

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

1. Точки M и N служат серединами сторон BC CD параллелограмма $ABCD$. Положив $\overrightarrow{AM} = \vec{p}$, $\overrightarrow{AN} = \vec{q}$, выразить через векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$ указанные векторы.

В I $\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{DN}$.

В II $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BN}$.

В III $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}$.

В IV $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$.

В V $\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{BN}$.

В VI $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{MB}$.

2. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a}$ и $\vec{c}$. Найти его высоту, опущенную на сторону, совпадающую с вектором $\vec{c}$.

В I $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}, \vec{c} = 7\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$. В II $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}, \vec{c} = 8\vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}$.

В III $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}, \vec{c} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. В IV $\vec{a} = 4\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{c} = 9\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

В V $\vec{a} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{c} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$. В VI $\vec{a} = 9\vec{i} - 8\vec{j} + 7\vec{k}, \vec{c} = 6\vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}$.

3. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{c}$, образует с базисным вектором $\vec{k}$ тупой угол. Найти координаты вектора $\vec{x}$, если $|\vec{x}| = s$.

В I $\vec{a}(7;5;3), \vec{c}(2;1;4), s = \sqrt{782}$.

В II $\vec{a}(-1;7;2), \vec{c}(4;9;5), s = 27\sqrt{203}$..

В III $\vec{a}(4;1;7), \vec{c}(2;5;6), s = \sqrt{1265}$.

В IV $\vec{a}(0;4;5), \vec{c}(3;7;2), s = 12\sqrt{122}$..

В V $\vec{a}(4;2;1), \vec{c}(5;6;3), s = 252\sqrt{7}$.

В VI $\vec{a}(1;0;1), \vec{c}(3;5;-7), s = 125\sqrt{6}$.

4. Найти угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$ при указанных условиях.

В I $|\vec{p}| = 1, |\vec{q}| = 2, (2\vec{p} - 3\vec{q})^2 + (3\vec{p} + 2\vec{q})^2 = 241$.

В II $|\vec{p}| = 2, |\vec{q}| = 3, (4\vec{p} + \vec{q})^2 + (7\vec{p} - 3\vec{q})^2 = 850$.

В III $|\vec{p}| = 3, |\vec{q}| = 4, (3\vec{p} - 7\vec{q})^2 + (8\vec{p} + 5\vec{q})^2 = 18369$.

В IV $|\vec{p}| = 7, |\vec{q}| = 2, (\vec{p} + 4\vec{q})^2 + (3\vec{p} - 7\vec{q})^2 = 274$.

В V $|\vec{p}| = 4, |\vec{q}| = 1, (3\vec{p} + 2\vec{q})^2 + (\vec{p} - 5\vec{q})^2 = 189$.

В VI $|\vec{p}| = 7, |\vec{q}| = 2, (\vec{p} + 4\vec{q})^2 + (3\vec{p} - 7\vec{q})^2 = 274$.

5. Вычислить высоту параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{m}$, $\vec{n}$ и $\vec{p}$, если за основание выбран параллелограмм, построенный на векторах $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

В I $\vec{m}(-12;2;-4), \vec{n}(-4;2;3), \vec{p}(-3;-4;-3)$.

В II $\vec{m}(-2;3;0), \vec{n}(-2;0;6), \vec{p}(0;3;-2)$.

В III $\vec{m}(2;3;-1), \vec{n}(-2;4;5), \vec{p}(3;-1;4)$.

В IV $\vec{m}(2;-1;1), \vec{n}(-3;0;4), \vec{p}(0;4;3)$.

В V $\vec{m}(-1;5;-4), \vec{n}(-4;0;2), \vec{p}(-3;3;-5)$.

В VI $\vec{m}(4;-6;4), \vec{n}(4;-1;2), \vec{p}(3;2;7)$.

6. Вычислить расстояние между прямыми l_1 и l_2 .

В I $l_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{7}; l_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z+5}{1}$.

$$\text{В II} \quad l_1: \frac{x+2}{4} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-6}{1}; \quad l_2: \frac{x-4}{5} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+2}{2}.$$

$$\text{В III} \quad l_1: \frac{x+4}{5} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-2}{1}; \quad l_2: \frac{x-1}{4} = \frac{y-6}{7} = \frac{z+3}{1}.$$

$$\text{В IV} \quad l_1: \frac{x+6}{9} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-3}{71}; \quad l_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+6}{6}.$$

$$\text{В V} \quad l_1: \frac{x+5}{7} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-5}{8}; \quad l_2: \frac{x-2}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z+3}{5}.$$

$$\text{В VI} \quad l_1: \frac{x+4}{2} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-7}{7}; \quad l_2: \frac{x-1}{6} = \frac{y-9}{5} = \frac{z+4}{8}.$$

7. Записать уравнение плоскости π_1 , проходящей через прямую l , которая перпендикулярна плоскости π .

$$\text{В I} \quad l: \frac{x+2}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-6}{3}; \quad \pi: 2x-5y+6z-3=0.$$

$$\text{В II} \quad l: \frac{x+3}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-5}{4}; \quad \pi: 3x-4y+7z-10=0.$$

$$\text{В III} \quad l: \frac{x+5}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-7}{5}; \quad \pi: 4x-6y+5z-3=0.$$

$$\text{В IV} \quad l: \frac{x+6}{4} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-5}{1}; \quad \pi: 6x-4y+7z-9=0.$$

$$\text{В V} \quad l: \frac{x+1}{7} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}; \quad \pi: x-9y+z+7=0.$$

$$\text{В VI} \quad l: \frac{x+4}{7} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{5}; \quad \pi: 5x-y+4z-8=0.$$

8. Даны координаты вершин треугольника $ABC: A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ и $C(x_3; y_3)$. Найти площадь треугольника ABC , уравнения сторон и уравнение высоты $\overline{AH}$, опущенной из точки A на сторону BC . Вычислить длину высоты $|\overline{AH}|$.

$$\text{В I} \quad A(4;5), B(7;-3), C(2;9).$$

$$\text{В II} \quad A(3;1), B(2;6), C(-2;5).$$

$$\text{В III} \quad A(1;-5), B(3;-9), C(4;6).$$

$$\text{В IV} \quad A(2;1), B(3;-4), C(1;-9).$$

$$\text{В V} \quad A(5;4), B(-3;-6), C(1;1).$$

$$\text{В VI} \quad A(-3;2), B(1;-1), C(3;-5).$$

9. Найти проекцию точки M_0 на плоскость π , а также определить расстояние от указанной точки до заданной плоскости.

$$\text{В I} \quad M_0(4;2;3), \pi: 2x-3y+4z-3=0. \quad \text{В II} \quad M_0(1;6;9), \pi: 3x-y+7z-9=0.$$

$$\text{В III} \quad M_0(0;7;2), \pi: 5x-4y+2z-6=0. \quad \text{В IV} \quad M_0(5;3;7), \pi: 8x-3y+4z-9=0.$$

$$\text{В V} \quad M_0(1;1;6), \pi: 5x-4y+z-2=0. \quad \text{В VI} \quad M_0(9;5;1), \pi: x+6y+2z-9=0.$$

10. Определить, принадлежит ли прямая l плоскости π . В случае пересечения найти точку пересечения прямой l и плоскости π .

$$\text{B I} \quad l: \frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-7}{5}; \quad \pi: 3x-4y+6z-98=0.$$

$$\text{B II} \quad l: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-4}{4}; \quad \pi: 2x+3y-4z+9=0.$$

$$\text{B III} \quad l: \frac{x+1}{5} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-3}{7}; \quad \pi: 5x-6y+7z-142=0.$$

$$\text{B IV} \quad l: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-5}{1}; \quad \pi: -3x+2y+z+18=0.$$

$$\text{B V} \quad l: \frac{x+4}{5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}; \quad \pi: 5x+2y-3z-83=0.$$

$$\text{B VI} \quad l: \frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-3}{5}; \quad \pi: 7x-8y+5z-66=0.$$