вторую среду,

$$P = \frac{I_\parallel - I_\perp}{I_\parallel + I_\perp} = \frac{0{,}083}{0{,}917} = 0{,}091 = 9{,}1\%.$$

16.67. При падении естественного луча на стеклянную пластинку под углом полной поляризации преломленный луч имеет интенсивность $I_1 = 0{,}917I_0$ (см. решение 16.66). В этом преломленном луче $0{,}417I_0$ составляют колебания, перпендикулярные к плоскости падения, и $0{,}5I_0$ — колебания, параллельные плоскости падения. Интенсивность луча, отразившегося от второй границы пластинки, $I_2 = 0{,}083 \cdot 0{,}0917I_0 = 0{,}076I_0$. Интенсивность луча, вышедшего из пластинки в воздух, будет $I_3 = 0{,}917I_0 - 0{,}076I_0 = 0{,}841I_0$, причем $0{,}5I_0$ составляют лучи с колебаниями, параллельными плоскости падения, и $0{,}341I_0$ — с колебаниями, перпендикулярными к плоскости падения. Тогда степень поляризации

$$P = \frac{I_\parallel - I_\perp}{I_\parallel + I_\perp} = \frac{0{,}159}{0{,}841} = 18{,}9\%,$$

т. е. степень поляризации увеличилась. На этом основании в качестве поляризатора употребляется «стопа» плоскопараллельных стеклянных пластинок («стопа Столетова»).

16.68. $\rho = I/I_0 = 5{,}06\%$; $P_1 = 83\%$; $P_2 = 4{,}42\%$.

§ 17. Элементы теории относительности

17.1. Имеем

$$l = l_0\sqrt{1-\beta^2}. \qquad (1)$$

По условию $(l_0 - l)/l_0 = 1 - l/l_0 = 0{,}25$; отсюда

$$l/l_0 = 0{,}75, \text{ или } l = 0{,}75 l_0. \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим $\sqrt{1-\beta^2} = 0{,}75$, или $1-\beta^2 = (0{,}75)^2 = 0{,}5625$ и $\beta^2 = 0{,}4375$. Таким образом, $\beta = v/c = \sqrt{0{,}4375} = 0{,}6615$ и окончательно $v = \beta c = 0{,}662 \cdot 3 \cdot 10^8$ м/с $= 1{,}98 \cdot 10^8$ м/с.

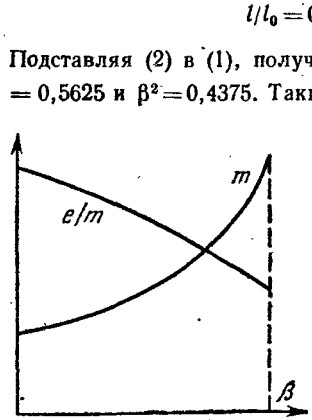


Рис. 109.

17.2. $v = 2{,}6 \cdot 10^8$ м/с.

17.3. $(l_0 - l)/l_0 \leqslant 68{,}8\%$.

17.4. В 7,1 раза.

17.5. $\Delta\tau = 3{,}2$ с.

17.6. $\Delta m = 8{,}6 \cdot 10^{-27}$ кг.

17.7. На рис. 109 дан характер зависимости массы m электрона и отношения e/m от величины $\beta = v/c$.

17.8. $v = 2{,}6 \cdot 10^8$ м/с.

17.9. Имеем

$$W_к = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) = c^2\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0\right) = c^2(m - m_0),$$

откуда

$$W_к/m_0 = c^2(m - m_0)/m_0.$$

Обозначим $(m - m_0)/m_0 = k$; тогда $W_к = m_0c^2k$. По условию $k = 0{,}05$.
а) $W_к = 25{,}6$ кэВ; б) $W_к = 47$ МэВ; в) $W_к = 94$ МэВ.

17.10. $U = 1{,}1$ МВ.

17.11. $U = 510$ кВ.

17.12. Полная энергия мезона $W_п$ складывается из кинетической энергии мезона W и собственной энергии мезона W_0 (энергии покоя). При этом

$$W = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right), \quad W_0 = m_0c^2,$$

т. е.

$$W_п = W + W_0 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

По условию $W_п/W_0 = 10$, т. е. $1/\sqrt{1-\beta^2} = 10$; отсюда $\beta = v/c = 0{,}995$ и $v = 2{,}985 \cdot 10^8$ м/с.

17.13. $\beta = 86{,}6\%$.

17.14. $\beta = 99{,}6\%$.

17.15. $(l_0 - l)/l_0 = 91{,}5\%$.

17.16. $\beta = 0{,}9$.

17.18. $W_к = 8{,}2 \cdot 10^{-14}$ Дж.

17.19. $\Delta m = 4{,}6 \cdot 10^{-17}$ кг.

17.20. $\Delta W = 931$ МэВ.

17.21. $\Delta W = 8{,}2 \cdot 10^{-14}$ Дж.

17.22. $\Delta m_\mu = 3{,}2 \cdot 10^{-9}$ г/моль. Таким образом, в результате реакции получается не 18 г воды, а на $3{,}2 \cdot 10^{-9}$ г меньше. Эта величина лежит за пределами чувствительности самых точных весов. Такого же порядка изменение массы и при других химических реакциях. При ядерных реакциях изменение массы уже значительно (см. следующую задачу).

17.23. $\Delta m_\mu = 0{,}217$ г/моль.

17.24. $\tau = 7 \cdot 10^{12}$ лет.

§ 18. Тепловое излучение

18.1. $T = 1000$ К.

18.2. $N = 3{,}9 \cdot 10^{26}$ Вт.

18.3. $R'_э = 4{,}6$ кВт/м^2.

18.4. $T = 1000$ К.

18.5. $N = 2{,}22$ кВт; $k = 0{,}3$.

18.6. $T = 2500$ К.

18.7. $S = 0{,}4$ см^2.

18.8. $K = 1{,}37$ кВт/м^2.

18.9. $N = 3{,}1$ МВт.

18.10. $K = 595$ Вт/м^2.

18.11. $R_э = 73{,}5$ МВт/м^2.

18.12. $S = 6$ см^2.

18.13. а) $\lambda_m = 1$ мкм — инфракрасная область; б) $\lambda_m = 500$ нм — область видимого света; в) $\lambda_m \approx 300$ пм — область рентгеновских лучей.

18.14. По графику (рис. 64) находим, что длина волны, на которую приходится максимальная спектральная плотность энергетической светимости тела, $\lambda_m \approx 1{,}2$ мкм. Тогда по закону Вина получим $T = 2400$ К.

Процент излучаемой энергии, приходящейся на долю видимого спектра, определяется той долей площади, ограниченной кривой $r_\lambda = f(\lambda)$, которая отсекается ординатами, восставленными по краям интересующего нас интервала. Видимый спектр простирается приблизительно от 400 до 750 нм. Нанося кривую, изображенную

на рис. 64, на миллиметровку, найдем, что при данной температуре на долю видимого излучения приходится около 3—5% всего излучения.

18.15. В 3,6 раза.

18.16. $\lambda = 9{,}3$ мкм.

18.17. В 81 раз; от $\lambda_1 = 2{,}9$ мкм до $\lambda_2 = 0{,}97$ мкм; в 243 раза.

18.18. $T_2 = C_1 T_1/(\Delta\lambda T_1 + C_1) = 290$ К.

18.19. Увеличится в 1,06 раза.

18.20 $N \approx 0{,}84$ Вт.

18.21. $\Delta\lambda = 0{,}24$ мкм.

18.22. $\Delta m = \Delta W/c^2 = 1{,}4 \cdot 10^{17}$ кг; $\tau = 7 \cdot 10^{12}$ лет.

Глава VI

ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

§ 19. Квантовая природа света и волновые свойства частиц

19.1. а) $m = 3{,}2 \cdot 10^{-36}$ кг; б) $m = 8{,}8 \cdot 10^{-32}$ кг; в) $m = 1{,}8 \cdot 10^{-30}$ кг.

19.2. $\varepsilon = 1{,}15 \cdot 10^{-13}$ Дж; $m = 1{,}38 \cdot 10^{-30}$ кг; $p = 4{,}1 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с.

19.3. $N_1 = 6{,}2 \cdot 10^{18}$ с$^{-1}$; $N_2 = 1{,}2 \cdot 10^{19}$ с$^{-1}$; $N_3 = 1{,}1 \cdot 10^{19}$ с$^{-1}$; $N_4 = 5{,}9 \cdot 10^{18}$ с$^{-1}$; $N_5 = 4{,}6 \cdot 10^{18}$ с$^{-1}$; $N_6 = 5{,}1 \cdot 10^{18}$ с$^{-1}$.

19.4. $v = 9{,}2 \cdot 10^5$ м/с.

19.5. $v = 1{,}4$ км/с.

19.6. $\varepsilon = 0{,}51$ МэВ.

19.7. $E = pc/St = 150$ Дж/(с·м^2).

19.8. $T = 9800$ К.

19.9. $\lambda \geqslant 0{,}41$ пм.

19.10. $m = 2{,}1 \cdot 10^{-32}$ кг.

19.11. Имеем $h\nu = A + mv^2/2$. Для того чтобы возник фотоэффект, необходимо, чтобы $h\nu > A$, т. е. $\nu > A/h$. Но $\nu = c/\lambda$ и, следовательно, для возникновения фотоэффекта длина волны падающего света должна удовлетворять неравенству $\lambda < hc/A$. В опытах Столетова $\lambda \leqslant 295$ нм, откуда нетрудно найти, что $A = 4{,}2$ эВ.

19.12. $\lambda_0 = 517$ нм; $\lambda_0 = 540$ нм; $\lambda_0 = 620$ нм; $\lambda_0 = 660$ нм.

19.13. $\varepsilon = 4{,}5$ эВ.

19.14. $A = 4{,}5$ эВ; $v_{max} = 9{,}1 \cdot 10^5$ м/с; $W_{max} = 3{,}8 \cdot 10^{-19}$ Дж.

19.15. Так как фотоэффект начинается при частоте $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14}$ Гц, то работа выхода электрона $A = h\nu_0 = 2{,}48$ эВ. Далее, имеем $h\nu = A + mv^2/2$. Чтобы задержать вылетающие электроны, необходимо приложить разность потенциалов U; при этом $eU = mv^2/2$. Таким образом, $h\nu = A + eU$, откуда $\nu = (A + eU)/h = 13{,}2 \cdot 10^{14}$ Гц.

19.16. $U = 1{,}75$ В.

19.17. $\lambda = 204$ нм; $\lambda_0 = 234$ нм.

19.18. $p_{max}=3{,}45\cdot10^{-25}$ кг·м/с.

19.19. $h=6{,}6\cdot10^{-34}$ Дж·с.

19.20. $U=\dfrac{h\nu-A}{e}+U_0=1{,}5$ В; $v=\sqrt{\dfrac{2}{m}(h\nu-A+eU_0)}=$ $=7{,}3\cdot10^5$ м/с.

19.21. $\lambda_0\leqslant 254$ им.

19.22. Световое давление $P=F/S$, где F — сила светового давления на кружок поверхностью S. Но $F=M/l=k\alpha/l$, где M — момент кручения нити, l — расстояние от центра кружка до оси вращения, α — угол поворота кружка. Для того чтобы зайчик по шкале, удаленной от зеркала на расстояние b, отклонился на величину a, надо, чтобы угол поворота зеркальца удовлетворял условию $\operatorname{tg}2\alpha=a/b$, или при малых углах $\operatorname{tg}2\alpha\approx2\alpha=a/b$. Таким образом, $\alpha=a/2b$ и $P=ka/2lbS=3{,}85$ мкПа; $E=770$ Дж/(с·м^2).

19.23. $P=0{,}355$ мкПа; $N=2{,}1$ мВт.

19.24. $I=1{,}2\cdot10^{21}$ с$^{-1}\cdot$м$^{-2}$; $F_1\Delta\tau=1{,}42$ мкН·с/м^2, $F_2\Delta\tau=$ $=2{,}13$ мкН·с/м^2; $F_3\Delta\tau=2{,}84$ мкН·с/м^2.

19.25. $P=4{,}5$ мкПа; $m=7{,}8\cdot10^{-16}$ кг.

19.26. $P=10{,}4$ мкПа.

19.27. $P_1=0{,}7$ мкПа; $P_2=0{,}35$ мкПа.

19.28. $I=2{,}9\cdot10^{21}$ с$^{-1}\cdot$м$^{-2}$.

19.29. а) $\Delta\lambda=2{,}42$ пм, $\lambda=\lambda_0+\Delta\lambda=73{,}22$ пм; б) $\Delta\lambda=4{,}8$ пм, $\lambda=75{,}6$ пм.

19.30. $\lambda_0=24{,}2$ пм.

19.31. $\Delta\lambda=2{,}42$ пм; $W_e=hc\,\Delta\lambda/(\lambda_0\lambda)=6{,}6$ кэВ, $p_e=4{,}4\times$ $\times10^{-23}$ кг·м/с.

19.32. $W=0{,}26$ МэВ; $p=9{,}3\cdot10^{-12}$ кг·м/с.

19.33. $W_e=0{,}1$ МэВ.

19.34. $\lambda_1=1{,}23$ им; $\lambda_2=0{,}123$ нм.

19.35. $\lambda_1=29$ пм; $\lambda_2=2{,}9$ пм.

19.36. а) $\lambda=730$ пм; б) $\lambda=144$ пм; в) $\lambda=6{,}6\cdot10^{-29}$ м, т. е. волновые свойства шарика обнаружить невозможно.

19.37. а) $\lambda=12{,}2$ пм; б) $\lambda=0{,}87$ пм.

19.38. $m=1{,}67\cdot10^{-27}$ кг.

19.39.

v, 10^8 м/с	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
λ, пм	2,70	2,25	1,82	1,39	0,925

19.40. $\lambda=10$ пм.

19.41. $\lambda=180$ пм.

§ 20. Атом Бора. Рентгеновские лучи

20.1. $r_1 = 53$ пм, $r_2 = 212$ пм, $r_3 = 477$ пм; $v_1 = 2{,}19 \cdot 10^6$ м/с, $v_2 = 1{,}1 \cdot 10^6$ м/с, $v_3 = 7{,}3 \cdot 10^5$ м/с.

20.2. $W_к = me^4/8\varepsilon_0^2 h^2 k^2 = 13{,}6$ эВ; $W_п = -2W_к = -27{,}2$ эВ; $W = W_к + W_п = -13{,}6$ эВ.

20.3. $W_{к1} = 13{,}6$ эВ; $W_{к2} = 3{,}40$ эВ; $W_{к3} = 1{,}51$ эВ; $W_{к4} = 0$.

20.4. $T = 1{,}43 \cdot 10^{-16}$ с; $\omega = 4{,}4 \cdot 10^{16}$ рад/с.

20.5. Длины волн спектральных линий водорода всех серий определяются формулой

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right); \qquad (1)$$

при $k = 1$, $n = 2, 3, 4, \ldots$ — серия Лаймана в ультрафиолетовой области;

при $k = 2$, $n = 3, 4, 5, \ldots$ — серия Бальмера в видимой области;

при $k = 3$, $n = 4, 5, 6, \ldots$ — серия Пашена
при $k = 4$, $n = 5, 6, 7, \ldots$ — серия Брекетта
при $k = 5$, $n = 6, 7, 8, \ldots$ — серия Пфунда
} в инфракрасной области.

Таким образом, видимая область спектра соответствует значениям $k = 2$ и $n = 3, 4, 5, \ldots$ Очевидно, наименьшая длина волны спектральных линий этой серии будет при $n = \infty$. Тогда из (1) имеем $1/\lambda_{min} = R/4$, или $\lambda_{min} = 4/R = 365$ нм (с точностью до третьей значащей цифры). Наибольшая длина волны соответствует $n = 3$; при этом $\lambda_{max} = 656$ нм.

20.6. $\lambda_{max} = 121$ нм; $v_{min} = 1{,}90 \cdot 10^6$ м/с.

20.7. Потенциал ионизации U_i атома определяется уравнением $eU_i = A_i$, где A_i — работа удаления электрона с нормальной орбиты в бесконечность. Для атома водорода

$$A_i = h\nu = hRc\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right).$$

При $k = 1$ и $n = \infty$ работа $A_i = hRc$ и потенциал ионизации $U_i = A_i/e = hRc/e = 13{,}6$ В.

20.8. $U_1 = 10{,}2$ В.

20.9. Все линии всех серий спектра водорода появятся при ионизации атома водорода. Это будет при энергии электронов $W_{min} = 13{,}6$ эВ (см. решение 20.7); $v_{min} = \sqrt{2eU_i/m} = 2{,}2 \cdot 10^6$ м/с.

20.10. Энергия, необходимая для перевода атома в первое возбужденное состояние, $W_1 = 10{,}2$ эВ (см. решение 20.8). Энергия, необходимая для перевода атома во второе возбужденное состояние ($k = 1$, $n = 3$), $W_2 = 12{,}1$ эВ. Таким образом, спектр водорода будет иметь только одну спектральную линию, если энергия бомбардирующих электронов лежит в интервале $10{,}2 \leqslant W \leqslant 12{,}1$ эВ.

20.11. $W_{min} = 12{,}1$ эВ; $\lambda_1 = 121$ нм; $\lambda_2 = 103$ нм; $\lambda_3 = 656$ нм.

20.12. $97{,}3 \leqslant \lambda \leqslant 102{,}6$ нм.

20.13. $\Delta W = 2{,}56$ эВ.

20.14. $97{,}3 \leqslant \lambda \leqslant 102{,}6$ нм.

20.15. С $n=3$ на $k=2$.

20.16. $\lambda = 0{,}33$ нм.

20.17. $r_1 = 26{,}6$ пм; $v_1 = 4{,}37 \cdot 10^6$ м/с.

20.18. а) $U_1 = 40{,}8$ В; б) $U_1 = 91{,}8$ В.

20.19. а) $U_i = 54$ В; б) $U_i = 122$ В.

20.20. $\lambda = 30{,}4$ нм.

20.21. $\lambda = 13{,}5$ нм.

20.22. $\lambda = 589$ нм.

20.23. $U = 2{,}1$ В.

20.24. $\lambda = 254$ им.

20.25. Наименьший угол соответствует спектру первого порядка, т. е. $\lambda = 2d \sin \varphi$, откуда $\sin \varphi = \lambda/2d = 0{,}033$ и $\varphi = 1°54'$.

20.26. Молярный объем каменной соли $V = \mu/\rho$. В этом объеме имеется $2N_A$ ионов, где N_A — постояниая Авогадро. Тогда объем, приходящийся на один ион, $V_1 = \mu/2\rho N_A$. Следовательно, расстояние d между ионами (постояниая решетки) найдется из условия $V_1 = d^3$, т. е.

$$d = \sqrt[3]{V_1} = \sqrt[3]{\mu/2\rho N_A} = 281 \text{ пм}.$$

20.27. При увеличении разности потенциалов U, приложенной к электродам рентгеновской трубки, появляется спектральная линия в спектре первого порядка, длина волны которой λ удовлетворяет уравиению

$$eU = h\nu = hc/\lambda. \tag{1}$$

Но по формуле Вульфа — Брэгга

$$\lambda = 2d \sin \varphi. \tag{2}$$

Из (1) и (2) находим

$$h = \frac{eU\lambda}{c} = \frac{eU \cdot 2d}{c} \sin \varphi = 6{,}6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

20.28. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

20.29. $\lambda_1 = 41{,}3$ пм; $\lambda_2 = 31$ пм; $\lambda_3 = 24{,}8$ пм.

20.30. $\lambda = 27$ пм.

20.31. $U = 770$ кВ.

20.32. Все линии K-серии (а также линии остальных серий) появятся одновременно, как только будет удален электрон с K-орбиты атома. Для этого надо приложить разность потенциалов U, удовлетворяющую соотношению

$$eU = h\nu = hc/\lambda,$$

где λ — длина волны, соответствующая переходу бесконечно удаленного электрона на K-орбиту, т. е. длина волны, определяющая границу

K-серии. Для нашего случая длина волны λ равна (см. табл. XIX): а) 138 пм; б) 48,4 пм; в) 17,8 пм; г) 15,8 пм. Искомая разность потенциалов найдется по формуле $U = hc/e\lambda$. Подставляя числовые данные, получим следующие значения для разности потенциалов U: а) 9 кВ; б) 25,3 кВ; в) 69 кВ; г) 79 кВ.

20.33. Имеем

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z-b)^2\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right). \qquad (1)$$

Наибольшая длина волны K-серии соответствует линии K_α. При этом в формуле (1) мы должны положить $b=1$, $k=1$, $n=2$. Решая формулу (1) относительно λ и подставляя числовые данные, получим значения λ, равные: а) 194 пм; б) 155 пм; в) 72 пм; г) 57,4 пм; д) 23,4 пм; е) 22,8 пм; ж) 20,5 пм. Экспериментально найденные значения длин волн λ линии K_α следующие: а) 194 пм; б) 154 пм; в) 71,2 пм; г) 56,3 пм; д) 22 пм; е) 21,4 пм; ж) 19 пм.

20.34. Переход электрона с M- на L-слой соответствует значениям $k=2$ и $n=3$; порядковый номер вольфрама в таблице Менделеева $Z=74$. Подставляя эти числовые данные в формулу Мозли, найдем $b=5{,}5$.

20.35. $Z=40$ (*цирконий*).

20.36. $N_0/N = \mu D_э/N_A e = 3{,}5\cdot 10^{-10}$.

20.37. $N = 1{,}6\cdot 10^{14}\ \text{с}^{-1}\cdot\text{кг}^{-1}$.

20.38. $I_н = 2{,}7\cdot 10^{-16}$ А.

20.39. $x_{1/2} = 0{,}5$ мм.

20.40. В 3,7 раза.

20.41. $x_{1/2} = 80$ мкм.

20.42. См. таблицу; $\lambda = 1{,}24$ пм.

Вещество	Вода	Алюминий	Железо	Свинец
μ, м^{-1}	6,7	16	44	77
$\mu_м$, $10^{-3}\ \text{м}^2/\text{кг}$	6,7	6,2	5,6	6,8

20.43. $n = \ln 80/\ln 2 = 6{,}35$.

§ 21. Радиоактивность

21.1. Число атомов радиоактивного вещества, распадающихся за время dt, определяется формулой

$$dN = -\lambda N\, dt. \qquad (1)$$

Употреблять эту формулу для конечного промежутка времени Δt

можно только в случае, если число имеющихся атомов N можно считать за время Δt неизменным, т. е. когда промежуток времени Δt гораздо меньше периода полураспада $T_{1/2}$. В нашем случае (см. табл. XXII) период полураспада полония $T_{1/2} = 138$ сут; поэтому мы можем число распадающихся за время $\Delta t = 1$ сут атомов полония найти по формуле

$$|\Delta N| = \lambda N \Delta t = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N \Delta t = 5025 \text{ сут}^{-1}. \quad (2)$$

21.2. При решении данной задачи пользоваться приближенной формулой (2) из решения задачи 21.1 нельзя, так как период полураспада радона (см. табл. XXII) $T_{1/2} = 3{,}82$ сут. Для нахождения числа распадающихся за время $\Delta t = 1$ сут атомов радона надо пользоваться формулой $N = N_0 e^{-\lambda t}$. Тогда искомое число

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = N_0 (1 - e^{-\lambda t}) = 1{,}67 \cdot 10^5 \text{ сут}^{-1}.$$

Если же мы будем находить ΔN по приближенной формуле (2), то получим $\Delta N = 1{,}92 \cdot 10^5$ сут$^{-1}$, т. е. допустим ошибку порядка 10 %. Учащимся предлагается убедиться, что решения задачи 21.1 по формулам (1) и (2) приводят с точностью до третьей значащей цифры к одному и тому же ответу.

21.3. $a = 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Бк.

21.4. $m = 6{,}5 \cdot 10^{-9}$ кг.

21.5. $m = 0{,}22$ мг.

21.6. $\lambda = 2{,}1 \cdot 10^{-6}$ с$^{-1}$.

21.7. а) $a_m = 7{,}9 \cdot 10^7$ Бк/кг; б) $a_m = 5{,}7 \cdot 10^{18}$ Бк/кг.

21.8. $m = 3{,}5 \cdot 10^{-20}$ кг.

21.9. 53 отброса.

21.10. $t = 40$ сут.

21.11. Процентная доля радиоактивности, вносимая каждым из изотопов в общую радиоактивность природного урана, определится отношением числа распадов в единицу времени каждого изотопа к общему числу распадов в единицу времени природного урана. Обозначим через m массу природного урана. Тогда массы изотопов будут равны соответственно $m_1 = 6 \cdot 10^{-5} m$, $m_2 = 7{,}1 \cdot 10^{-3} m$ и $m_3 = 99{,}28 \cdot 10^{-2} m$. Число распадов в единицу времени, даваемое изотопом, будет равно

$$\Delta N_1 = \frac{\ln 2}{T_1} N_1 \Delta t = \frac{\ln 2 N_A m_1 \Delta t}{T_1 A_1},$$

$$\Delta N_2 = \frac{\ln 2 N_A m_2 \Delta t}{T_2 A_2}, \quad \Delta N_3 = \frac{\ln 2 N_A m_3 \Delta t}{T_3 A_3},$$

где N_A — постоянная Авогадро, T_i — период полураспада изотопа (индекс 1/2 у T опущен), A_i — его молярная масса. Отсюда искомое

отношение для каждого из изотопов будет равно

$$x_i = \frac{\Delta N_i}{\Delta N_1 + \Delta N_2 + \Delta N_3} = \frac{m_i / A_i T_i}{m_1/A_1T_1 + m_2/A_2T_2 + m_3/A_3T_3}.$$

Подставляя числовые данные, нетрудно убедиться, что вся радиоактивность природного урана обусловлена изотопом $^{238}_{92}U$, радиоактивность же изотопов $^{235}_{92}U$ и $^{234}_{92}U$ исчезающе мала.

21.12. $v = 1{,}52 \cdot 10^7$ м/с. Полная энергия W, выделяющаяся при вылете α-частицы, равна сумме кинетической энергии α-частицы W_1 и кинетической энергии W_2 остаточного ядра:

$$W = W_1 + W_2. \qquad (1)$$

Кроме того, имеет место закон сохранения импульса. Так как до распада импульс системы был равен нулю, то после распада

$$m_1 v_1 = m_2 v_2. \qquad (2)$$

Из (2) нетрудно получить

$$(m_1 v_1)^2 = \frac{m_1 v_1^2 2 m_1}{2} = W_1 2 m_1 = (m_2 v_2)^2 = \frac{m_2 v_2^2}{2} 2 m_2 = 2 m_2 W_2.$$

Тогда из (1) имеем

$$W = W_1 + \frac{2 m_1 W_1}{2 m_2} = W_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = W_1 \frac{m_2 + m_1}{m_2} = 4{,}87 \text{ МэВ}.$$

21.13. а) $Q = 0{,}12$ кДж; б) $Q = 16$ кДж.

21.14. $Q_\mu = 5{,}2 \cdot 10^{12}$ Дж/моль.

21.15. $a = 2{,}8 \cdot 10^8$ Бк.

21.16. $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

21.17. $m = 4{,}8 \cdot 10^{-9}$ кг.

21.18. $t = 12{,}6$ сут. На рис. 110 дан характер зависимости $N/N' = f(t)$.

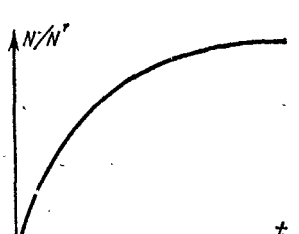


Рис. 110.

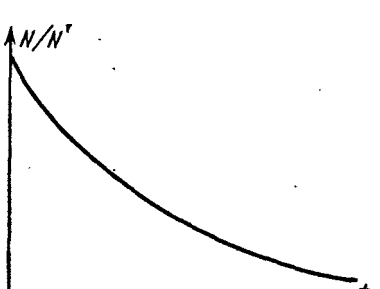


Рис. 111.

21.19. На рис. 111 дан характер зависимости $N/N' = f(t)$. Период полураспада найдется как абсцисса такой точки кривой, орди-

ната которой равна 0,5. Для нашего случая из кривой $N/N' = f(t)$, начерченной с нанесением масштаба, можно найти $T_{1/2} = 3{,}8$ сут.

21.20. $T_{1/2} \approx 4$ ч.

21.21. $t = 10{,}4$ сут.

21.22. Имеем

$$N_{\text{св}} = N_{\text{ур}}\left[1 - \exp\left(-\frac{0{,}693t}{T_{\text{ур}}}\right)\right], \quad \frac{m_{\text{св}}}{A_{\text{св}}} = \frac{m_{\text{ур}}}{A_{\text{ур}}}\left[1 - \exp\left(-\frac{0{,}693t}{T_{\text{ур}}}\right)\right],$$

где A_i — молярная масса изотопа (индекс 1/2 у T_i опущен). Отсюда $t = 3 \cdot 10^9$ лет.

21.23. $N = 2{,}8 \cdot 10^6$.

21.24. $m = 7 \cdot 10^3$ кг.

21.25. $I = 1{,}1 \cdot 10^{-7}$ кд.

21.26. 63,2%.

21.27. $a = 1{,}67 \cdot 10^8$ Бк.

21.28. $a_m = 5{,}25 \cdot 10^{15}$ Бк/кг.

21.29. До смешения удельная активность изотопа

$$a_{m1} = \frac{\Delta N}{m_1 \Delta t} = \frac{\lambda N}{m_1} = \frac{\ln 2 N_A m_1}{T A_1 m_1} = \frac{\ln 2 N_A}{T A_1}; \qquad (1)$$

после смешения

$$a_{m2} = \frac{\Delta N}{(m_1 + m_2)\,\Delta t} = \frac{\ln 2 N_A m_1}{T A_1 (m_1 + m_2)}, \qquad (2)$$

где A_1 — молярная масса радиоактивного изотопа (индекс 1/2 у T опущен). Из (1) и (2) получим

$$\Delta a_m = \frac{\ln 2 N_A}{T A_1}\left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) = \frac{\ln 2 N_A m_2}{T A_1 (m_1 + m_2)} = 4{,}9 \cdot 10^{17} \text{ Бк/кг}.$$

21.30. $m_2 = 11$ мг.

21.31. $^{216}_{84}\text{Po}$.

21.32. $^{226}_{88}\text{Ra}$.

21.33. $^{235}_{92}\text{U}$.

21.34. $^{4}_{2}\text{He}$.

21.35. $^{133}_{55}\text{Cs}$.

21.36. а) $v = 1{,}92 \cdot 10^7$ м/с; б) $W = 7{,}83$ МэВ (см. решение 21.12); в) $N = 2{,}26 \cdot 10^5$; г) $I_{\text{н}} = 1{,}33 \cdot 10^{-9}$ А.

§ 22. Ядерные реакции

22.1. а) 12 протонов и 12 нейтронов; б) 12 протонов и 13 нейтронов; в) 12 протонов и 14 нейтронов.

22.2. Имеем $\Delta m = Z m_{^1_1\text{H}} + (A - Z)\, m_n - m_A$. У нас (см. табл. XXI)

$$\Delta m = (3 \cdot 1{,}00783 + 4 \cdot 1{,}00867 - 7{,}01600) \text{ а. е. м.} = 0{,}04217 \text{ а. е. м.}$$

Так как массе 1 а. е. м. соответствует энергия 931 МэВ (см. задачу 17.20),

то окончательно энергия связи ядра $^{7}_{3}\mathrm{Li}$ будет равна $W=0{,}04217\times$ $\times 931$ МэВ $=39{,}3$ МэВ. Эту энергию надо затратить, чтобы расщепить ядро $^{7}_{3}\mathrm{Li}$ на нуклоны.

22.3. $W=28{,}3$ МэВ.

22.4. $W=225$ МэВ.

22.5. а) $W=8{,}5$ МэВ; б) $W=7{,}7$ МэВ. Ядро $^{3}_{1}\mathrm{H}$ более устойчиво, чем ядро $^{3}_{2}\mathrm{He}$.

22.6. $W_0=7{,}97$ МэВ.

22.7. $W=2{,}2$ МэВ.

22.8. а) $W=5{,}6$ МэВ; б) $W=7{,}5$ МэВ; в) $W=8{,}35$ МэВ; г) $W=$ $=8{,}55$ МэВ; д) $W=8{,}75$ МэВ; е) $W=8{,}5$ МэВ; ж) $W=7{,}9$ МэВ; з) $W=7{,}6$ МэВ.

22.9. Имеем $Q=c^2\left(\sum m_1-\sum m_2\right)$. Сумма масс исходных частиц

$$\sum m_1=(7{,}01600+1{,}00783)\text{ а. е. м.}=8{,}02383\text{ а. е. м.}$$

Сумма масс образовавшихся частиц

$$\sum m_2=(4{,}00260+4{,}00260)\text{ а. е. м.}=8{,}00520\text{ а. е. м.}$$

Таким образом, дефект масс $\Delta m=0{,}01863$ а. е. м. Следовательно, при реакции выделяется энергия $Q=0{,}01863\cdot 931$ МэВ $=17{,}3$ МэВ.

22.10. $Q=1{,}18$ МэВ.

22.11. а) $Q=4{,}04$ МэВ; б) $Q=3{,}26$ МэВ.

22.12. а) $Q=18{,}3$ МэВ; б) $Q=22{,}4$ МэВ; в) $Q=4{,}02$ МэВ.

22.13. $M=570$ т.

22.15. $Q=15$ МэВ.

22.16. $Q=4{,}35$ МэВ.

22.17. $^{14}_{7}\mathrm{N}+^{1}_{0}n\longrightarrow{}^{14}_{6}\mathrm{C}+^{1}_{1}\mathrm{H}$; $^{14}_{6}\mathrm{C}\longrightarrow{}^{0}_{-1}e+{}^{14}_{7}\mathrm{N}$.

22.18. $a_m=1{,}1\cdot 10^{23}$ Бк/кг.

22.19. $T_{1/2}=15$ ч.

22.20. $Q_1=5{,}35\cdot 10^{22}$ МэВ; $Q_2=3{,}6\cdot 10^{29}$ МэВ. Таким образом, $Q_2/Q_1=7\cdot 10^{6}$, т. е., чтобы осуществить это превращение, надо затратить энергии приблизительно в 7 млн. раз больше, чем выделится при этой реакции.

22.21. $m=6{,}015$ а. е. м.

22.22. В результате проведенного цикла четыре ядра водорода превращаются в одно ядро гелия. Углерод, ведущий себя как химический катализатор, может использоваться снова. Нетрудно найти, что в результате этого цикла освобождается энергия $4{,}3\cdot 10^{-12}$ Дж. С другой стороны, зная солнечную постоянную и расстояние от Земли до Солнца, найдем, что Солнце излучает в единицу времени энергию $Q_{Ct}=3{,}8\cdot 10^{26}$ Дж/с. Если превращение четырех атомов водорода дает энергию $4{,}3\cdot 10^{-12}$ Дж, то для излучения энергии $Q_{Ct}=$ $=3{,}8\cdot 10^{26}$ Дж/с необходимо расходовать в единицу времени массу водорода $m_t=5{,}9\cdot 10^{11}$ кг/с. Так как масса Солнца $m_C=2\cdot 10^{30}$ кг,

то запас водорода в солнечном веществе $m = 2 \cdot 10^{30} \cdot 0{,}35$ кг $= 7 \cdot 10^{29}$ кг. Следовательно, данного запаса водорода хватит на время $t = 4 \cdot 10^{10}$ лет.

22.23. $m = 1{,}00867$ а. е. м.

22.25. По определению

$$k_1 = N_1/N_2, \qquad (1)$$

где N_1 — число происшедших актов ядерного превращения за некоторый промежуток времени и N_2 — число частиц, бомбардирующих мишень за этот промежуток времени. С другой стороны, так как активность изотопа определяется числом распадов в единицу времени ($a_1 = \lambda N_1$), то

$$k_2 = \lambda \frac{N_1}{N_2} = \frac{\ln 2 N_1}{T_{1/2} N_2}, \qquad (2)$$

где $T_{1/2}$ — период полураспада образовавшегося радиоактивного изотопа. Таким образом, из (1) и (2) получим

$$k_2 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} k_1.$$

22.26. $k_1 = 1/500$, т. е. только один протон из 500 вызывает реакцию.

22.27. $k_1 = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$.

22.28. Непосредственно после изготовления источник дает в единицу времени число распадов $a_1 = (\Delta N/\Delta t)_1 = \lambda N_1$; спустя время t число распадов в единицу времени $a_2 = (\Delta N/\Delta t)_2 = \lambda N_2$, где $N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$. Отсюда, учитывая, что только одна α-частица из $n = 4000$ вызывает реакцию, находим число атомов радона, введенного в источник:

$$N' = nN_1 = \frac{nN_2}{e^{-\lambda t}} = nN_2 e^{\lambda t}.$$

Тогда масса радона

$$m = \frac{\mu N'}{N_A} = \frac{\mu}{N_A} nN_2 e^{\lambda t} = \frac{\mu n e^{\lambda t} a_2}{N_A \lambda} = 2{,}1 \cdot 10^{-9} \text{ кг}.$$

22.29. $a_2 = 9{,}3 \cdot 10^6$ с$^{-1}$.

22.30. $Q = 6{,}9$ МэВ; $k_2 = 5{,}77 \cdot 10^{-12}$ Бк.

22.31. Обозначим (рис. 112) m_1, m_2 и m_3 — массы бомбардирующей α-частицы, протона и ядра отдачи (в нашем случае ядра кислорода); W_1, W_2 и W_3 — их кинетические энергии. Если ядро азота (m) неподвижно, то закон сохранения энергии запишется так:

$$W_1 + Q = W_2 + W_3, \qquad (1)$$

где Q — энергия реакции. Закон сохранения импульса в векторной форме имеет вид

$$\boldsymbol{p}_1 = \boldsymbol{p}_2 + \boldsymbol{p}_3. \qquad (2)$$

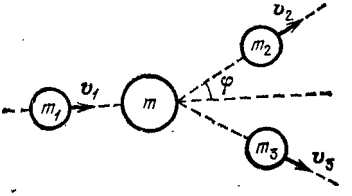


Рис. 112.

Из (2) имеем для импульсов (рис. 112)

$$p_3^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2\cos\varphi. \qquad (3)$$

Так как

$$p^2 = (mv)^2 = \frac{mv^2}{2}\cdot 2m = 2mW, \qquad (4)$$

то уравнение (3) примет вид

$$2m_3W_3 = 2m_1W_1 + 2m_2W_2 - 2\cos\varphi\sqrt{2m_1W_1\cdot 2m_2W_2},$$

или

$$W_3 = \frac{m_1}{m_3}W_1 + \frac{m_2}{m_3}W_2 - \frac{2\cos\varphi}{m_3}\sqrt{m_1m_2W_1W_2}. \qquad (5)$$

Исключая из (1) и (5) энергию W_3, получим формулу, связывающую кинетическую энергию бомбардирующих α-частиц с кинетической энергией протонов:

$$W_1\left(\frac{m_3 - m_1}{m_3}\right) + Q = W_2\left(\frac{m_2 + m_3}{m_3}\right) - \frac{2\cos\varphi}{m_3}\sqrt{m_1m_2W_1W_2}. \qquad (6)$$

Здесь $Q = -1{,}18$ МэВ. Решая (6) относительно $\cos\varphi$ и подставляя числовые данные, найдем

$$\cos\varphi = \frac{m_2 + m_3}{2}\sqrt{\frac{W_2}{m_1m_2W_1}} - \frac{m_3 - m_1}{2}\sqrt{\frac{W_1}{m_1m_2W_2}} - \frac{m_3Q}{2\sqrt{m_1m_2W_1W_2}} = 0{,}849, \quad \text{или} \quad \varphi = 32°.$$

22.32. $W_2 = 11{,}3$ МэВ; $\varphi \approx 90°$.

22.33. $Q = -0{,}78$ МэВ — реакция идет с поглощением энергии; $W = |Q|(m_1 + m_2)/m_1 = 1{,}04$ МэВ, где m_1 — масса покоящегося ядра и m_2 — масса бомбардирующей частицы.

22.34. $W = 1{,}52$ МэВ.

22.35. $W = 1{,}89$ МэВ.

22.36. $Q = -0{,}30$ МэВ, $W = 0{,}35$ МэВ; $W' = W + Q = 0{,}05$ МэВ.

22.37. $Q = 2{,}8$ МэВ; $v = 9{,}3\cdot 10^6$ м/с; $W = 1{,}8$ МэВ.

22.38. $W_1 = 1$ МэВ.

22.39. $h\nu = 2{,}2$ МэВ.

22.40. $h\nu = 16{,}6$ МэВ.

22.41. $W = 2{,}3\cdot 10^4$ кВт·ч.

22.42. $m = 31$ г.

22.43. $Q = 17{,}6$ МэВ; $W = 11{,}8\cdot 10^4$ кВт·ч.

§ 23. Элементарные частицы. Ускорители частиц

23.1. а) $N = 2{,}2\cdot 10^{16}$; б) $N = 1{,}1\cdot 10^{16}$.

23.2. $m = 12$ а. е. м. (графит).

23.3. 92%.

23.4. а) $\approx 100\%$; б) 1,9%, т. е. в слое свинца нейтроны тормозятся значительно слабее, чем в соответствующем слое вещества, содержащего водород (например, парафина).

23.5. Направление скорости v нейтрона, налетающего на неподвижный протон, является биссектрисой прямого угла, под которым разлетаются частицы. При этом скорости этих частиц одинаковы и равны $v' = v\sqrt{2}/2$. Следовательно, энергия распределится в среднем поровну между нейтроном и протоном.

23.6. При каждом столкновении кинетическая энергия нейтрона уменьшается наполовину (см. решение 23.5). Следовательно, после n столкновений энергия нейтрона будет $W = (1/2)^n W_0$. Отсюда $n \lg 2 = \lg (W_0/W) = \lg (2 \cdot 10^7)$ и $n = \lg (2 \cdot 10^7)/\lg 2 = 24$.

23.7. $q = 2e = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл.

23.8. $q/m = 4{,}8 \cdot 10^7$ Кл/кг.

23.9. $m = 1{,}23 \cdot 10^{-30}$ кг; $v = 2{,}02 \cdot 10^8$ м/с; $W = 1{,}8 \cdot 10^5$ эВ; $e/m = 1{,}3 \cdot 10^{11}$ Кл/кг; $v' = 2{,}52 \cdot 10^8$ м/с.

23.10. По условию $W/W_0 = 1/\sqrt{1-\beta^2} = 30$, откуда $v = 2{,}998 \cdot 10^8$ м/с. Время жизни движущегося мезона по лабораторным часам $\tau = \tau_0/\sqrt{1-\beta^2} = 30\tau_0$. За это время мезон пройдет расстояние $l = v\tau = v \cdot 30\tau_0 \approx 18$ км.

23.11. В 8 раз.

23.12. $W = 0{,}51$ МэВ; $\lambda = 2{,}4$ пм.

23.13. Если фотон с энергией $h\nu$ превращается в пару частиц, то по закону сохранения энергии

$$h\nu = 2m_0c^2 + W_1 + W_2,$$

где m_0c^2 — энергия покоя каждой частицы, W_1 и W_2 — кинетические энергии частиц в момент их возникновения. У нас $m_0c^2 = 0{,}51$ МэВ; следовательно, $2m_0c^2 = 1{,}02$ МэВ. Тогда $W_1 + W_2 = (2{,}62 - 1{,}02)$ МэВ $= 1{,}60$ МэВ.

23.14. Сила Лоренца $Bqv = mv^2/R$, откуда $B = mv/qR$. Согласно теории относительности импульс частицы $p = mv$ связан с ее кинетической энергией W соотношением

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{W(W + 2m_0c^2)},$$

где m_0 — масса покоя частицы. Отсюда

$$B = \frac{1}{cqR}\sqrt{W(W + 2m_0c^2)}. \qquad (1)$$

Нетрудно показать (см. решение 23.13), что кинетическая энергия каждой частицы $W = 2{,}34$ МэВ. Подставляя в (1) числовые данные, получим $B = 0{,}31$ Тл.

23.15. $h\nu = 67{,}5$ МэВ.

23.16. $h\nu = 940$ МэВ.

23.17. $m_0(\pi) = 273m_0$, где m_0 — масса покоя электрона; $v = 2{,}48 \cdot 10^8$ м/с.

23.18. $\nu = Bq/2\pi m$; $\nu_1 = 9{,}7$ МГц, $\nu_2 = 19{,}4$ МГц, $\nu_3 = 9{,}7$ МГц.

23.19. $W = 2\pi^2 m \nu^2 R^2$; $W_1 = 13{,}8$ МэВ, $W_2 = 6{,}9$ МэВ, $W_3 = 27{,}6$ МэВ.

23.20. $B = 0{,}9$ Тл; $W = 4{,}8$ МэВ.

23.21. а) $B = 1{,}8$ Тл, $W = 9{,}6$ МэВ; б) $B = 1{,}8$ Тл, $W = 19{,}2$ МэВ.

23.22. Масса $m = 1$ г радия испускает в единицу времени число α-частиц $n_1 = 3{,}7 \cdot 10^{10}$ с$^{-1}$. Ток $I = 15$ мкА соответствует потоку α-частиц $n_2 = 4{,}7 \cdot 10^{13}$ с$^{-1}$. Таким образом, данный циклотрон продуктивнее массы $m = 1$ г радия более чем в тысячу раз.

23.23. $U = R^2 B^2 q/2m = 12$ МВ.

23.24. $R = 36$ см.

23.25. Для дейтонов и α-частиц $B = 1{,}3$ Тл; для протонов $B = 0{,}65$ Тл. Для дейтонов, протонов и α-частиц $v = 3{,}13 \cdot 10^7$ м/с. Для дейтонов $W = 10{,}2$ МэВ; для протонов $W = 5{,}1$ МэВ; для α-частиц $W = 20{,}4$ МэВ.

При каждом полном обороте заряженная частица проходит дважды пространство между дуантами и, следовательно, дважды получит добавочный импульс. Поэтому при n оборотах заряженная частица приобретает энергию, эквивалентную ускоряющему потенциалу $U' = 2nU$, где U — разность потенциалов, приложенная между дуантами. Отсюда $n = U'/2U$. Для дейтонов и α-частиц $n = 68$; для протонов $n = 34$.

23.26. $W = 188$ МэВ.

23.27. $m/m_0 = 1{,}1$; $\beta = v/c = 0{,}44$ и $v = 1{,}32 \cdot 10^8$ м/с.

23.28. $B = 2\pi m_0 \nu_0/q = 2\pi m\nu/q = 1{,}62$ Тл. Так как $\nu_0/\nu = m/m_0 = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, то

$$W = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) = \frac{m_0c^2(\nu_0 - \nu)}{\nu} = 300 \text{ МэВ}.$$

23.29. а) $T/T_0 = 1{,}7$; б) $T/T_0 = 1{,}9$.

ПРИЛОЖЕНИЯ

I. Связь между рационализованными и нерационализованными уравнениями электромагнитного поля

Уравнения электромагнитного поля в рационализованной форме можно получить из уравнений в нерационализованной форме следующими преобразованиями:

1. Диэлектрическая проницаемость ε, входящая в нерационализованные уравнения, заменяется величиной

$$4\pi\varepsilon' = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon,$$

где ε_0 — электрическая постоянная, ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды.

2. Магнитная проницаемость μ, входящая в нерационализованные уравнения, заменяется величиной

$$\frac{\mu'}{4\pi} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi},$$

где μ_0 — магнитная постоянная, μ — относительная магнитная проницаемость среды.

3. Электрическое смещение $D = \varepsilon E$, входящее в нерационализованные уравнения, заменяется величиной

$$4\pi D = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon E.$$

4. Напряженность магнитного поля $H = B/\mu$, входящая в нерационализованные уравнения, заменяется величиной

$$4\pi H = 4\pi\frac{B}{\mu_0\mu}.$$

Все уравнения, в которых отсутствуют величины ε, μ, D и H, имеют один и тот же вид и в нерационализованной, и в рационализованной форме.

Осуществляя указанные выше преобразования, нетрудно составить таблицу, в которой сопоставлены важнейшие уравнения §§ 9 и 11 гл. III в нерационализованной и в рационализованной формах.

Учащимся предлагается, осуществляя указанные выше преобразования, дополнить эту таблицу не вошедшими в нее формулами §§ 9 и 11 гл. III. Нетрудно убедиться, что все уравнения, приведенные в § 10 гл. III, имеют один и тот же вид в рационализованной и нерационализованной формах.

	Нерационализованная форма (система СГС)	Рационализованная форма (система СИ)
Закон Кулона	$F=\frac{q_1q_2}{\varepsilon r^2}$	$F=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$
Напряженность электрического поля	$E=\frac{F}{q}$	$E=\frac{F}{q}$
Напряженность поля точечного заряда	$E=\frac{q}{\varepsilon r^2}$	$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$
Теорема Гаусса	$N_B=\frac{4\pi}{\varepsilon}\sum q;$ $N_D=4\pi\sum q$	$N_B=\frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon}\sum q;$ $N_D=\sum q$
Напряженность поля заряженной нити	$E=\frac{2\tau}{\varepsilon r}$	$E=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$
Напряженность поля заряженной плоскости	$E=\frac{2\pi\sigma}{\varepsilon}$	$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$
Напряженность поля плоского конденсатора	$E=\frac{4\pi\sigma}{\varepsilon}$	$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$
Разность потенциалов	$U=\frac{A}{q}$	$U=\frac{A}{q}$
Потенциал поля точечного заряда	$U=\frac{q}{\varepsilon r}$	$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$
Зависимость между напряженностью поля и потенциалом	$E=-\frac{dU}{dr}$	$E=-\frac{dU}{dr}$
То же для однородного поля	$E=-\frac{U}{d}$	$E=-\frac{U}{d}$
Зависимость между емкостью, зарядом и потенциалом проводника	$q=CU$	$q=CU$
Емкость плоского конденсатора	$C=\frac{\varepsilon S}{4\pi d}$	$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$
Емкость сферического кондеисатора	$C=\frac{\varepsilon rR}{R-r}$	$C=\frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon rR}{R-r}$
Емкость шара	$C=\varepsilon r$	$C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon r$

	Нерационализованная форма (система СГС)	Рационализованная форма (система СИ)
Энергия заряженного проводника	$W=\frac{q\dot{U}}{2}=\frac{CU^2}{2}=\frac{q^2}{2C}$	$W=\frac{qU}{2}=\frac{CU^2}{2}=\frac{q^2}{2C}$
Энергия поля плоского конденсатора	$W=\frac{\varepsilon SU^2}{8\pi d}=$ $=\frac{\varepsilon E^2 Sd}{8\pi}=\frac{2\pi\sigma^2 Sd}{\varepsilon}$	$W=\frac{\varepsilon_0\varepsilon SU^2}{2d}=$ $=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2 Sd}{2}=\frac{\sigma^2 Sd}{2\varepsilon_0\varepsilon}$
Объемная плотность энергии электрического поля	$W_0=\frac{\varepsilon E^2}{8\pi}$	$W_0=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}$
Сила притяжения пластин плоского конденсатора	$F=\frac{\varepsilon E^2 S}{8\pi}=$ $=\frac{\varepsilon SU^2}{8\pi d^2}=\frac{2\pi\sigma^2 S}{\varepsilon}$	$F=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2 S}{2}=$ $=\frac{\varepsilon_0\varepsilon SU^2}{2d^2}=\frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0\varepsilon}$
Закон Био—Савара—Лапласа	$dH=\frac{I\,dl\sin\alpha}{cr^2}$	$dH=\frac{I\,dl\sin\alpha}{4\pi r^2}$
Напряженность магнитного поля в центре кругового тока	$H=\frac{2\pi I}{cR}$	$H=\frac{I}{2R}$
Напряженность магнитного поля прямого тока	$H=\frac{2I}{ca}$	$H=\frac{I}{2\pi a}$
Напряженность магнитного поля внутри соленоида	$H=\frac{4\pi In}{c}$	$H=In$
Связь между напряженностью магнитного поля и магнитной индукцией	$B=\mu H$	$B=\mu_0\mu H$
Плотность энергии магнитного поля	$W_0=\frac{HB}{8\pi}$	$W_0=\frac{HB}{2}$
Сила Ампера	$dF=\frac{BI\sin\alpha\,dl}{c}$	$dF=BI\sin\alpha\,dl$
Сила Лоренца	$F=\frac{Bqv\sin\alpha}{c}$	$F=Bqv\sin\alpha$
Сила взаимодействия параллельных токов	$F=\frac{2\mu I_1 I_2 l}{c^2 d}$	$F=\frac{\mu_0\mu I_1 I_2 l}{2\pi d}$
Индуктивность соленоида	$L=4\pi\mu n^2 lS$	$L=\mu_0\mu n^2 lS$

II. График зависимости индукции B от напряженности H магнитного поля для некоторого сорта железа

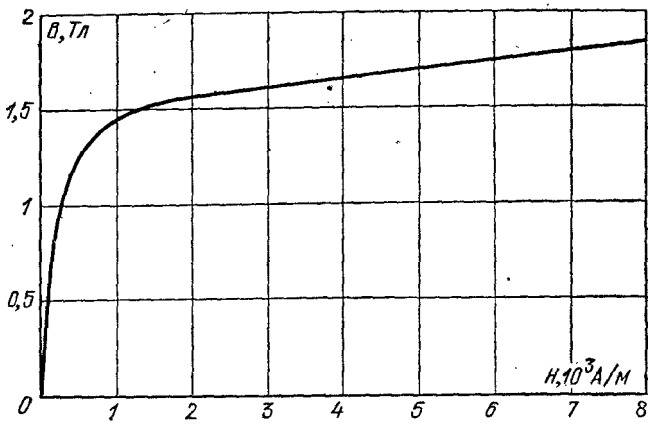


Рис. 113.

III. Фундаментальные физические константы

Гравитационная постоянная	$G = 6{,}6720 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг²
Скорость света в вакууме	$c = 2{,}99792458 \cdot 10^{8}$ м/с
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12{,}5663706144 \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Постоянная Планка	$h = 6{,}626176 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Масса покоя электрона	$m_e = 9{,}109534 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	$m_p = 1{,}6726485 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1{,}6749543 \cdot 10^{-27}$ кг
Отношение массы протона к массе электрона	$m_p/m_e = 1836{,}15152$
Элементарный заряд	$e = 1{,}6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл
Отношение заряда электрона к его массе	$e/m_e = 1{,}7588047 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Атомная единица массы	1 а.е.м. $= 1{,}6605655 \cdot 10^{-27}$ кг
Постоянная Авогадро	$N_A = 6{,}022045 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Постоянная Фарадея	$F = 96{,}48456 \cdot 10^{3}$ Кл/моль
Молярная газовая постоянная	$R = 8{,}31441$ Дж/(моль·К)
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_0 = 22{,}41383 \cdot 10^{-3}$ м³/моль
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}380662 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

IV. Некоторые данные о планетах Солнечной системы

	Меркурий	Венера	Земля	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Плутон
Среднее расстояние от Солнца, млн. км	57,91	108,21	149,59	227,94	778,3	1429,3	2875,03	4504,4	5900
Период обращения вокруг Солнца, земной год	0,24	0,62	1,0	1,88	11,86	29,46	84,02	164,8	249,7
Экваториальный диаметр, км	4840	12 400	12 742	6780	139 760	115 100	51 000	50 000	—
Объем по отношению к объему Земли	0,055	0,92	1,0	0,150	1345	767	73,5	59,5	—
Масса по отношению к массе Земли	0,054	0,81	1,0	0,107	318,4	95,2	14,58	17,26	—
Ускорение свободного падения по отношению к ускорению на поверхности Земли ($g = 9,80665$ м/с^2)	0,38	0,85	1,0	0,38	2,64	1,17	0,92	1,14	—

V. Астрономические постоянные

Радиус Земли	$6{,}378164 \cdot 10^6$ м
Средняя плотность Земли	$5{,}518 \cdot 10^3$ кг/м^3
Масса Земли	$5{,}976 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}9599 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1{,}989 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}737 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг
Среднее расстояние до Луны	$3{,}844 \cdot 10^8$ м
Среднее расстояние до Солнца (астрономическая единица)	$1{,}49598 \cdot 10^{11}$ м
Период обращения Луны вокруг Земли	27 сут 7 ч 43 мин
Средняя плотность Солнца	$1{,}41 \cdot 10^3$ кг/м^3

VI. Диаметры атомов и молекул, им

Гелий	0,20	Кислород	0,30
Водород	0,23	Азот	0,30

VII. Критические значения $T_к$ и $p_к$

Вещество	$T_к$, К	$p_к$, МПа	*Вещество*	$T_к$, К	$p_к$, МПа
Водяной пар	647	22,0	Азот	126	3,4
Углекислый газ	304	7,38	Водород	33	1,3
Кислород	154	5,07	Гелий	5,2	0,23
Аргон	151	4,87			

VIII. Давление водяного пара, насыщающего пространство при разных температурах

t, °C	$p_н$, Па	t, °C	$p_н$, Па	t, °C	$p_н$, Па
—5	400	8	1070	40	7 335
0	609	9	1145	50	12 302
1	656	10	1225	60	19 817
2	704	12	1396	70	31 122
3	757	14	1596	80	47 215
4	811	16	1809	90	69 958
5	870	20	2328	100	101 080
6	932	25	3165	150	486 240
7	1025	30	4229	200	1 549 890

IX. Удельная теплота парообразования воды при разных температурах

t, °C	0	50	100	200
r, МДж/кг	2,49	2,38	2,26	1,94

X. Свойства некоторых жидкостей (при 20°C)

Вещество	Плотность, 10^3 кг/м^3	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Поверхностное натяжение, Н/м
Бензол	0,88	1720	0,03
Вода	1,00	4190	0,073
Глицерин	1,20	2430	0,064
Касторовое масло	0,90	1800	0,035
Керосин	0,80	2140	0,03
Ртуть	13,60	138	0,5
Спирт	0,79	2510	0,02

XI. Свойства некоторых твердых тел

Вещество	Плотность, 10^3 кг/м^3	Температура плавления, °C	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Удельная теплота плавления, кДж/кг	Температурный коэффициент линейного расширения, 10^{-5} К$^{-1}$
Алюминий	2,6	659	896	322	2,3
Железо	7,9	1530	500	272	1,2
Латунь	8,4	900	386	—	1,9
Лед	0,9	0	2100	335	—
Медь	8,6	1100	395	176	1,6
Олово	7,2	232	230	58,6	2,7
Платина	21,4	1770	117	113	0,89
Пробка	0,2	—	2050	—	—
Свинец	11,3	327	126	22,6	2,9
Серебро	10,5	960	234	88	1,9
Сталь	7,7	1300	460	—	1,06
Цинк	7,0	420	391	117	2,9

XII. Свойства упругости некоторых твердых тел

Вещество	Предел прочности, МПа	Модуль Юнга, ГПа
Алюминий	110	69
Железо	294	196
Медь	245	118
Свинец	20	15,7
Серебро	290	74
Сталь	785	216

XIII. Теплопроводность некоторых твердых тел, Вт/(м·К)

Алюминий	210	Песок сухой	0,325
Войлок	0,046	Пробка	0,050
Железо	58,7	Серебро	460
Кварц плавленый	1,37	Эбонит	0,174
Медь	390		

XIV. Диэлектрическая проницаемость диэлектриков

Воск	7,8	Парафин	2	Эбонит	2,6
Вода	81	Слюда	6	Парафинированная бумага	2
Керосин	2	Стекло	6		
Масло	5	Фарфор	6		

XV. Удельное сопротивление проводников (при 0 °С), мкОм·м

Алюминий	0,025	Нихром	100
Графит	0,039	Ртуть	0,94
Железо	0,087	Свинец	0,22.
Медь	0,017	Сталь	0,10

XVI. Подвижности ионов в электролитах, 10^{-8} м²/(В·с)

NO_3^-	6,4	Cl^-	6,8
H^+	32,6	Ag^+	5,6
K^+	6,7		

XVII. Работа выхода электронов из металла, эВ

W	4,5	Ag	4,74
W + Cs	1,6	Li	2,4
W + Th	2,63	Na	2,3
Pt + Cs	1,40	K	2,0
Pt	5,3	Cs	1,9

XVIII. Показатели преломления

Алмаз	2,42	Сероуглерод	1,63
Вода	1,33	Скипидар	1,48
Лед	1,31	Стекло	1,5—1,9

XIX. Длина волны, определяющая границу *K*-серии рентгеновских лучей для различных материалов антикатода, пм

Вольфрам	17,8	Платина	15,8
Золото	15,3	Серебро	48,4
Медь	138		

XX. Спектральные линии ртутной дуги, нм

253,7	404,7	546,1	612,8
365,0	435,8	577,0	690,8
365,5	523,5	579,1	708,2

XXI. Массы некоторых изотопов, а. е. м.

Изотоп	Масса	Изотоп	Масса	Изотоп	Масса
$^{1}_{1}H$	1,00783	$^{9}_{4}Be$	9,01218	$^{30}_{14}Si$	29,97377
$^{2}_{1}H$	2,01410	$^{10}_{5}B$	10,01294	$^{40}_{20}Ca$	39,96257
$^{3}_{1}H$	3,01605	$^{12}_{6}C$	12,0	$^{56}_{27}Co$	55,93984
$^{3}_{2}He$	3,01603	$^{13}_{7}N$	13,00574	$^{63}_{29}Cu$	62,92960
$^{4}_{2}He$	4,00260	$^{14}_{7}N$	14,00307	$^{112}_{48}Cd$	111,90276
$^{6}_{3}Li$	6,01512	$^{17}_{8}O$	16,99913	$^{200}_{80}Hg$	199,96832
$^{7}_{3}Li$	7,01600	$^{23}_{12}Mg$	22,99413	$^{235}_{92}U$	235,04393
$^{7}_{4}Be$	7,01693	$^{24}_{12}Mg$	23,98504	$^{238}_{92}U$	238,05353
$^{8}_{4}Be$	8,00531	$^{27}_{13}Al$	26,98154		

XXII. Периоды полураспада некоторых радиоактивных элементов

$^{45}_{20}Ca$	164 сут	$^{226}_{88}Ra$	1590 лет
$^{90}_{38}Sr$	28 лет	$^{235}_{92}U$	$7{,}1 \cdot 10^{8}$ лет
$^{210}_{84}Po$	138 сут	$^{238}_{92}U$	$4{,}5 \cdot 10^{9}$ лет
$^{222}_{86}Rn$	3,82 сут		

XXIII. Названия, символы и атомные массы химических элементов

1	Водород	H	1,0079
2	Гелий	He	4,00260
3	Литий	Li	6,941
4	Бериллий	Be	9,01218
5	Бор	B	10,81
6	Углерод	C	12,011
7	Азот	N	14,0067
8	Кислород	O	15,9994
9	Фтор	F	18,998403
10	Неон	Ne	20,179
11	Натрий	Na	22,98977
12	Магний	Mg	24,305
13	Алюминий	Al	26,98154
14	Кремний	Si	28,0855
15	Фосфор	P	30,97376
16	Сера	S	32,06
17	Хлор	Cl	35,453
18	Аргон	Ar	39,948
19	Калий	K	39,0983
20	Кальций	Ca	40,08
21	Скандий	Sc	44,9559
22	Титан	Ti	47,90
23	Ванадий	V	50,9415
24	Хром	Cr	51,996
25	Марганец	Mn	54,9380
26	Железо	Fe	55,847
27	Кобальт	Co	58,9332
28	Никель	Ni	58,71
29	Медь	Cu	63,546
30	Цинк	Zn	65,38
31	Галлий	Ga	69,735
32	Германий	Ge	72,59
33	Мышьяк	As	74,9216
34	Селен	Se	78,96
35	Бром	Br	79,904
36	Криптон	Kr	83,80
37	Рубидий	Rb	85,467
38	Стронций	Sr	87,62
39	Иттрий	Y	88,9059
40	Цирконий	Zr	91,22
41	Ниобий	Nb	92,9064
42	Молибден	Mo	95,94
43	Технеций	Tc	98,9062
44	Рутений	Ru	101,07
45	Родий	Rh	102,9055
46	Палладий	Pd	106,4
47	Серебро	Ag	107,868
48	Кадмий	Cd	112,41
49	Индий	In	114,82
50	Олово	Sn	118,69
51	Сурьма	Sb	121,75
52	Теллур	Te	127,60
53	Иод	I	126,9045
54	Ксенон	Xe	131,30
55	Цезий	Cs	132,9054
56	Барий	Ba	137,33
57	Лантан	La	138,9055
58	Церий	Ce	140,12
59	Празеодим	Pr	140,9077
60	Неодим	Nd	144,24
61	Прометий	Pm	[145]
62	Самарий	Sm	150,4
63	Европий	Eu	151,96
64	Гадолиний	Gd	157,25
65	Тербий	Tb	158,9254
66	Диспрозий	Dy	162,50
67	Гольмий	Ho	164,9304
68	Эрбий	Er	167,26
69	Тулий	Tm	168,9342
70	Иттербий	Yb	173,04
71	Лютеций	Lu	174,967
72	Гафний	Hf	178,49
73	Тантал	Ta	180,947
74	Вольфрам	W	183,85
75	Ренний	Re	186,207
76	Осмий	Os	190,2
77	Иридий	Ir	192,22
78	Платина	Pt	195,09
79	Золото	Au	196,9665
80	Ртуть	Hg	200,59
81	Таллий	Tl	204,37
82	Свинец	Pb	207,2
83	Висмут	Bi	208,9804
84	Полоний	Po	[209]
85	Астат	At	[210]
86	Радон	Rn	[222]
87	Франций	Fr	[223]
88	Радий	Ra	226,0254
89	Актиний	Ac	[227]
90	Торий	Th	231,0381
91	Протактиний	Pa	231,0359
92	Уран	U	238,029
93	Нептуний	Np	237,0482
94	Плутоний	Pu	[244]
95	Америций	Am	[243]
96	Кюрий	Cm	[247]
97	Берклий	Bk	[247]
98	Калифорний	Cf	[251]
99	Эйнштейний	Es	[254]
100	Фермий	Fm	[257]
101	Менделевий	Md	[258]
102	(Нобелий)	(No)	[259]
103	(Лоуренсий)	(Lr)	[260]
104	Курчатовий	Ku	[260]
105			[260]
106			[263]

XXIV. Синусы (косинусы)

Синусы

Градусы	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	60′	
0	0,0000	0,0017	0,0035	0,0052	0,0070	0,0087	0,0105	0,0122	0,0140	0,0157	0,0175	89
1	0,0175	0,0192	0,0209	0,0227	0,0244	0,0262	0,0279	0,0297	0,0314	0,0332	0,0349	88
2	0,0349	0,0366	0,0384	0,0401	0,0419	0,0436	0,0454	0,0471	0,0488	0,0506	0,0523	87
3	0,0523	0,0541	0,0558	0,0576	0,0593	0,0610	0,0628	0,0645	0,0663	0,0680	0,0698	86
4	0,0698	0,0715	0,0732	0,0750	0,0767	0,0785	0,0802	0,0819	0,0837	0,0854	0,0872	85
5	0,0872	0,0889	0,0906	0,0924	0,0941	0,0958	0,0976	0,0993	0,1011	0,1028	0,1045	84
6	0,1045	0,1063	0,1080	0,1097	0,1115	0,1132	0,1149	0,1167	0,1184	0,1201	0,1219	83
7	0,1219	0,1236	0,1253	0,1271	0,1288	0,1305	0,1323	0,1340	0,1357	0,1374	0,1392	82
8	0,1392	0,1409	0,1426	0,1444	0,1461	0,1478	0,1495	0,1513	0,1530	0,1547	0,1564	81
9	0,1564	0,1582	0,1599	0,1616	0,1633	0,1650	0,1668	0,1685	0,1702	0,1719	0,1736	**80**
10	0,1736	0,1754	0,1771	0,1788	0,1805	0,1822	0,1840	0,1857	0,1874	0,1891	0,1908	79
11	0,1908	0,1925	0,1942	0,1959	0,1977	0,1994	0,2011	0,2028	0,2045	0,2062	0,2079	78
12	0,2079	0,2096	0,2113	0,2130	0,2147	0,2164	0,2181	0,2198	0,2215	0,2233	0,2250	77
13	0,2250	0,2267	0,2284	0,2300	0,2317	0,2334	0,2351	0,2368	0,2385	0,2402	0,2419	76
14	0,2419	0,2436	0,2453	0,2470	0,2487	0,2504	0,2521	0,2538	0,2554	0,2571	0,2588	**75**
15	0,2588	0,2605	0,2622	0,2639	0,2656	0,2672	0,2689	0,2706	0,2723	0,2740	0,2756	74
16	0,2756	0,2773	0,2790	0,2807	0,2823	0,2840	0,2857	0,2874	0,2890	0,2907	0,2924	73
17	0,2924	0,2940	0,2957	0,2974	0,2990	0,3007	0,3024	0,3040	0,3057	0,3074	0,3090	72
18	0,3090	0,3107	0,3123	0,3140	0,3156	0,3173	0,3190	0,3206	0,3223	0,3239	0,3256	71
19	0,3256	0,3272	0,3289	0,3305	0,3322	0,3338	0,3355	0,3371	0,3387	0,3404	0,3420	**70**
	60′	54′	48′	42′	36′	30′	24′	18′	12′	6′	0′	Градусы

Градусы	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	60′	
20	0,3420	0,3437	0,3453	0,3469	0,3486	0,3502	0,3518	0,3535	0,3551	0,3567	0,3584	69
21	0,3584	0,3600	0,3616	0,3633	0,3649	0,3665	0,3681	0,3697	0,3714	0,3730	0,3746	68
22	0,3746	0,3762	0,3778	0,3795	0,3811	0,3827	0,3843	0,3859	0,3875	0,3891	0,3907	67
23	0,3907	0,3923	0,3939	0,3955	0,3971	0,3987	0,4003	0,4019	0,4035	0,4051	0,4067	66
24	0,4067	0,4083	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4163	0,4179	0,4195	0,4210	0,4226	65
25	0,4226	0,4242	0,4258	0,4274	0,4289	0,4305	0,4321	0,4337	0,4352	0,4368	0,4384	64
26	0,4384	0,4399	0,4415	0,4431	0,4446	0,4462	0,4478	0,4493	0,4509	0,4524	0,4540	63
27	0,4540	0,4555	0,4571	0,4586	0,4602	0,4617	0,4633	0,4648	0,4664	0,4679	0,4695	62
28	0,4695	0,4710	0,4726	0,4741	0,4756	0,4772	0,4787	0,4802	0,4818	0,4833	0,4848	61
29	0,4848	0,4863	0,4879	0,4894	0,4909	0,4924	0,4939	0,4955	0,4970	0,4985	0,5000	**60**
30	0,5000	0,5015	0,5030	0,5045	0,5060	0,5075	0,5090	0,5105	0,5120	0,5135	0,5150	59
31	0,5150	0,5165	0,5180	0,5195	0,5210	0,5225	0,5240	0,5255	0,5270	0,5284	0,5299	58
32	0,5299	0,5314	0,5329	0,5344	0,5358	0,5373	0,5388	0,5402	0,5417	0,5432	0,5446	57
33	0,5446	0,5461	0,5476	0,5490	0,5505	0,5519	0,5534	0,5548	0,5563	0,5877	0,5592	56
34	0,5592	0,5606	0,5621	0,5635	0,5650	0,5664	0,5678	0,5693	0,5707	0,5721	0,5736	**55**
35	0,5736	0,5750	0,5764	0,5779	0,5793	0,5807	0,5821	0,5835	0,5850	0,5864	0,5878	54
36	0,5878	0,5892	0,5906	0,5920	0,5934	0,5948	0,5962	0,5976	0,5990	0,6004	0,6018	53
37	0,6018	0,6032	0,6046	0,6060	0,6074	0,6088	0,6101	0,6115	0,6129	0,6143	0,6157	52
38	0,6157	0,6170	0,6184	0,6198	0,6211	0,6225	0,6239	0,6252	0,6266	0,6280	0,6293	51
39	0,6293	0,6307	0,6320	0,6334	0,6347	0,6361	0,6374	0,6388	0,6401	0,6414	0,6428	**50**
40	0,6428	0,6441	0,6455	0,6468	0,6481	0,6494	0,6508	0,6521	0,6534	0,6547	0,6561	49
41	0,6561	0,6574	0,6587	0,6600	0,6613	0,6626	0,6639	0,6652	0,6665	0,6678	0,6691	48
42	0,6691	0,6704	0,6717	0,6730	0,6743	0,6756	0,6769	0,6782	0,6794	0,6807	0,6820	47
43	0,6820	0,6833	0,6845	0,6858	0,6871	0,6884	0,6896	0,6909	0,6921	0,6934	0,6947	46
44	0,6947	0,6959	0,6972	0,6984	0,6997	0,7009	0,7022	0,7034	0,7046	0,7059	0,7071	**45**
	60′	54′	48′	42′	36′	30′	24′	18′	12′	6′	0′	Градусы

Продолжение табл.

Градусы	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	60′	
45	0,7071	0,7083	0,7096	0,7108	0,7120	0,7133	0,7145	0,7157	0,7169	0,7181	0,7193	44
46	0,7193	0,7206	0,7218	0,7230	0,7242	0,7254	0,7266	0,7278	0,7290	0,7302	0,7314	43
47	0,7314	0,7325	0,7337	0,7349	0,7361	0,7373	0,7385	0,7396	0,7408	0,7420	0,7431	42
48	0,7431	0,7443	0,7455	0,7466	0,7478	0,7490	0,7501	0,7513	0,7524	0,7536	0,7547	41
49	0,7547	0,7559	0,7570	0,7581	0,7593	0,7604	0,7615	0,7627	0,7638	0,7649	0,7660	**40**
50	0,7660	0,7672	0,7683	0,7694	0,7705	0,7716	0,7727	0,7738	0,7749	0,7760	0,7771	39
51	0,7771	0,7782	0,7793	0,7804	0,7815	0,7826	0,7837	0,7848	0,7859	0,7869	0,7880	38
52	0,7880	0,7891	0,7902	0,7912	0,7923	0,7934	0,7944	0,7955	0,7965	0,7976	0,7986	37
53	0,7986	0,7997	0,8007	0,8018	0,8028	0,8039	0,8049	0,8059	0,8070	0,8080	0,8090	36
54	0,8090	0,8100	0,8111	0,8121	0,8131	0,8141	0,8151	0,8161	0,8171	0,8181	0,8192	**35**
55	0,8192	0,8202	0,8211	0,8221	0,8231	0,8241	0,8251	0,8261	0,8271	0,8281	0,8290	34
56	0,8290	0,8300	0,8310	0,8320	0,8329	0,8339	0,8348	0,8358	0,8368	0,8377	0,8387	33
57	0,8387	0,8396	0,8406	0,8415	0,8425	0,8434	0,8443	0,8453	0,8462	0,8471	0,8480	32
58	0,8480	0,8490	0,8499	0,8508	0,8517	0,8526	0,8536	0,8545	0,8554	0,8563	0,8572	31
59	0,8572	0,8581	0,8590	0,8599	0,8607	0,8616	0,8625	0,8634	0,8643	0,8652	0,8660	**30**
60	0,8660	0,8669	0,8678	0,8686	0,8695	0,8704	0,8712	0,8721	0,8729	0,8738	0,8746	29
61	0,8746	0,8755	0,8763	0,8771	0,8780	0,8788	0,8796	0,8805	0,8813	0,8821	0,8829	28
62	0,8829	0,8838	0,8846	0,8854	0,8862	0,8870	0,8878	0,8886	0,8894	0,8902	0,8910	27
63	0,8910	0,8918	0,8926	0,8934	0,8942	0,8949	0,8957	0,8965	0,8973	0,8980	0,8988	26
64	0,8988	0,8996	0,9003	0,9011	0,9018	0,9026	0,9033	0,9041	0,9048	0,9056	0,9063	**25**
	60′	54′	48′	42′	36′	30′	24′	18′	12′	6′	0′	Градусы

Градусы	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	60′	
65	0,9063	0,9070	0,9078	0,9085	0,9092	0,9100	0,9107	0,9114	0,9121	0,9128	0,9135	24
66	0,9135	0,9143	0,9150	0,9157	0,9164	0,9171	0,9178	0,9184	0,9191	0,9198	0,9205	23
67	0,9205	0,9212	0,9219	0,9225	0,9232	0,9239	0,9245	0,9252	0,9259	0,9265	0,9272	22
68	0,9272	0,9278	0,9285	0,9291	0,9298	0,9304	0,9321	0,9317	0,9323	0,9330	0,9336	21
69	0,9336	0,9342	0,9348	0,9354	0,9361	0,9367	0,9373	0,9379	0,9385	0,9391	0,9397	**20**
70	0,9397	0,9403	0,9409	0,9415	0,9421	0,9426	0,9433	0,9438	0,9444	0,9449	0,9455	19
71	0,9455	0,9461	0,9466	0,9472	0,9478	0,9486	0,9489	0,9494	0,9500	0,9505	0,9511	18
72	0,9511	0,9516	0,9521	0,9527	0,9532	0,9537	0,9542	0,9548	0,9553	0,9558	0,9563	17
73	0,9563	0,9568	0,9573	0,9578	0,9583	0,9588	0,9593	0,9598	0,9603	0,9608	0,9613	16
74	0,9613	0,9617	0,9622	0,9627	0,9632	0,9636	0,9641	0,9646	0,9650	0,9655	0,9659	**15**
75	0,9659	0,9664	0,9668	0,9673	0,9677	0,9681	0,9686	0,9690	0,9694	0,9699	0,9703	14
76	0,9703	0,9707	0,9711	0,9715	0,9720	0,9724	0,9728	0,9732	0,9736	0,9740	0,9744	13
77	0,9744	0,9748	0,9751	0,9755	0,9759	0,9763	0,9767	0,9770	0,9774	0,9778	0,9781	12
78	0,9781	0,9785	0,9789	0,9792	0,9796	0,9799	0,9803	0,9806	0,9810	0,9813	0,9816	11
79	0,9816	0,9820	0,9823	0,9826	0,9829	0,9833	0,9836	0,9839	0,9842	0,9845	0,9848	**10**
80	0,9848	0,9851	0,9854	0,9857	0,9860	0,9863	0,9866	0,9869	0,9871	0,9874	0,9877	9
81	0,9877	0,9880	0,9882	0,9885	0,9888	0,9890	0,9893	0,9895	0,9898	0,9900	0,9903	8
82	0,9903	0,9905	0,9907	0,9910	0,9912	0,9914	0,9917	0,9919	0,9921	0,9923	0,9925	7
83	0,9925	0,9928	0,9930	0,9932	0,9934	0,9936	0,9938	0,9940	0,9942	0,9943	0,9945	6
84	0,9945	0,9947	0,9949	0,9951	0,9952	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9962	**5**
85	0,9962	0,9963	0,9965	0,9966	0,9968	0,9969	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	0,9976	4
86	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9980	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984	0,9985	0,9986	3
87	0,9986	0,9987	0,9988	0,9989	0,9990	0,9990	0,9991	0,9992	0,9993	0,9993	0,9994	2
88	0,9994	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	1
89	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	**0**
	60′	54′	48′	42′	36′	30′	24′	18′	12′	6′	0′	Градусы

Косинусы

Валентина Сергеевна Волькенштейн

СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ОБЩЕМУ КУРСУ ФИЗИКИ

Редакторы *Л. И. Гладнева, В. А. Григорова*
Технический редактор *В. Н. Кондакова*
Корректоры *О. А. Сигал, Л. С. Сомова*

ИБ № 12698

Сдано в набор 29.06.84. Подписано к печати 28.11.84. Формат 84×108$^{1}/_{32}$. Бумага тип. № 3. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 20,16. Усл. кр.-отт. 20,58. Уч.-изд. л. 21,87. Тираж 300 000 экз. (1-й завод 1—100 000 экз.). Заказ № 3222. Цена 80 коп.

Издательство «Наука»
Главная редакция
физико-математической литературы
117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15

МПО «Первая Образцовая типография»
Союзполиграфпрома при Государственном
комитете СССР по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли
113054 Москва М-54, Валовая, 28